

Protocol Ernstige RekenWiskunde-problemen en Dyscalculie

Protocol Ernstige RekenWiskunde-problemen en Dyscalculie

BAO SBO SO

Mieke van Groenestijn

Ceciel Borghouts

Christien Janssen

© 2011, Koninklijke Van Gorcum BV, Postbus 43, 9400 AA Assen.

Behoudens de in of krachtens de Auteurswet van 1912 gestelde uitzonderingen mag niets uit deze uitgave worden veelevoudigd, opgeslagen in een geautomatiseerd gegevensbestand, of openbaar gemaakt, in enige vorm of op enige wijze, hetzij elektronisch, mechanisch, door fotokopieën, opnamen of op enige andere manier, zonder voorafgaande schriftelijke toestemming van de uitgever. Voor zover het maken van reprografische veelevoudigingen uit deze uitgave is toegestaan op grond van artikel 16 h Auteurswet 1912 dient men de daarvoor wettelijk verschuldigde vergoedingen te voldoen aan de Stichting Reprorecht (Postbus 3060, 2130 KB Hoofddorp, www.reprorecht.nl). Voor het overnemen van gedeelte(n) uit deze uitgave in bloemlezingen, readers en andere compilatiewerken (artikel 16 Auteurswet 1912) kan men zich wenden tot Stichting PRO (Stichting Publicatie- en Reproductierechten Organisatie, Postbus 3060, 2130 KB Hoofddorp, www.cedar.nl/pro).

NUR 840

ISBN 978 90 232 4763 0

Met medewerking van

Connie Bodin (hoofdstuk 11)

Gerjan van Dijken

Dolf Janson (hoofdstuk 12)

Netty Pronk

Rieneke Smith

Els Terlien

Peter de Wert

Tekstredactie

Agnes Laeven

Mieke van Groenestijn

Dolf Janson

Connie Bodin

Jaap Vedder

Foto's op pagina 58, 62, 84 door Rutger van Hamersvelt

Grafische verzorging: Koninklijke Van Gorcum, Assen



Inhoud

Voorwoord	9
Inleiding	11
Leeswijzer	13
Samenvatting	15
Hoofdstuk 1 Visie en uitgangspunten	28
1.1 Visie	30
1.2 Uitgangspunten	30
1.3 Doel: waar mogelijk preventie, waar nodig zorg	37
Hoofdstuk 2 Achtergronden, afbakening en plaatsbepaling	40
2.1 Leren in interactie	42
2.2 Ontwikkelingen binnen de neurowetenschappen	44
2.3 Ontwikkelingen binnen de orthopedagogiek	46
2.4 Ontwikkelingen binnen de vakdidactiek	48
2.5 Werkdefinitie en begrippen	49
Hoofdstuk 3 De rekenwiskundige ontwikkeling van kinderen in vogelvlucht	54
3.1 Ontwikkeling van rekenwiskundige kennis en vaardigheden	56
3.2 Ontwikkeling van jonge kinderen: baby's en peuters	57
3.3 Rekenen in groep 1-2	59
3.4 Rekenen in groep 3-4	60
3.5 Rekenen in groep 5-6	64
3.6 Rekenen in groep 7-8	66
3.7 Aansluiting op het voortgezet onderwijs	71
3.8 Tot slot	71
Hoofdstuk 4 Leren rekenen en rekenproblemen	72
4.1 Rekenwiskundige ontwikkeling	74
4.2 Vier hoofdlijnen in het proces van het leren rekenen	75
4.3 Hoofdlijn 1: begripsvorming	76
4.4 Hoofdlijn 2: ontwikkelen van oplossingsprocedures	89
4.5 Hoofdlijn 3: vlot leren rekenen	107

4.6	Hoofdlijn 4: flexibel toepassen	123
4.7	Doorgaande rekenwiskundige ontwikkeling en kindkenmerken	130
4.8	Overzicht van signalen bij het leren van rekenen-wiskunde	131
Hoofdstuk 5	Observeren en analyseren van leerprocessen	134
5.1	Het handelingsmodel	136
5.2	Het drieslagmodel	144
5.3	Samenhang en afstemming tussen beide modellen	154
5.4	Kindkenmerken en de samenhang met beide modellen	155
5.5	Aandachtspunten voor het signaleren van rekenwiskunde-problemen	158
Hoofdstuk 6	Diagnosticerend onderwijzen	162
6.1	De drie pijlers van het protocol	164
6.2	Lesgeven op spoor 1: de klas als homogene groep	169
6.3	Lesgeven op spoor 2: differentiatie in subgroepen	172
6.4	Lesgeven op spoor 3: (ook) een individuele benadering	178
6.5	Evalueren	181
6.6	Samenvatting	182
Hoofdstuk 7	Intern diagnostisch onderzoek	186
7.1	Wie zijn betrokken bij de interne diagnostiek?	188
7.2	Kenmerken van een goede diagnostiek	189
7.3	Het diagnostisch gesprek	193
7.4	De opbrengst van het interne diagnostisch onderzoek	195
7.5	Verslaglegging	196
7.6	Vervolgactiviteiten	196
Hoofdstuk 8	Extern diagnostisch onderzoek	198
8.1	De volgende stap: doorverwijzing naar de externe onderzoeker	200
8.2	Aanmelding voor extern diagnostisch onderzoek	203
8.3	Praktijkmodel handelingsgerichte diagnostiek (HGD)	204
8.4	Fase 1: intake	204
8.5	Fase 2: strategie	206
8.6	Fase 3: onderzoek	210
8.7	Fase 4: indicering	211
8.8	Fase 5: advies	212
8.9	Opbrengsten van de externe diagnostiek	213
Hoofdstuk 9	Begeleiding	216
9.1	Inbedding van de begeleiding in schoolbeleid en zorgbeleid	218
9.2	Inbedding in het groepsonderwijs	218
9.3	Samenwerking met alle betrokkenen	219
9.4	Actieve betrokkenheid van de leerling	219
9.5	Begeleiding in subgroepen (fase geel)	220
9.6	Het individueel handelingsplan (fase oranje en fase rood)	221
9.7	Vervolgactiviteiten	230

Hoofdstuk 10	Stappenplan protocol ERWD	232
10.1	Het onderwijsproces	234
10.2	Het stappenplan	237
Hoofdstuk 11	De ouders/verzorgers als partners	246
11.1	Ouders van alle kinderen in het basisonderwijs	248
11.2	Samenwerken als de ontwikkeling niet naar wens verloopt	249
Hoofdstuk 12	Schoolbeleid en organisatie	252
12.1	Schoolbeleid en rekenen-wiskunde	254
12.2	Preventie als beleidskeuze	257
12.3	Consequenties	261
	Nawoord	268
	Bijlagen	271
A	Criteria voor het toekennen van een dyscalculieverklaring volgens DSM-IV-TR	272
B	Voorbeeld Dyscalculieverklaring	274
C	Checklist schoolbeleid voor het rekenwiskunde-onderwijs	275
D	Relevante artikelen uit de WPO en de WEC	278
E	Relevante artikelen uit de Wet referentieniveaus Nederlandse taal en rekenen	281
F	Matrix: tegemoetkomen aan onderwijsbehoeften	283
	Literatuur	284

Voorwoord

De Nederlandse Vereniging tot Ontwikkeling van het Reken-Wiskunde Onderwijs (NVORWO) heeft het initiatief genomen om het onderwerp *ernstige rekenwiskunde-problemen en dyscalculie (ERWD)* op de onderwijsagenda te zetten en stappen te ondernemen om te komen tot landelijke eenduidigheid op dit gebied door middel van het organiseren van expertbijeenkomsten. Hiermee heeft zij een bijdrage geleverd aan de op dat moment lopende discussie over vroegtijdige onderkenning en erkenning van ERWD. Het resultaat van deze bijeenkomsten is het oranje boek *Dyscalculie in discussie* (Dolk & Van Groenestijn [Eds.], 2006).

Eind 2006 kreeg de NVORWO van het ministerie van OCW subsidie om een vervolgdiscussie te organiseren, liefst uitmondend in een aanpak om te komen tot een protocol voor de integrale aanpak van ernstige rekenwiskunde-problemen en dyscalculie. Het streven was draagvlak te creëren voor zo'n protocol. Daartoe heeft de NVORWO een conferentie voor belanghebbenden georganiseerd waarbij deelnemers hun visie op dyscalculie en een eventueel protocol hebben gegeven. Ook kregen de deelnemers er de gelegenheid een intentieverklaring voor een landelijk protocol te ondertekenen. Dit heeft uiteindelijk geresulteerd in ongeveer 150 intentieverklaringen. Het verslag van deze conferentie en het projectplan ERWD staan beschreven in het rode boek *Dyscalculie in discussie, deel 2* (Van Groenestijn & Vedder [Eds.], 2008).

Het ministerie van OCW heeft in 2008 een subsidie toegekend om het project *Ontwikkeling van een landelijk protocol voor de integrale aanpak van ernstige rekenwiskunde-problemen en dyscalculie (ERWD) bij leerlingen van 4 tot 12 jaar* uit te voeren. Het project heeft gelopen van voorjaar 2008 tot eind 2010. Het protocol ERWD is bedoeld voor leerlingen in het basisonderwijs, het speciaal basisonderwijs en het speciaal onderwijs.

Hoewel in Nederland sinds de jaren '80 goed rekenwiskunde-onderwijs is ontwikkeld, is het niet gelukt om het aantal kinderen met rekenwiskunde-problemen te verkleinen. Circa 10% van alle leerlingen kampt met ernstige rekenwiskunde-problemen. Bij circa 2% van alle leerlingen kan deze problematiek benoemd worden als dyscalculie. Het aantal leerlingen dat een dyscalculieverklaring krijgt, ligt echter veel hoger. Om dit aantal terug te dringen zijn in het protocol ERWD enkele filters ingebouwd.

Het protocol benadrukt dat goed rekenwiskunde-onderwijs staat of valt met de professionaliteit van leraren, vroegtijdige onderkenning van rekenwiskunde-problemen en adequate hulpverlening aan leerlingen.

Het protocol biedt een stappenplan, waarin de school eerst aan zet is om iedere leerling kwalitatief zeer goed rekenonderwijs te geven. Als het met behulp van individuele handelingsplannen en interne hulpverlening niet lukt om een problematische of stagnerende rekenwiskundige ontwikkeling bij een leerling te doorbreken, dan komen de externe deskundigen in beeld. Het protocol beschrijft de fasen en de stappen die daaraan voorafgaan en ook de procedure van het externe diagnostisch onderzoek en de begeleiding in de school die de leerling vervolgens nodig heeft.

Voor leerlingen bij wie een sterk vermoeden van dyscalculie bestaat, is naast signalering vooral de kwaliteit van de diagnostiek en begeleiding belangrijk. Bij diagnostisch onderzoek gaat het met name om gestandaardiseerde en valide onderzoeksinstrumenten. Bij begeleiding gaat het om optimale individuele afstemming. De professionaliteit van de onderzoeker en hulpverlener zijn hierbij in het geding, gevolgd door de noodzakelijke eenduidigheid in het afgeven van dyscalculieverklaringen.

Een dyscalculieverklaring mag niet remmend werken op de verdere ontwikkeling van de leerling, maar moet juist perspectief en adequate hulp bieden, zodat een leerling zich ook op het gebied van rekenen-wiskunde verder kan ontwikkelen. Denk bijvoorbeeld aan het behalen van referentieniveau 2F.

Bij het ontwikkelen van dit protocol zijn velen betrokken geweest. Gedacht moet worden aan intentieverklaarders, deelnemers stuurgroep, adviesgroep, projectgroep, werkgroepen en klankbordgroep. De NVORWO bedankt al deze personen, maar in het bijzonder Mieke van Groenestijn, Ceciel Borghouts en Christien Janssen voor hun werkzaamheden in de projectgroep en als auteur. Een bijzonder woord van dank is er voor Agnes Laeven. Zij was projectsecretaris in de meest uitvoerige betekenis van dit woord.

Zonder de financiële ondersteuning door het ministerie van OCW was dit protocol niet ontwikkeld. De NVORWO bedankt het ministerie van OCW en in het bijzonder onze contactpersoon Marjan Zandbergen.

Jaap Vedder
voorzitter NVORWO

Inleiding

Het landelijk protocol voor het rekenwiskunde-onderwijs en het begeleiden van leerlingen met (Ernstige) RekenWiskunde-problemen en Dyscalculie (protocol ERWD) is tot stand gekomen dankzij subsidie van het ministerie van OCW in het kader van *Passend Onderwijs*.

Het protocol richt zich op het rekenwiskunde-onderwijs aan alle leerlingen in de leeftijd van 4 tot 12 jaar in het basisonderwijs, het speciaal basisonderwijs en het speciaal onderwijs. De doelgroep van het protocol zijn degenen die zich direct of indirect met het rekenwiskunde-onderwijs bezig houden, zowel binnen de scholen als daaromheen.

Het doel van rekenwiskunde-onderwijs is functionele gecijferdheid, afgestemd op de mogelijkheden van iedere individuele leerling. Hierbij gaat het om adequaat handelen in functionele, dagelijkse situaties.

Het protocol geeft aanwijzingen om dit doel langs een aantal stappen te bereiken, met name wanneer de rekenwiskundige ontwikkeling van een leerling niet optimaal verloopt.

Het protocol biedt richtlijnen en handvatten voor de praktijk om optimaal rekenwiskunde-onderwijs te kunnen ontwikkelen voor alle kinderen tot 12 jaar.

In de loop der jaren zijn vele studies verschenen over leren, leerproblemen en leerstoornissen met betrekking tot taal en rekenen-wiskunde. Ons doel is dan ook niet nieuwe theorieën te ontwikkelen, maar om te komen tot een leidraad voor het handelen in de praktijk, gebaseerd op bestaande theorieën en opvattingen. Hiertoe maken wij keuzes en beschrijven criteria voor professioneel handelen.

In tegenstelling tot dyslexie zijn er voor rekenproblemen en dyscalculie meerdere protocollen in omloop. Deze bieden vaak steun op regionaal niveau, maar in de landelijke praktijk is geen eenduidigheid over wanneer welke hulp moet worden geboden en wanneer er sprake kan zijn van dyscalculie. Wanneer kan er nu wel en wanneer niet een verklaring voor dyscalculie worden afgegeven? Welke criteria bepalen dat er sprake is van dyscalculie? En wat dan? Effecten van geboden hulp zijn niet bekend. Over het diagnostisch proces en het daarbij gebruikte instrumentarium om de problematiek te analyseren en te verhelderen is eveneens geen eenduidigheid.

Met dit landelijk protocol beogen wij reeds bestaande protocollen voor rekenproblemen te stroomlijnen en de twijfel en verwarring rondom rekenproblemen en dyscalculie weg te nemen. Hiertoe stellen wij eerst enkele uitgangspunten en maken wij keuzes uit bestaande theorieën en opvattingen over onderwijs, leren, leerproblemen en leerstoornissen met betrekking tot rekenen-wiskunde. De keuzes zijn bedoeld om te komen tot eenduidigheid in het handelen in de praktijk. Wij beschrijven

procedures en criteria voor professioneel handelen. Ook bieden wij aanknopingspunten voor het evalueren van geboden hulp. Dit leidt tot resultaatgericht handelen. Het protocol beoogt een leidraad te zijn voor:

- het ontwikkelen van goed rekenwiskunde-onderwijs;
- het zorgvuldig afstemmen van het onderwijs op de ontwikkeling van kinderen;
- het voorkomen van rekenwiskunde-problemen;
- het gericht begeleiden van leerlingen met rekenwiskunde-problemen en dyscalculie;
- het ontwikkelen van rekenbeleid;
- het ontwikkelen van zorgbeleid.

Het belangrijkste doel van het protocol ERWD is het bieden van kansen aan kinderen om zich optimaal te ontplooiën op het gebied van rekenen-wiskunde. Daar waar leerlingen problemen ervaren bij rekenen-wiskunde dient het onderwijs te worden afgestemd op de problematiek van de leerling. Voor elk kind een jas die past. Veel problemen kunnen worden voorkomen door te beginnen met goed onderwijs, vroegtijdig signaleren en adequaat handelen. Dit doet een groot beroep op de deskundigheid van met name leraren in de onderbouw van het primair onderwijs.

Wegwijs in het boek

Het protocol richt zich op een aantal verschillende gebruikers, zoals leraren, onderzoekers, begeleiders, managers en ouders. Iedere gebruiker kan zijn eigen leesroute door het protocol uitstippelen. Als de gebruiker eerst de inhoudsopgave en de samenvatting leest, kan hij/zij bepalen welke hoofdstukken voor hem/haar het meest relevant zijn. Elk hoofdstuk bevat verwijzingen naar andere hoofdstukken of paragrafen. Hiermee kan de lezer gericht op zoek naar uitgebreidere informatie over een bepaald onderwerp. De inleiding per hoofdstuk geeft steeds een korte weergave van de inhoud van het betreffende hoofdstuk. De lezer kan deze gebruiken om zich te oriënteren op dat hoofdstuk en de relevantie in te schatten.

Gebruikte termen

Wij gebruiken in dit protocol afwisselend de termen rekenwiskundige ontwikkeling, rekenontwikkeling en proces van het leren rekenen. Voor de leesbaarheid gebruiken wij soms het woord rekenen en bedoelen daarmee de domeinen van rekenen-wiskunde zoals die in het onderwijs zijn ingedeeld: Getallen en Bewerkingen, Verhoudingen, Meten en Meetkunde en Informatieverwerking.

Met basisonderwijs bedoelen we het basisonderwijs, het speciaal basisonderwijs en het speciaal onderwijs.

De term *interne rekenexpert* wordt gebruikt voor de interne begeleider, de remedial teacher en de rekencoördinator.

In het protocol duidt *wij* op de groep auteurs en anderen die het protocol (mede) hebben ontwikkeld. Het persoonlijk voornaamwoord *we* wordt gebruikt in de onpersoonlijke betekenis vergelijkbaar met *men*.

Wij verwijzen naar de leerling, de leraar of de lezer met *hij* of *hem*. Uiteraard bedoelen wij dit in een *gender*-neutrale zin.

Samenvatting

Inleiding

Het landelijk protocol ERWD is ontwikkeld voor de integrale aanpak van (*Ernstige*) *RekenWiskunde-problemen en Dyscalculie*. Het protocol is tot stand gekomen dankzij een subsidie van het ministerie van OCW in het kader van *Passend Onderwijs*.

Het protocol richt zich op het rekenwiskunde-onderwijs aan alle leerlingen in de leeftijd van 4 tot 12 jaar in het basisonderwijs, het speciaal basisonderwijs en het speciaal onderwijs. De doelgroep van het protocol bestaat uit degenen die zich direct of indirect met het rekenwiskunde-onderwijs bezig houden, zowel binnen de scholen als daaromheen.

Het doel van rekenwiskunde-onderwijs is *functionele gecijferdheid*, afgestemd op de mogelijkheden van iedere individuele leerling. Hierbij gaat het om adequaat handelen in functionele, dagelijkse situaties. Het protocol geeft aanwijzingen om dit doel langs een aantal stappen te bereiken, met name wanneer de rekenwiskundige ontwikkeling van een leerling niet optimaal verloopt.

Het protocol biedt een leidraad voor de volgende activiteiten:

- het ontwikkelen van goed rekenwiskunde-onderwijs;
- het afstemmen van het onderwijs op de ontwikkeling van leerlingen;
- het voorkomen van rekenwiskunde-problemen;
- het gericht begeleiden van leerlingen met rekenwiskunde-problemen en dyscalculie;
- het ontwikkelen van rekenbeleid;
- het ontwikkelen van zorgbeleid.

Deze samenvatting is een korte weergave van de hoofdstukken waaruit het protocol ERWD is opgebouwd. De samenvatting volgt het protocol op de voet. Via de inhoudsopgave kan de lezer snel bij de betreffende passage in het protocol verder lezen. In de eerste vijf hoofdstukken zijn de visie en uitgangspunten, de theoretische onderbouwing en twee modellen gepresenteerd. Vanaf hoofdstuk 6 komen deze lijnen samen in de beschrijving van het handelen van de leraar en andere betrokkenen in de dagelijkse praktijk van het onderwijs.

Wij gebruiken in dit protocol afwisselend de termen rekenwiskundige ontwikkeling, rekenontwikkeling en proces van het leren rekenen. Voor de leesbaarheid gebruiken wij soms het woord rekenen en bedoelen daarmee de domeinen van rekenen-wiskunde zoals dit in het onderwijs is ingedeeld: Getallen en Bewerkingen, Verhoudingen, Meten en Meetkunde en Informatieverwerking.

Met basisonderwijs bedoelen wij het basisonderwijs, het speciaal basisonderwijs en het speciaal onderwijs.

De term *interne rekenexpert* wordt gebruikt voor de interne begeleider, de remedial teacher en de rekencoördinator.

In het protocol duidt *wij* op de groep auteurs en anderen die het protocol (mede) hebben ontwikkeld. Het persoonlijk voornaamwoord *we* wordt gebruikt in de onpersoonlijke betekenis vergelijkbaar met *men*.

Wij verwijzen naar de leerling of de leraar met *hij* of *hem*. Uiteraard bedoelen wij dit in een *gender*-neutrale zin.

Hoofdstuk 1. Visie en uitgangspunten

Het vertrekpunt van het protocol is de onderwijssituatie, waarbinnen passend onderwijs wordt aangeboden. Passend onderwijs is een samenspel tussen leerling, leerstof en leraar. Iedere leerling heeft recht op onderwijs dat goed afgestemd is op zijn mogelijkheden. Problemen bij het leren zijn normaal. Bij de ene leerling verloopt het leren makkelijker dan bij de andere leerling. Naarmate problemen groter worden, moet het onderwijs steeds nauwkeuriger worden afgestemd op de mogelijkheden van de individuele leerling.

Passend onderwijs begint bij goed onderwijs. De leraar is de professional. Hij heeft kennis van de ontwikkeling van leerlingen in het algemeen en, in het kader van dit protocol, specifiek van de rekenwiskundige ontwikkeling. De leraar werkt in een team van professionals. Gezamenlijk hebben zij de zorg voor de optimale ontwikkeling van elke individuele leerling van de school.

Het protocol ERWD biedt handvatten om het rekenwiskunde-onderwijs zo goed mogelijk af te stemmen op de ontwikkeling van iedere leerling en zoveel mogelijk problemen te voorkomen. De kwaliteit van het rekenwiskunde-onderwijs staat voorop. Kenmerken en mogelijkheden van de individuele leerling die het leren bevorderen of belemmeren spelen hierbij een rol. Daar waar problemen ontstaan, biedt het protocol handvatten voor optimale afstemming van het rekenwiskunde-onderwijs op de ontwikkeling van de leerling.

***Het eerste motto van het protocol is:
Waar mogelijk preventie, waar nodig zorg.***

Vanuit deze visie hanteren wij de volgende uitgangspunten als leidraad.

1. Functionele gecijferdheid.
2. Ontwikkeling van rekenwiskundige concepten als fundament.
3. Ieder kind is anders.
4. Afstemming van het onderwijsaanbod op de onderwijsbehoeften van de leerling.
5. Onderscheid tussen Ernstige rekenwiskunde-problemen en Dyscalculie.
6. Vroegtijdige signalering en onderkenning.
7. Diagnosticerend onderwijzen en handelingsgerichte diagnostiek.
8. Resultaatgerichte begeleiding.

De eerste vijf uitgangspunten onderbouwen onze visie op (ernstige) rekenwiskunde-problemen en dyscalculie. De uitgangspunten 6, 7 en 8 vormen de basis voor het handelen in de praktijk.

In de praktijk is de grens tussen ernstige rekenwiskunde-problemen en dyscalculie moeilijk te trekken. Alleen met extern diagnostisch onderzoek en vervolgens een periode van intensieve, deskundige begeleiding kan worden vastgesteld of het gaat om ernstige rekenwiskunde-problemen of om dyscalculie.

In het onderwijs hebben we te maken met gradaties van stagnatie in de rekenwiskundige ontwikkeling van individuele leerlingen. De leerlingen die vooruit lopen op de groep worden in dit protocol buiten beschouwing gelaten. In het protocol gebruiken wij de volgende gradaties:

- De normale, vrijwel ongestoorde ontwikkeling, waarbij de leerling voldoende baat heeft bij het standaard onderwijsaanbod.
- Een ontwikkeling met geringe rekenwiskunde-problemen, op te lossen binnen de school met gerichte begeleiding.
- Een ontwikkeling met ernstige rekenwiskunde-problemen die in principe op te lossen zijn met intensieve begeleiding binnen de school.
- Een ontwikkeling met ernstige en hardnekkige rekenwiskunde-problemen die in principe te begeleiden zijn binnen de school, eventueel met externe ondersteuning. Alleen in dit geval spreken wij van dyscalculie.

Het eerste doel van dit protocol is rekenwiskunde-problemen te voorkomen (preventie). Het tweede doel is het bieden van passende en effectieve begeleiding in situaties waar toch problemen ontstaan (interventie). Juist dan is optimale afstemming op de onderwijsbehoeften van de leerling noodzakelijk.

Door in het onderwijs de optimale afstemming van het onderwijsaanbod op onderwijsbehoeften van alle leerlingen na te streven, krijgen zowel preventie als interventie een handelingsgericht karakter.

DOEL Het doel van het protocol is:

- het bieden van passend rekenwiskunde-onderwijs aan alle leerlingen;
- het bieden van handreikingen voor de preventie van rekenwiskunde-problemen;
- het bieden van handreikingen en richtlijnen om problemen in de rekenwiskundige ontwikkeling vroegtijdig te signaleren en te verhelpen;
- het verhogen van de kwaliteit van de begeleiding van leerlingen met (ernstige) rekenwiskunde-problemen of dyscalculie;
- iedere leerling te brengen tot een passend, acceptabel niveau van functionele gecijferdheid.

Hoofdstuk 2. Achtergronden, afbakening en plaatsbepaling

In dit hoofdstuk positioneren wij het protocol ERWD te midden van opvattingen in en resultaten van (lopend) wetenschappelijk onderzoek. Wij hebben gekozen voor de belangrijkste recente ontwikkelingen en hebben die selectie aangescherpt op basis van bruikbaarheid voor de praktijk. Wij

gaan achtereenvolgens in op het leren in interactie en ontwikkelingen binnen de neurobiologische en neuropsychologische wetenschappen, de orthopedagogiek en de vakdidactiek.

De meningen zijn verdeeld over wat wordt verstaan onder dyscalculie. Er is geen eenduidige verklaring over de oorzaken van dyscalculie en over welke kindkenmerken hierbij in het geding zijn. Hierdoor is het moeilijk onderscheid te maken tussen twee soorten problemen. Enerzijds zijn er ernstige rekenwiskunde-problemen die uitsluitend ontstaan door specifieke kindkenmerken. Anderzijds zijn er problemen die ontstaan door onvoldoende of een gebrekkige afstemming van het onderwijs op specifieke onderwijsbehoeften van de leerling. Elk van beide vraagt om specifieke afstemming en deskundige begeleiding.

Wij geven de volgende werkdefinitie van ERWD, waarbij wij benadrukken dat het gaat om de combinatie van de onderwijsbehoeften van de leerling (in relatie tot zijn ontwikkeling en zijn kindkenmerken) met het onderwijsaanbod.

WERKDEFINITIE

Ernstige rekenwiskunde-problemen ontstaan wanneer het gedurende langere tijd niet lukt om de juiste afstemming te realiseren van het onderwijsaanbod op de onderwijsbehoeften van de leerling.

Wij spreken van *dyscalculie* als ernstige rekenwiskunde-problemen ontstaan ondanks tijdig ingrijpen, deskundige begeleiding en zorgvuldige pogingen tot afstemming. De problemen blijken hardnekkig te zijn. De rekenwiskundige ontwikkeling van de leerling wordt waarschijnlijk belemmerd door kindfactoren.

Hoofdstuk 3. De rekenwiskundige ontwikkeling van kinderen in vogelvlucht

Om zicht te krijgen op problemen in de ontwikkeling van kinderen en om aansluitend het onderwijs adequaat af te kunnen stemmen op de onderwijsbehoeften van de leerling, is een eerste vereiste dat leraren weten hoe kinderen zich ‘normaal’ ontwikkelen op het gebied van (taal en) rekenen.

Dit hoofdstuk geeft een globaal beeld van hoe kinderen rekenwiskundige kennis en vaardigheden ontwikkelen als deel van hun totale ontwikkeling. Het hoofdstuk volgt deze ontwikkeling aan de hand van de rekenwiskundige activiteiten die kinderen doen in de voorschoolse periode, de onderbouw, de middenbouw en de bovenbouw van het basisonderwijs. Wij nemen daarbij ruime marges in leeftijd.

Wij volgen de ontwikkeling van kinderen in vier leeftijdsfasen en op de vier domeinen van rekenwiskunde. In het volgende hoofdstuk volgen wij de ontwikkeling vanuit de invalshoek van vier hoofdlijnen van het leerproces.

Hoofdstuk 4. Leren rekenen en rekenproblemen

Goed rekenwiskunde-onderwijs is optimaal afgestemd op de ontwikkeling van de individuele leerling. Elke stap in de ontwikkeling van de leerling bouwt voort op eerder verworven inzichten, kennis en vaardigheden. Het afstemmen van het onderwijs op de ontwikkeling van de leerling maakt leren mogelijk. Onvoldoende of onjuiste afstemming kan leiden tot verstoring in het proces van leren rekenen.

In dit hoofdstuk beschrijven wij de rekenwiskundige ontwikkeling van leerlingen aan de hand van vier hoofdlijnen binnen alle (sub)domeinen: *begripsvorming*, *ontwikkelen van oplossingsprocedures*, *vlot leren rekenen* en *flexibel toepassen van kennis en vaardigheden*. De ontwikkeling op deze hoofdlijnen verloopt normaal gesproken volgtijdelijk. De ene is voorwaardelijk voor de volgende. Als de ontwikkeling op deze vier hoofdlijnen evenwichtig verloopt, is er sprake van een goede doorgaande rekenwiskundige ontwikkeling. Als er in één van deze hoofdlijnen ernstige problemen ontstaan of zelfs stilstand optreedt, kan er stagnatie in de totale rekenwiskundige ontwikkeling van een leerling ontstaan.

Per hoofdlijn wordt het volgende aangegeven.

- Welke ontwikkeling maken leerlingen globaal door?
- Welke knelpunten kunnen rekenzwakke leerlingen hierbij ervaren?
- Welke preventieve maatregelen zijn zinvol?
- Welke aandachtspunten zijn er voor interventie?

Inzicht in de vier hoofdlijnen is voorwaarde om de signalen op te kunnen vangen en de begeleiding van rekenzwakke leerlingen toe te spitsen op hetgeen zij nodig hebben. Wij pretenderen niet hierbij volledig te zijn. Leerlingen kunnen ook nog andere dan de genoemde signalen afgeven. Elk kind is anders.

Aan het einde van hoofdstuk 4 staat een overzicht van relevante signaleringspunten.

Hoofdstuk 5. Observeren en analyseren van leerprocessen

De rekenwiskundige ontwikkeling van leerlingen valt in de klassensituatie 'af te lezen' aan de rekenwiskundige activiteiten van de leerlingen. Het is dan ook cruciaal in de benadering van dit protocol dat leraren (en andere betrokkenen) het denken en handelen van leerlingen observeren, analyseren en interpreteren.

Het protocol biedt twee modellen als handvat: het *handelingsmodel* en het *drieslagmodel*. Deze modellen vormen de basis voor het volgen, observeren, analyseren en interpreteren van de rekenwiskundige ontwikkeling van leerlingen. Ze bieden aanknopingspunten om te bepalen wanneer en hoe problemen in de ontwikkeling van leerlingen ontstaan. Op basis van de analyses en interpretaties kan de leraar het rekenwiskunde-onderwijs beter afstemmen op de ontwikkeling en de onderwijsbehoeften van leerlingen.

Aan het einde van hoofdstuk 5 staat een lijst van aandachtspunten voor het signaleren van rekenwiskunde-problemen.

Het *handelingsmodel* is een schematische weergave van de rekenwiskundige ontwikkeling, zoals die geldt voor alle leerlingen. Het model bestaat uit vier handelingsniveaus.

1. Informeel handelen in werkelijkheidssituaties (doen);
2. Voorstellen – concreet (representeren van objecten en werkelijkheidssituaties in concrete afbeeldingen);
3. Voorstellen – abstract (representeren van de werkelijkheid aan de hand van denkmodellen);
4. Formeel handelen (formele bewerkingen uitvoeren).

Een goede ontwikkeling op de eerste twee handelingsniveaus is voorwaarde voor het handelen en functioneren op de twee hoogste niveaus. Het eerste handelingsniveau is tevens de link met het rekenen in dagelijkse situaties en daardoor de basis voor functionele gecijferdheid.

Wij beschrijven hoe een leraar aan de hand van het model:

- kan vaststellen op welke handelingsniveaus leerlingen in zijn les rekenen (observeren en signaleren);
- zijn onderwijs kan afstemmen op handelingsniveaus van leerlingen;
- handelingen van leerlingen kan observeren, analyseren en interpreteren om te bepalen wanneer interventies nodig zijn en welke interventies dat zijn.

Het *drieslagmodel* is een model voor probleemoplossend handelen. Het laat zien hoe een leerling de oplossingsprocedure van contextopdrachten doorloopt. De leerling gaat stapsgewijs van de context naar bewerking (plannen), vandaar naar oplossing (uitvoeren van de bewerking) en van de oplossing terug naar het oorspronkelijke probleem (reflecteren). Het eigenlijke rekenen is slechts een onderdeel van het probleemoplossend handelen, maar meestal wel essentieel voor het resultaat.

Wij beschrijven hoe het drieslagmodel werkt en hoe een leraar het kan inzetten als didactisch model en als model voor observatie en interventie. Bij de didactische toepassing leert hij leerlingen hoe zij met behulp van dit model rekenwiskundige problemen kunnen oplossen. Bij observatie en interventie beschrijven wij hoe de leraar het rekenen van leerlingen bij contexten, maar ook bij kale bewerkingen, systematisch kan analyseren en, indien nodig, hoe hij kan ingrijpen in het leerproces.

Het handelingsmodel en het drieslagmodel kunnen beide worden gebruikt in reguliere lessituaties, maar zijn essentieel voor het observeren van leerlingen bij diagnostisch onderzoek. Het handelingsmodel en het drieslagmodel kunnen worden gekoppeld. Tijdens de stappen van het probleemoplossend werken kunnen leerlingen hun rekenactiviteiten op verschillende handelingsniveaus uitvoeren.

Bij goed onderwijs stemt de leraar het onderwijsaanbod zo goed mogelijk af op de onderwijsbehoeften van de leerling. Als er toch problemen ontstaan kijkt de leraar niet alleen naar onderwijsfactoren maar ook naar kindkenmerken. Daarom is ook een paragraaf gewijd aan kindkenmerken in samenhang met het handelingsmodel en het drieslagmodel.

Hoofdstuk 6. Diagnosticerend onderwijzen

In het rekenwiskunde-onderwijs spelen drie variabelen een rol: de rekenwiskundige ontwikkeling van de leerling, het rekenwiskunde-onderwijs en de leraar. Zij vormen de pijlers van dit protocol. Deze pijlers worden in hun onderlinge samenhang beschreven. Elk van de pijlers beïnvloedt de andere. Het protocol zoekt steeds naar de optimale combinatie om de rekenwiskundige ontwikkeling van leerlingen zo goed mogelijk te laten verlopen.

Pijler 1. De leerling

De rekenwiskundige ontwikkeling van leerlingen wordt in vier fasen onderscheiden. Elke fase heeft een eigen kleurcode die in de afbeelding wordt gebruikt. In de volgorde van fase groen naar fase rood neemt de zorg en dus ook de specifieke afstemming toe.

De leerling kan tijdens een bepaalde periode van zijn rekenwiskundige ontwikkeling tot de ene fase behoren en op een ander moment tot een andere fase. De pijltjes in het schema geven aan dat een leerling kan wisselen van de ene fase naar de andere.



Afbeelding 6.1 Fasen-indeling rekenwiskunde-problemen

Pijler 2. Het rekenwiskunde-onderwijs

Goed of passend rekenwiskunde-onderwijs houdt in dat de leraar zijn onderwijsaanbod optimaal afstemt op de rekenwiskundige ontwikkeling van de leerling en de daaruit voortvloeiende onderwijsbehoeften. Dit betekent een continu proces van observeren, signaleren, analyseren, registreren, interpreteren en daardoor komen tot afstemming op specifieke onderwijsbehoeften. Om die afstemming op de ontwikkeling van de (individuele) leerling te realiseren, zijn zorgvuldige analyses van de vorderingen van de leerling en programmering van onderwijsactiviteiten noodzakelijk.

Daardoor kan de leraar differentiatie toepassen, dat wil zeggen dat leerlingen niet allemaal op hetzelfde ogenblik, in hetzelfde tempo, op dezelfde wijze hetzelfde werk doen.

Dit is kenmerkend voor diagnosticerend onderwijzen. Het begrip diagnosticerend onderwijzen lijkt uit te gaan van het perspectief van de leraar. De nadruk ligt echter op *diagnosticerend*, wat betekent dat de leraar zich concentreert op het denken en handelen van de leerling en zijn eigen pedagogisch en didactisch handelen daar zo goed mogelijk op afstemt.

Pijler 3. De leraar

Wij onderscheiden drie sporen van lesgeven. Deze zijn afhankelijk van de didactische begeleiding die een leraar aan een groep kan geven. Met name de manier waarop de leraar in staat is differentiatie toe te passen is bepalend. De bekwaamheid van de leraar is bepalend voor de mate waarin hij kan differentiëren. Een leraar kan groeien in zijn bekwaamheid.

De drie sporen zijn:

- Spoor 1. De leraar benadert de klas als een homogene groep. Hij kan omgaan met geringe verschillen in de groep.
- Spoor 2. De leraar differentieert binnen de groep met subgroepen.
- Spoor 3. De leraar differentieert binnen de groep met subgroepen en individuele leerlingen.

Hoofdstuk 6 beschrijft voor elk spoor het leraargedrag dat erbij past, de consequenties voor leerlingen en de gewenste ondersteuning voor de leraar zelf. Spoor 1 zien wij als de startfase voor beginnende leraren. Spoor 2 zien wij als de basis voor passend onderwijs. Op spoor 2 krijgt diagnosticerend onderwijzen vorm, waardoor afstemming kan worden gerealiseerd. De leraar kan differentiëren naar subgroepen. Op spoor 3 voert de leraar diagnosticerend onderwijzen verder door om – waar nodig – tot individuele afstemming te komen.

Iedere leraar maakt deel uit van een team. Elk team bestaat uit meer en minder ervaren leraren met verschillende specialismen, bijvoorbeeld rekenen of taal. Binnen een team zijn leraren die goed kunnen differentiëren bij rekenen-wiskunde en andere leraren die daar moeite mee hebben. De school kan het werken zo organiseren dat leraren elkaar ondersteuning bieden. Een leraar kan ook systematisch ondersteuning krijgen van een rekenexpert binnen de school.

Hoofdstuk 7. Intern diagnostisch onderzoek

In dit hoofdstuk beschrijven wij het proces van de diagnostiek binnen de school.

Wanneer bij een leerling in fase geel het vermoeden bestaat dat zelfs door gerichte afstemming de gewenste vooruitgang niet wordt geboekt, dan komt de leerling in fase oranje. Bij deze overgang gaan de leraar en de interne rekenexpert in overleg met het team en de ouders/verzorgers over tot een intern diagnostisch onderzoek. Dit onderzoek is diepgaander dan de rekengesprekken die de leraar op spoor 2 of 3 zelf voert in de klas.

Wij spreken van diagnostiek als het gaat om:

- een geplande interventie,
- met een duidelijke vraagstelling,
- in een systematisch gesprek met de leerling,

- aan de hand van een weloverwogen selectie van rekenwiskunde-opdrachten,
- met de bedoeling beter te begrijpen hoe de leerling denkt en rekent.

De interne onderzoeker (de interne rekenexpert of een leraar op spoor 3) is speciaal opgeleid om dergelijk onderzoek uit te voeren. Hij onderzoekt de (totale) rekenwiskundige ontwikkeling van de leerling (wat kan hij al?) en de wijze waarop de leerling leert rekenen. Hij neemt waar dat er mogelijk ook kindkenmerken een rol spelen. Een of meer diagnostische gesprekken met een individuele leerling leiden tot een verslag. Dit biedt het vertrekpunt om de afstemming voor deze leerling verder te verfijnen naar zijn specifieke onderwijsbehoeften. De interne rekenexpert stelt samen met de leraar een individueel handelingsplan voor de begeleiding van deze leerling. Dit plan bevat ontwikkeldoelen op korte en langere termijn.

In het gunstige geval zijn de maatregelen afdoende en komt het ontwikkelingsproces weer op gang. De leerling gaat terug naar fase geel.

De leerling gaat naar fase rood als blijkt dat de rekenwiskundige ontwikkeling van de leerling dreigt vast te lopen of te stagneren. Externe deskundige hulp is noodzakelijk. De leerling krijgt een verwijzing voor extern diagnostisch onderzoek.

Hoofdstuk 8. Extern diagnostisch onderzoek

In dit hoofdstuk gaan wij in op fase rood, die begint met invoeren van externe diagnostiek. De school heeft de grenzen bereikt van haar eigen mogelijkheden het onderwijs op de specifieke onderwijsbehoeften van de leerling af te stemmen. Er is meer specialistische diagnostische kennis nodig om te onderzoeken welke factoren de ontwikkeling van de leerling belemmeren. Vanuit die diagnose wordt bepaald welke intensieve begeleiding – zorgvuldig afgestemd op de specifieke onderwijsbehoeften van de leerling – noodzakelijk is. Deze vorm van onderzoek is de competentie van een externe onderzoeker, die hiervoor is opgeleid en geregistreerd. Hij is zelf tevens rekenexpert of werkt nauw samen met een rekenexpert.

De school en de ouders/verzorgers melden de leerling aan voor een extern onderzoek. De school doet in het aanvraagformulier verslag van de maatregelen die zij heeft getroffen. Zij vermeldt tevens de hulpvragen van de school, van de ouders/verzorgers en van de leerling, of hun gezamenlijke hulpvraag. De school beschrijft de specifieke hulp die geboden is aan de leerling en de bereikte resultaten daarvan.

In het protocol ERWD hanteren wij het *praktijkmodel handelingsgerichte diagnostiek (HGD)* voor de diagnostiek van en de advisering door de externe onderzoeker. In het protocol passen wij HGD specifiek toe voor de diagnostiek van en advisering over rekenwiskunde-problemen. Het diagnostisch onderzoek wordt uitgevoerd door de externe onderzoeker volgens de uitgangspunten en de fasen van HGD. De externe onderzoeker kijkt met een andere professionele blik naar de rekenwiskundige ontwikkeling van de leerling. Hij betreft daarbij de totale situatie van de leerling: de totale ontwikkeling van de leerling, de kindkenmerken inclusief intelligentie, de onderwijskenmerken en de opvoedings situatie.

De opbrengsten van de externe diagnostiek zijn uiteindelijk:

1. Een beeld van de specifieke onderwijsbehoeften van de leerling binnen de vier domeinen van rekenen-wiskunde.
2. Een beschrijving van het perspectief op lange termijn (koersbepaling).
3. Handelingsadviezen en concrete aanknopingspunten voor de begeleiding.

De externe onderzoeker schrijft een inhoudelijk verslag van zijn onderzoek met een *handelingsadvies* voor de begeleiding van de leerling. Indien van toepassing geeft de onderzoeker een *ERWD-indicatie* voor de leerling af. De leerling houdt gedurende een half jaar intensieve, individuele begeleiding.

De verantwoordelijkheid het handelingsadvies voor de intensieve begeleiding optimaal uit te voeren ligt bij de school. Na een periode van maximaal een half jaar vindt de evaluatie plaats en worden afspraken gemaakt voor vervolg.

Bij een goede, intensieve begeleiding, eventueel met externe ondersteuning, en bij aantoonbaar effect heeft de leerling zicht op terugkeer in fase oranje. Blijkt echter dat de ernstige problemen hardnekkig blijven en dat de leerling aantoonbaar (methodegebonden toetsen en LOVS) niet of onvoldoende vooruit gaat, dan kan de externe onderzoeker een *dyscalculieverklaring* verlenen. Deze verklaring is geldig voor de hele verdere schoolcarrière van de leerling.

Bij deze verklaring geeft de externe onderzoeker aan welke faciliteiten en begeleiding de leerling nodig heeft. Deze verklaring kan in principe alleen worden afgegeven voor leerlingen vanaf groep 6 en met voldoende intelligentie. Bij jonge kinderen wordt tot aan eind groep 5 alleen een ERWD-indicatie afgegeven.

Hoofdstuk 9. Begeleiding

Dit hoofdstuk beschrijft aspecten van een goede begeleiding van leerlingen in de fasen geel, oranje en rood. Wij kiezen voor de term begeleiding en handelingsplan om duidelijk te maken dat het niet gaat om de leerling te ‘behandelen’. Het handelingsplan is bedoeld voor de leraar om het onderwijs (de begeleiding) zo goed mogelijk te kunnen afstemmen op de specifieke onderwijsbehoeften van de individuele leerling. Een goede begeleiding bestaat uit samenwerking met alle betrokkenen.

De organisatie, planning en uitvoering van de begeleiding zijn beschreven in het zorgbeleid. De begeleiding wordt ingepland in het model: groepsplan, werken met subgroepen, met daarbinnen individuele accenten. De begeleiding van leerlingen in fase geel vindt plaats in subgroepen. Voor de afstemming van de begeleiding van leerlingen in de fasen oranje en rood worden individuele momenten gecreëerd. De begeleiding wordt in principe uitgevoerd door de leraar met ondersteuning van de interne rekenexpert. De begeleiding vindt zo veel mogelijk plaats binnen de eigen groep. Soms kan een deel van de individuele begeleiding ook buiten de groep worden uitgevoerd.

Het streven is dat de leerling een vloeiende overgang ervaart tussen de inhoud en de aanpak van de begeleiding en van de activiteiten in de groep. Dit vereist een goede afstemming van inhoud en didactiek tussen alle betrokkenen. De begeleiding gaat uit van actieve betrokkenheid van de leerling. Het groepsonderwijs wordt inhoudelijk uitgebreid en versterkt met elementen uit de begeleiding. Dat kan ook een positieve uitwerking hebben op de andere leerlingen in de (sub)groep.

Voor de leerlingen in de fasen oranje en rood wordt een individueel handelingsplan opgesteld op basis van het extern diagnostisch onderzoek. Dit plan beschrijft waaruit de begeleiding van de individuele leerling moet bestaan. De interne rekenexpert en de groepsleraar stellen op basis hiervan een handelingsplan op. Dit omvat de volgende componenten:

- doelen op lange en korte termijn;
- inhoud;
- werkwijze;
- uitvoering (planning en organisatie);
- evaluatie.

Hoofdstuk 10. Stappenplan protocol ERWD

In de hoofdstukken 6 tot en met 9 hebben wij het proces van diagnostiserend onderwijzen, interne en externe diagnostiek en begeleiding beschreven.

Wij hebben de rekenwiskundige ontwikkeling van leerlingen aan de hand van de fasen groen, geel, oranje en rood beschreven.

Het onderwijs hebben wij beschreven aan de hand van de sporen 1, 2 en 3. Het diagnostiserend onderwijzen vindt plaats op de sporen 2 en 3.

In hoofdstuk 10 vatten wij de stappen samen op basis waarvan een school haar rekenbeleid kan inrichten, zodat dit beleid overeenstemt met de benadering die het protocol ERWD voorstaat. Aan de hand van een actiepuntenlijst kan de school verantwoord beslissingen nemen over opzet en uitvoering van haar beleid voor de begeleiding van leerlingen in alle fasen van rekenwiskundige ontwikkeling.

Het overzicht aan het eind van deze samenvatting laat zien hoe de fasen en de sporen in elkaar grijpen bij signalering, diagnostiek en begeleiding.

Hoofdstuk 11. De ouders/verzorgers als partners

In dit hoofdstuk beschrijven wij de rol van ouders/verzorgers bij het rekenwiskunde-onderwijs. Uitgangspunt is dat de school de ouders/verzorgers ziet als partners. De school en de ouders/verzorgers werken samen en vullen elkaar aan. Zij hebben daarbij verschillende verantwoordelijkheden. De ouders/verzorgers en de school streven in alle situaties naar een optimale samenwerking.

Eerst beschrijven wij hoe de school kan samenwerken met alle ouders/verzorgers. Vervolgens wordt ingegaan op de samenwerking met ouders/verzorgers van leerlingen in het basisonderwijs waarbij het afstemmen op onderwijsbehoeften tijdens de rekenlessen centraal staat.

Hoofdstuk 12. Schoolbeleid en organisatie

In de vorige hoofdstukken stond de leerling die rekenen-wiskunde leert centraal. Wij hebben aandacht besteed aan de afstemming tussen onderwijsbehoeften en onderwijsaanbod en de rol van de leraar (èn de ouders/verzorgers) hierbij. In dit hoofdstuk beschrijven wij wat het betekent voor een school om te werken overeenkomstig de benadering van het protocol ERWD. Dit heeft namelijk

gevolgen voor het schoolbeleid, de organisatie en voor de rollen en inzet van de professionals in de school.

Versterking van de kwaliteit van het rekenwiskunde-onderwijs kan niet los worden gezien van het totale beleid van een school. Daarom besteden wij aandacht aan het kader waarin de in dit protocol beschreven kwaliteitsimpuls een plek krijgt in de school.

Het realiseren van een dergelijke werkwijze kan voor veel scholen een tamelijk ingrijpende verandering betekenen. Daarom staan wij in dit hoofdstuk nadrukkelijk stil bij de mogelijke consequenties van dit veranderingsproces, zowel voor de leidinggevenden als voor het team.

Fase	Signalering	Diagnostiek	Begeleiding
Fase groen	Deskundigheid minimaal op spoor 1:	Deskundigheid minimaal op spoor 1:	Deskundigheid minimaal op spoor 1:
<p>Leerling ontwikkelt zich gemiddeld of goed en functioneert in de grote groep.</p> <p>Resultaat: +: naar fase 'blauw' 0/-: naar fase 'geel'</p>	<p>De leraar observeert de leerlingen volgens aanwijzingen in de methode.</p>	<p>De interne rekenexpert ondersteunt de leraar. Hij analyseert samen met de leraar de resultaten op de bloktoetsen en het LOVS en stelt een groepsplan op.</p>	<p>De begeleiding vindt plaats volgens aanwijzingen in de methode.</p> <p>Bij te weinig aantoonbare vorderingen gaat de leerling naar fase geel.</p>
Fase geel, intern max. 0.5 jr.	Deskundigheid minimaal op spoor 2:	Deskundigheid minimaal op spoor 2:	Deskundigheid minimaal op spoor 2:
<p>De leerling ervaart geringe rekenwiskunde- problemen op deelgebieden.</p> <p>Resultaat: +: naar fase 'groen' 0/-: naar fase 'oranje'</p>	<p>De leraar observeert dagelijks op specifieke onderdelen, houdt de vorderingen op toetsen en LOVS bij en analyseert de resultaten.</p>	<p>De leraar voert rekengesprekken met de leerling, analyseert het resultaat en stelt een begeleidingsplan op.</p>	<p>Leerling krijgt extra begeleiding in een subgroep.</p> <p>Bij te weinig of geen aantoonbare vorderingen gaat de leerling naar fase oranje.</p>
Fase oranje, intern max. 0.5 jr.	Deskundigheid minimaal op spoor 3:	Deskundigheid minimaal op spoor 3:	Deskundigheid minimaal op spoor 3:
<p>De leerling ervaart ernstige rekenwiskunde- problemen op enkele of alle deelgebieden.</p> <p>Resultaat: +: naar fase 'geel' 0/-: naar fase 'rood'</p>	<p>De leraar observeert dagelijks op specifieke onderdelen, houdt de vorderingen op toetsen en LOVS bij en analyseert samen met de interne rekenexpert de resultaten.</p>	<p>De leraar voert een diagnostisch gesprek met de leerling, analyseert samen met de interne rekenexpert het resultaat en stelt een individueel handelingsplan op.</p>	<p>Het schoolteam voert de begeleiding uit.</p> <p>De leerstof en de instructie worden afgestemd op de onderwijsbehoeften van de individuele leerling.</p> <p>Bij te weinig of geen aantoonbare vorderingen wordt de leerling aangemeld voor extern onderzoek.</p>
Fase rood, intern max. 0.5 jr.	Extern:	Extern/intern:	Intern evt. extern:
<p>De problemen zijn ernstig en hardnekkig. De leerling wordt aangemeld voor extern onderzoek.</p> <p>Resultaat: +: naar fase 'oranje' 0/-: bijstellen handelingsplan en dyscalculieverklaring, blijvende begeleiding in fase rood.</p>	<p>De externe onderzoeker verzamelt informatie over de leerling en stelt verslag op. (zie hoofdstuk 8)</p>	<p>De externe onderzoeker voert het diagnostisch onderzoek uit zoals beschreven in hoofdstuk 8 en stelt samen met het team een individueel handelingsplan op.</p>	<p>Het schoolteam voert de begeleiding uit.</p> <p>De leerstof en de instructie worden afgestemd op de onderwijsbehoeften van de individuele leerling.</p> <p>Indien nodig wordt de begeleiding uitgevoerd door een externe expert in nauw overleg met de school.</p>

Afbeelding 10.3 Samenvattend overzicht fasen, bijbehorende signalering, diagnostiek en begeleiding

1 **Visie en uitgangspunten**

In dit hoofdstuk worden de pijlers gezet voor het landelijk protocol Ernstige RekenWiskunde-problemen en Dyscalculie (ERWD). Wij beschrijven *de uitgangspunten* die de kern vormen van dit protocol en *de visie* waarop deze uitgangspunten zijn gebaseerd.



1.1 Visie

Het protocol Ernstige RekenWiskunde-problemen en Dyscalculie (ERWD) is ontwikkeld in het kader van *Passend onderwijs* van het ministerie van OCW. *Passend onderwijs* heeft als doel elke leerling onderwijs te bieden dat aansluit bij zijn of haar mogelijkheden.

“Elk kind een jas die past” is een oud gezegde in het onderwijs, maar actueel als kern van passend onderwijs. Er zijn nog altijd teveel leerlingen die een jas geboden krijgen die veel te groot is en waarin de leerling verdrinkt, of een jas die scheef zit waardoor de leerling zich niet op de juiste manier ontwikkelt. Ook zijn er leerlingen met een te krappe jas. Dit zijn de leerlingen die meer kunnen dan het onderwijs, ofwel de school, kan bieden.

Onderwijs is een samenspel tussen leerling, leerstof en leraar. Iedere leerling heeft recht op onderwijs dat goed afgestemd is op zijn of haar mogelijkheden. Problemen bij het leren zijn normaal. Bij de ene leerling verloopt het leren makkelijker dan bij de andere leerling. Naarmate problemen groter worden zal het onderwijs steeds nauwkeuriger moeten worden afgestemd op de mogelijkheden van de leerling.

Passend onderwijs begint bij goed onderwijs. De leraar is de professional. Hij heeft kennis van de ontwikkeling van leerlingen in het algemeen en, in het kader van dit protocol, specifiek van de rekenwiskundige ontwikkeling van leerlingen.

De leraar werkt in een team van professionals. Gezamenlijk hebben zij de zorg voor de optimale ontwikkeling van elke individuele leerling van de school.

Vanaf het moment dat de leerling aan zijn onderwijsloopbaan begint, heeft de school de taak om het onderwijs zo goed mogelijk af te stemmen op de ontwikkeling en de mogelijkheden van die leerling. Daar waar problemen ontstaan zal de school zich extra inspannen om het onderwijs optimaal af te stemmen.

Dit doet een groot beroep op de professionaliteit van de leraar en van teams van leraren.

Het protocol ERWD biedt handvatten om het rekenwiskunde-onderwijs zo goed mogelijk te kunnen afstemmen op de ontwikkeling van iedere leerling en zoveel mogelijk problemen te voorkomen. De kwaliteit van het rekenwiskunde-onderwijs staat voorop. Daarbij hebben we te maken met kenmerken en mogelijkheden van het individuele kind die het leren bevorderen of belemmeren. Daar waar problemen ontstaan, biedt het protocol handvatten voor optimale afstemming van het rekenwiskunde-onderwijs op de ontwikkeling van de leerling.

Het eerste motto van het protocol ERWD is:

Waar mogelijk preventie, waar nodig zorg.

1.2 Uitgangspunten

Het ultieme doel van het rekenwiskunde-onderwijs is het bereiken van functionele gecijferdheid. Dit doel kan worden bereikt met een aantal stappen. Vanuit de visie in paragraaf 1.1 hanteren wij de volgende uitgangspunten als leidraad:

- 1 Functionele gecijferdheid.
- 2 Ontwikkeling van rekenwiskundige concepten als fundament.
- 3 Ieder kind is anders.
- 4 Afstemming van het onderwijsaanbod op de onderwijsbehoeften van de leerling.
- 5 Onderscheid tussen ernstige rekenwiskunde-problemen en dyscalculie.
- 6 Vroegtijdige signalering en onderkenning.
- 7 Diagnosticerend onderwijzen en handelingsgerichte diagnostiek.
- 8 Resultaatgerichte begeleiding.

De eerste vijf uitgangspunten onderbouwen onze visie op ernstige rekenwiskunde-problemen en dyscalculie. De uitgangspunt 6, 7 en 8 vormen de basis voor het handelen in de praktijk.

Uitgangspunt 1. Functionele gecijferdheid

Het doel van goed rekenwiskunde-onderwijs is het ontwikkelen van functionele gecijferdheid.

Het uiteindelijke doel van het rekenwiskunde-onderwijs is het ontwikkelen van bruikbare kennis en vaardigheden op het gebied van rekenen en wiskunde.

De Europese Commissie beschrijft geletterdheid en gecijferdheid als kerncompetenties van (jong) volwassenen om te kunnen functioneren in de maatschappij en als basis voor verdere ontwikkeling.

Functionele gecijferdheid is meer dan alleen ‘technische’ rekenwiskundige vaardigheid. Het gaat om het adequaat kunnen handelen in functionele, dagelijkse situaties. Bijvoorbeeld dat iemand na het lezen van een vertrekstaat op een NS-station naar het juiste perron gaat en daar op tijd is.

Hiervoor is het nodig dat de persoon in deze situatie rekenwiskundige aspecten herkent, weet wat ze betekenen, welke acties daarbij kunnen of moeten worden ondernomen, daarnaar handelt en reflecteert op zijn eigen handelen.

In andere situaties is het handig als iemand iets kan uitrekenen, bijvoorbeeld de oppervlakte van een terras om het aantal tegels te kunnen bepalen. Hierbij wordt een beroep gedaan op de rekenwiskundige vaardigheid van de persoon met als doel om bij de bouwmarkt het juiste aantal tegels te kopen. De handeling is succesvol als het aantal tegels klopt. In de praktijk leren mensen van hun eigen successen en fouten.

In het laatste voorbeeld gaat het om een situatie die vraagt om het kunnen begrijpen en analyseren van informatie, daaraan betekenis kunnen verlenen en kunnen bepalen welke rekenwiskundige vaardigheid toegepast kan worden om adequaat te kunnen handelen, en dat alles in onderlinge samenhang en meestal in een snel tempo.

KERN De vertaalslag van een rekenwiskundig probleem in een praktische, functionele situatie (context) naar een rekenwiskundige activiteit wordt ook wel *horizontaal mathematiseren* genoemd (Treffers, 1991; Gravemeijer, 1994, 2003).

Goed kunnen rekenen is geen doel op zich. Rekenen in het dagelijkse leven bestaat niet uit losse rekenactiviteiten. Het is altijd ingebed in een functionele situatie. Rekenen is een *tool* om in de maatschappij goed te kunnen functioneren (zie ook Boekaerts en Simons, 1995).

Het rekenwiskunde-onderwijs heeft als taak om vooral bruikbare kennis en vaardigheden te ontwikkelen bij de leerlingen voor het heden en voor de toekomst. In het basisonderwijs wordt hiervoor de basis gelegd. In het voortgezet onderwijs ontwikkelen jongeren kennis en vaardigheden om een (beroeps)opleiding te kunnen volgen en om te kunnen functioneren in de maatschappij. Het voortgezet onderwijs is een onmisbare schakel op weg naar vervolgonderwijs en naar de arbeidsmarkt.

Met dit doel voor ogen besteden wij in het protocol veel aandacht aan het geven van betekenis aan rekenen-wiskunde en aan het ontwikkelen van bruikbare kennis en vaardigheden, zodat alle leerlingen uiteindelijk een niveau van functionele gecijferdheid bereiken dat bij hen past.

Uitgangspunt 2. Ontwikkeling van rekenwiskundige concepten als fundament

Het begrijpen van rekenwiskundige concepten is het fundament van een goede rekenwiskundige ontwikkeling.

Om de getallenwereld te begrijpen is het noodzakelijk dat leerlingen goede rekenwiskundige concepten ontwikkelen en er de verbanden tussen leren zien (zie ook Fosnot en Dolk, 2002; Dolk, 2005). Hiermee bedoelen wij het kennen van eigenschappen van getallen en bewerkingen en hun onderlinge relaties, en het ontwikkelen van netwerken van rekenwiskundige kennis. Bijvoorbeeld:

- Het begrijpen van de relaties tussen maateenheden binnen het metriek stelsel.
- Inzicht hebben in het systeem van rekenen met geld.
- Het begrijpen van het systeem van klokkijken en de kalender (uren, dagen, weken, maanden en jaren).
- Begrijpen dat breuken en procenten iets met elkaar te maken hebben.
- Weten dat berekeningen als 4×125 , 2×250 en $\frac{1}{2} \times 1000$ dezelfde uitkomst hebben.

Goede rekenwiskundige concepten zijn een noodzakelijke voorwaarde voor het ontwikkelen en begrijpen van goede oplossingsprocedures.

Onbegrepen procedures leiden tot fragmentarische kennis, gebrekkige concepten en misconcepten, doen een groot beroep op het geheugen en leiden vaker tot fouten.

Jonge kinderen ontwikkelen rekenwiskundige concepten intuïtief op basis van ervaringen en door informeel handelen, bijvoorbeeld in spelsituaties, zonder dat rekenwiskundige concepten formeel worden benoemd of van buiten worden aangereikt.

Naarmate leerlingen ouder worden raken zij steeds meer vertrouwd met het denken en rekenen op een hoger, meer formeel niveau en kunnen ze daarbij ook oplossingsprocedures op een hoger formeel niveau gebruiken. Dit gebeurt niet vanzelf, maar gaat gepaard met doelgerichte activiteiten in (schoolse) leersituaties. Zij leren gebruik te maken van denkmodellen en van formele rekenwiskundige notaties en procedures. Ook leren zij de bijbehorende rekentaal gebruiken en wiskundig redeneren. In een evenwichtige rekenwiskundige ontwikkeling maken leerlingen gebruik van rekenwiskundige concepten, procedures en taal die ze begrijpen, omdat die aansluiten bij hun ontwikkeling.

Het is noodzakelijk dat rekenwiskunde-onderwijs erop gericht is dat leerlingen zich deze rekenwiskundige concepten en netwerken eigen maken. Dit gebeurt geleidelijk en systematisch, passend bij de ontwikkelingsfasen van de leerlingen. Daarnaast zullen leerlingen ook op informele wijze relevante ervaringen opdoen die de rekenwiskundige ontwikkeling beïnvloeden.

Het schakelen tussen het informele en het formele handelen blijft in alle fasen van de rekenwiskundige ontwikkeling dan ook van belang. Juist dit schakelen biedt leerlingen inzicht in en begrip van de getallenwereld. Het informele handelen is tevens de link met het rekenen in functionele situaties. Het kunnen schakelen tussen het formele en informele handelen draagt bij aan het bereiken van functionele gecijferdheid.

Uitgangspunt 3. Ieder kind is anders

Ieder kind bereikt de rekenwiskundige doelen op zijn eigen manier en in zijn eigen tempo.

Fosnot en Dolk (2002) beschrijven de rekenwiskundige ontwikkeling als een reis door een leerlandschap waarbij iedere leerling via een eigen route langs dezelfde bakens, stap voor stap, rekenwiskundige concepten ontwikkelt. De bakens staan voor de rekenwiskundige concepten en procedures die leerlingen zich eigen moeten maken om verder te komen in hun rekenwiskundige ontwikkeling. Ze komen niet allemaal even ver, volgen niet allemaal dezelfde route en vorderen niet in hetzelfde tempo.

Kinderen verschillen van nature in hun ontwikkelingsmogelijkheden en in hun vermogen om te leren rekenen. Diverse studies tonen aan dat kinderen van nature een bepaalde gevoeligheid hebben voor het ontwikkelen van rekenkennis (Dehaene, Molko, Cohen & Wilson, 2004; Butterworth, 1999). Kinderen kunnen daarbij meer of minder gevoelig zijn voor het ontwikkelen van rekenproblemen (Leseman, 2004). Kinderen die gevoelig zijn voor het ontwikkelen van rekenwiskunde-problemen noemen wij *rekenzwak*. Het vermogen om te leren rekenen is niet hetzelfde als intelligentie. Ook intelligente kinderen kunnen een beperkt vermogen hebben om te leren rekenen. Hetzelfde geldt voor (hoog)begaafde kinderen.

Onderzoek toont aan dat in de voorschoolse periode de culturele en de sociaal-economische status van het gezin belangrijke factoren zijn voor de rekenwiskundige ontwikkeling van kinderen (Tudge & Doucet, 2004). Een omgeving met een beperkt aanbod van prikkels op het gebied van rekenwiskunde kan een belangrijke oorzaak zijn van het ontstaan van rekenwiskunde-problemen.

Ook voor rekenzwakke leerlingen geldt dat zij goede rekenwiskundige concepten moeten ontwikkelen om hun eigen rekenwiskundig handelen te begrijpen en om functionele kennis en vaardigheden te ontwikkelen. Het onderwijs aan rekenzwakke leerlingen is in principe gericht op het ontwikkelen van dezelfde concepten en procedures als bij andere leerlingen. Alleen maar extra oefenen van procedures die niet gebaseerd zijn op inzicht, heeft weinig zin.

Iedere leerling ontwikkelt rekenwiskundige concepten en daarbij passende procedures op zijn eigen manier en in zijn eigen tempo. Het onderwijs dient daarop te worden afgestemd. Sommige leerlingen hebben andere instructie en meer tijd nodig om zich bepaalde concepten en procedures eigen te maken dan in de methode staat aangegeven. Sommigen ontwikkelen minder verfijnde en minder uitgebreide netwerken, maar zij kunnen wel elementaire kennis en vaardigheden ontwikkelen op basis waarvan zij geleidelijk een bij hen passend niveau van functionele gecijferdheid bereiken.

Bovenstaande betekent dat leerlingen die erg gevoelig zijn voor het ontwikkelen van rekenwiskunde-problemen sterk afhankelijk zijn van de juiste stimulans vanuit hun directe omgeving. Een passend onderwijsaanbod is essentieel voor het voorkomen of beperken van rekenwiskunde-problemen.

Uitgangspunt 4. Afstemming van het onderwijsaanbod op de onderwijsbehoeften

Een doorgaande rekenwiskundige ontwikkeling is het resultaat van een goede afstemming van het onderwijs op de ontwikkeling van de leerling.

Goed rekenwiskunde-onderwijs is optimaal afgestemd op de ontwikkeling van de individuele leerling. Elke stap bouwt voort op eerder verworven inzichten, kennis en vaardigheden.

Het afstemmen van het onderwijs op de ontwikkeling van de leerling maakt leren mogelijk. Dat brengt de leerling op een hoger niveau van rekenwiskundig denken en handelen. De leerling bereikt via de eigen route en in eigen tempo het volgende baken in zijn ontwikkeling. De leerling blijft in beweging en in ontwikkeling. Onvoldoende of onjuiste afstemming brengt het proces van het leren tot stilstand en kan leiden tot stagnatie van de ontwikkeling, het ontstaan van misconcepten of onderpresteren. Met name het fundamentele proces van het begrijpen van de structuur van getallen en de eigenschappen van bewerkingen is voorwaarde om tot een goede rekenwiskundige ontwikkeling te komen.

Leerlingen met meer eigen kracht slagen er vaker in om zelf verbanden te herkennen en relaties te leggen met eerder verworven kennis en vaardigheden. Deze *rekensterke* leerlingen zijn minder gevoelig voor kleine *misfits* in de afstemming. Zij leren als het ware ondanks het onderwijs.

Voor leerlingen die minder eigen kracht kunnen inzetten in het proces van leren rekenen is deze afstemming cruciaal. Zij zijn afhankelijk van het geboden onderwijs. Voor deze rekenzwakke leerlingen luistert de afstemming zeer nauw. Als het rekenwiskunde-onderwijs steeds uit de pas loopt – ook al is dat in lichte mate – met wat deze leerlingen nodig hebben, kan de rekenwiskundige ontwikkeling worden belemmerd of zelfs stagneren.

Van jongs af aan optimaal afstemmen op de onderwijsbehoeften kan belemmering of stagnatie beperken of zelfs voorkomen (zie ook Gelderblom, 2008).

Uitgangspunt 5. Onderscheid tussen ernstige rekenwiskunde-problemen en dyscalculie

Ernstige rekenwiskunde-problemen kunnen ontstaan als er onvoldoende afstemming wordt gerealiseerd tussen het onderwijs en de onderwijsbehoeften van de leerling.

Wij spreken van *dyscalculie* als ernstige rekenwiskunde-problemen ontstaan ondanks deskundige begeleiding en zorgvuldige pogingen tot afstemming en hardnekkig blijven.

Wanneer het onderwijsaanbod is afgestemd op de onderwijsbehoeften van de leerling, zal de rekenwiskundige ontwikkeling soepel verlopen. Dit betekent niet dat zich geen problemen kunnen voordoen. In elke onderwijssituatie kan het voorkomen dat sommige leerlingen problemen ervaren bij het leren van rekenen-wiskunde. De leraar neemt scherp waar hoe de leerlingen zich ontwikkelen en stelt zo nodig de lesdoelen voor bepaalde leerlingen bij en probeert het onderwijsaanbod nog nauwkeuriger af te stemmen op de onderwijsbehoeften van die leerlingen. Dreigende problemen worden afgewend of problemen worden opgelost. Mogelijk ontstaan bij een nieuwe stap weer problemen en ook die kunnen weer worden opgelost. Er treedt geen stagnatie op in het leerproces.

Ernstige rekenwiskunde-problemen kunnen ontstaan wanneer het gedurende langere tijd niet lukt om de juiste afstemming te realiseren. Er is geen of onvoldoende aantoonbare ontwikkeling. In deze situatie kan de leerling door een zorgvuldig afgestemde individuele begeleiding soms geleidelijk aan en stapsgewijs weer vooruitgang laten zien. Deze begeleiding wordt binnen de school opgezet en uitgevoerd (eventueel met expertise van buiten).

Bij sommige leerlingen ontstaan, ondanks tijdig ingrijpen en zorgvuldige pogingen tot afstemming, toch ernstige rekenwiskunde-problemen. De rekenwiskundige ontwikkeling van de leerling wordt waarschijnlijk belemmerd door kindfactoren. De ernstige problemen zijn hardnekkig en de rekenwiskundige ontwikkeling van de leerling kan daardoor stagneren. Externe deskundige hulp en intensieve begeleiding zijn noodzakelijk. Wij noemen de ernstige problemen hardnekkig als de leerling gedurende maximaal een half jaar ondanks deskundige begeleiding niet of nauwelijks aantoonbaar vooruitgang laat zien. In deze situatie spreken wij van dyscalculie (zie verder hoofdstuk 2).

In de praktijk is de grens tussen ernstige rekenwiskunde-problemen en dyscalculie moeilijk te trekken. Alleen met extern diagnostisch onderzoek en vervolgens een periode van intensieve, deskundige begeleiding kan worden vastgesteld of het gaat om ernstige rekenwiskunde-problemen of om dyscalculie (zie verder hoofdstuk 8).

In het onderwijs hebben we te maken met gradaties van problemen in de rekenwiskundige ontwikkeling van individuele leerlingen. De leerlingen die vooruit lopen op de groep worden in dit protocol buiten beschouwing gelaten.

In het protocol gebruiken wij de volgende gradaties:

- 1 De normale, vrijwel ongestoorde ontwikkeling, waarbij de leerling voldoende baat heeft bij het standaard onderwijsaanbod.
- 2 Een ontwikkeling met geringe rekenwiskunde-problemen, die op te lossen zijn binnen de school met gerichte begeleiding.
- 3 Een ontwikkeling met ernstige rekenwiskunde-problemen, die in principe op te lossen zijn met intensieve begeleiding binnen de school.
- 4 Een ontwikkeling met ernstige en hardnekkige rekenwiskunde-problemen, die in principe te begeleiden zijn binnen de school, eventueel met externe ondersteuning. Alleen in dit geval spreken wij van dyscalculie.

Uitgangspunt 6. Vroegtijdige signalering en onderkenning

Voorkomen is beter dan genezen.

Hoe eerder gesignaleerd wordt dat een leerling gerichte of deskundige begeleiding nodig heeft om de rekenwiskundige ontwikkeling te stimuleren, hoe eerder de school die begeleiding kan bieden. Vaak wordt de noodzaak van specifieke begeleiding tijdens de beginnende rekenwiskundige ontwikkeling in de onderbouw van het basisonderwijs onvoldoende gesignaleerd en niet tijdig onderkend. Beginnende rekenwiskunde-problemen bij jonge leerlingen worden vaak toegeschreven aan het 'nog in ontwikkeling zijn' of 'er nog niet aan toe zijn' van de leerling. De leerling doet 'gewoon' mee met de andere leerlingen in de klas, al of niet met extra hulp, maar kan het tempo van de groep niet volgen. Hij pakt fragmentarische kennis op en komt niet tot goede conceptontwikkeling. De leerling kan zich lang op basis van zijn geheugen 'redden', omdat er nog met kleine getallen en eenvoudige bewerkingen wordt gewerkt die nog uit het hoofd zijn te leren. Maar juist dan

bouwt de leerling al een – soms nog onmerkbaar – achterstand op, verliest het plezier in rekenen en daarmee zijn motivatie om zich (extra) in te spannen.

Vanaf de tweede helft van groep 4 of aan het begin van groep 5, als er meer met grotere getallen wordt gerekend en er een groter beroep wordt gedaan op het redeneren op basis van getalnetwerken, worden rekenwiskunde-problemen pas echt zichtbaar.

Juist in de onderbouw, vanaf groep 1, is het noodzakelijk om de rekenwiskundige ontwikkeling van de leerlingen nauwgezet te volgen door middel van regelmatig observeren en het op speelse wijze toetsen van informele kennis en vaardigheden.

Uitgangspunt 7. Diagnosticerend onderwijzen en handelingsgerichte diagnostiek

Goed rekenwiskunde-onderwijs is een continu proces van observeren, analyseren en afstemmen.

In dit protocol gaan wij uit van *diagnosticerend onderwijzen* en *handelingsgerichte diagnostiek*.

Diagnosticerend onderwijzen is een manier van lesgeven die voortdurend inspeelt op wat de leerlingen doen en zeggen. In plaats van het verzorgen van een standaard aanbod (bijvoorbeeld zoals het letterlijk in de methode staat) vindt er een continu proces plaats van observeren, signaleren, analyseren, registreren, interpreteren en afstemmen.

De keuze voor diagnosticerend onderwijzen lijkt, afgaande op het woord, een keuze voor het perspectief van de leraar. Toch is dat schijn. De nadruk ligt op het begrip diagnosticerend en verwijst rechtstreeks naar het denken en handelen van de leerling. Daar moet het handelen van de leraar op aansluiten (zie hoofdstuk 12).

Het protocol biedt twee modellen om leerprocessen van leerlingen te observeren en analyseren. Op basis van deze observaties en analyses kan het onderwijs worden afgestemd op de onderwijsbehoeften van de leerling: het handelingsmodel en het drieslagmodel (zie hoofdstuk 5).

Dat betekent in de praktijk dat de leraar zijn handelen voortdurend laat leiden door actuele waarnemingen: observaties, resultaten van een bloктоets of een onafhankelijke voortgangstoets, gesprekken met leerlingen. Deze gegevens maken het mogelijk de instructies, de opdrachten en de organisatie van de les af te stemmen op de behoeften van de leerlingen.

Voor de werkwijze bij een diagnostisch onderzoek door een externe deskundige kiezen wij voor de procedure van handelingsgerichte diagnostiek (HGD) (Pameijer & Van Beukering, 2004). HGD biedt een systematische aanpak voor diagnostisch onderzoek. Deze werkwijze wordt in de praktijk al veel gebruikt. HGD biedt tevens aanknopingspunten voor de begeleiding van de leerling na het diagnostisch onderzoek.

Uitgangspunt 8. Resultaatgerichte begeleiding

De begeleiding van de leerling volgt de uitgezette koers, maar aantoonbare resultaten leiden zo nodig tot (lichte) koersverandering.

Bij een zorgvuldig afgestemde, resultaatgerichte begeleiding staat de totale ontwikkeling van de leerling centraal. Dit is alleen mogelijk bij een zorgvuldige opgesteld *individueel handelingsplan* waarin zowel ontwikkelingsdoelen (domeinoverstijgend) als rekenwiskundige doelen (domeinspecifiek) zijn geformuleerd. Deze doelen zijn vertaald naar doelen op lange termijn, korte termijn en doelen per les. Vervolgens worden de lesdoelen uitgewerkt naar concrete activiteiten per les.

De formulering van concrete doelen per les maakt resultaatgerichte begeleiding mogelijk. Het individueel handelingsplan is echter geen strak keurslijf. Ook hier is continu sprake van afstemming

op de onderwijsbehoeften van de leerling. Dat betekent regelmatig nuanceren van doelen, zonder de grote lijn uit het oog te verliezen. Ook hier is diagnosticerend onderwijzen essentieel.

De begeleiding wordt met vereende krachten en in constructieve samenwerking uitgevoerd door de rekenexpert, groepsleraar, ouders/verzorgers en eventuele andere deskundigen. Ook de leerling heeft een actieve inbreng.

Om optimaal rendement van de begeleiding te kunnen behalen is deskundigheid een eerste vereiste. Dit betekent dat gespecialiseerde professionals de aangewezen personen zijn voor begeleiding van leerlingen met specifieke onderwijsbehoeften.

Het tweede motto van het protocol ERWD is:

De zwakste leerling heeft recht op de beste leraar.

Bron: Dumont (1994)

1.3 Doel: waar mogelijk preventie, waar nodig zorg

Het startpunt van het protocol ERWD ligt in de onderwijssituatie: waar mogelijk preventie, waar nodig zorg, het eerste motto van het protocol.

Op basis van de uitgangspunten in paragraaf 1.2 kiezen wij principieel voor het benoemen van de rekenwiskundige ontwikkeling (en van eventuele problemen hierbij) in termen van de afstemming van het onderwijsaanbod op de onderwijsbehoeften van de leerling.

Het eerste doel van dit landelijk protocol Ernstige RekenWiskunde-problemen en Dyscalculie is het voorkomen van rekenwiskunde-problemen (preventie).

Het tweede doel is het bieden van passende en effectieve begeleiding in situaties waar toch problemen ontstaan (interventie). Juist dan is optimale afstemming op de onderwijsbehoeften van de leerling noodzakelijk.

Door de optimale afstemming van het onderwijsaanbod op onderwijsbehoeften van alle leerlingen na te streven, krijgen zowel preventie als interventie een handelingsgericht karakter.

Het protocol ERWD biedt handreikingen en richtlijnen voor het handelen van de leraar, de rekenexpert en de externe deskundige. Hiermee kunnen zij in de praktijk effectief rekenwiskunde-onderwijs realiseren en optimaal onderwijsrendement nastreven. Het reikt mogelijkheden aan om de afstemming van het onderwijsaanbod op de onderwijsbehoeften van de leerling te optimaliseren. Het biedt ondersteuning bij het inrichten van onderwijsleerprocessen en bij het begeleiden van leerlingen bij wie de ontwikkeling van rekenen-wiskunde niet optimaal verloopt of zelfs stagneert. Dit leidt tot verhoging van de kwaliteit van de begeleiding van leerlingen met (ernstige) rekenwiskunde-problemen of dyscalculie.

Het ultieme doel van dit protocol is dat door deskundige en effectieve begeleiding alle leerlingen uiteindelijk een passend en acceptabel niveau van functionele gecijferdheid bereiken. Met name voor rekenzwakke leerlingen beschrijven wij goede procedures waardoor zij beter kunnen preste-

ren en plezier hebben in het leren van rekenen en wiskunde. Op deze wijze hopen wij dat meer kinderen hun dromen kunnen verwezenlijken.

DOELSTELLING

Het doel van het protocol is:

- het bieden van passend rekenwiskunde-onderwijs aan alle leerlingen;
- het bieden van handreikingen voor de preventie van rekenwiskunde-problemen;
- het bieden van handreikingen en richtlijnen om problemen in de rekenwiskundige ontwikkeling vroegtijdig te signaleren en te verhelpen;
- het verhogen van de kwaliteit van de begeleiding van leerlingen met (ernstige) rekenwiskunde-problemen of dyscalculie;
- alle leerlingen te brengen tot een passend, acceptabel niveau van functionele gecijferdheid.

2 **Achtergronden, afbakening en plaatsbepaling**

In dit hoofdstuk beschrijven wij beknopt *visies op het leren van rekenen-wiskunde, op (ernstige) rekenwiskunde-problemen en op dyscalculie.* Wij realiseren ons dat wij daarin niet volledig zijn. Onderzoek op deze gebieden is nog volop in ontwikkeling. Wij hebben gekozen voor de belangrijkste recente ontwikkelingen, vooral in de Nederlandse situatie, en hebben die selectie aangescherpt op basis van bruikbaarheid voor de praktijk van het onderwijs. In het laatste deel van dit hoofdstuk komen wij tot een *werkdefinitie van ernstige rekenwiskunde-problemen en dyscalculie* voor het protocol ERWD. Deze keuzes zijn ook terug te vinden in onze uitgangspunten. Dit hoofdstuk is dan ook de basis onder deze uitgangspunten.



2.1 Leren in interactie

“ Het normale kind bestaat niet. Toch is ‘normaal’ de norm en elk kind wordt er zijn leven lang mee vergeleken, is het niet formeel dan wel informeel. ”

Bron: Ruiter (2008.)

Elk kind is in ontwikkeling, dat betekent: voortdurend in verandering, van de ene toestand naar de volgende. Hierbij spelen vele factoren een rol. Er zijn voortdurend allerlei mechanismen en gebeurtenissen die het kind, en daardoor zijn ontwikkeling, beïnvloeden.

Leren is veranderen. Leren ontstaat doordat de situatie waarin het kind verkeert beïnvloed wordt door het kind zelf of door zijn omgeving. Leren is altijd een interactief proces. Het belangrijkste principe hierbij is ‘leren door ervaring’. Het kind leert doordat zijn acties meestal direct leiden tot reacties van zijn omgeving, die een ‘beoordeling’ inhouden van zijn handelen. De consequenties van zijn handelen zijn positief of negatief. Iets ‘mag’ of ‘mag niet’ of het is ‘goed’ of ‘niet goed’ of ‘het werkt’ of ‘het werkt niet’.

Opvoeden bestaat hoofdzakelijk uit het uitoefenen van invloed door volwassenen op het kind. Ook in het onderwijs is het kind direct afhankelijk van de invloed van volwassenen, met daarnaast een – met de leeftijd toenemende – invloed van medeleerlingen. Van Geert (2008) spreekt in dit verband over een *dynamisch systeem*. Een dynamisch systeem is een model om te beschrijven hoe de ene toestand verandert in de andere toestand over een bepaald tijdsverloop. Alle acties van het kind en van zijn omgeving beïnvloeden elkaar.

Elk kind is het middelpunt van verschillende gekoppelde dynamische systemen die voortdurend zijn ontwikkeling beïnvloeden.

Ontwikkeling van kennis, inzicht, vaardigheid en houding (ofwel *leren*) is ook een dynamisch systeem en afhankelijk van verschillende beschikbare groeibronnen, zoals bijvoorbeeld de ontwikkelingsdrang van het kind zelf, instructie, beschikbare informatie, hulp, ouders/verzorgers en leraren. Een belangrijk kenmerk van een dynamisch systeem is het iteratieve karakter. Het gedrag van het kind wordt bepaald door voorafgaand gedrag van de ouder/verzorger, leraar of medeleerlingen en wordt ook weer gevolgd door gedrag van de ouder/verzorger, leraar of medeleerlingen. Dit is een continu proces waaraan niemand kan ontsnappen.

Bij sommige kinderen verloopt dit proces echter niet zo vanzelfsprekend, ook al groeien ze op in een rijke, stimulerende omgeving, omringd door deskundigen. Sociaal-emotionele en cognitieve kindkenmerken kunnen het kind in zijn ontwikkeling belemmeren waardoor zijn ontwikkeling kan stagneren. De omgeving moet alles op alles zetten om de ontwikkeling van het kind gaande te houden.

Doordat er altijd meerdere leerlingen in een groep zijn, is opvoeden en leren in de schoolsituatie een complex dynamisch systeem. Dit samenspel tussen leerling, leraren, andere volwassenen en medeleerlingen is bepalend voor de ontwikkeling van iedere individuele leerling. ‘Normaal’ en ‘gemiddeld’ zijn daarbij meestal de norm. Uitgaan van kwalificaties als normaal of gemiddeld leidt er altijd toe dat het gedrag van bepaalde leerlingen als ‘abnormaal’ of ‘uitzonderlijk’ wordt beschouwd. Dit is het gevolg van op deze kwalificerende manier van kijken naar verschillen. Voor het realiseren van passend onderwijs is het wenselijk een leerling niet altijd met anderen of met

'gemiddelden' te vergelijken, maar te kijken naar de unieke ontwikkeling van de leerling zelf. Juist de leerlingen die afwijken van het gemiddelde doen een groot beroep op de pedagogische en didactische bekwaamheid van de leraar.

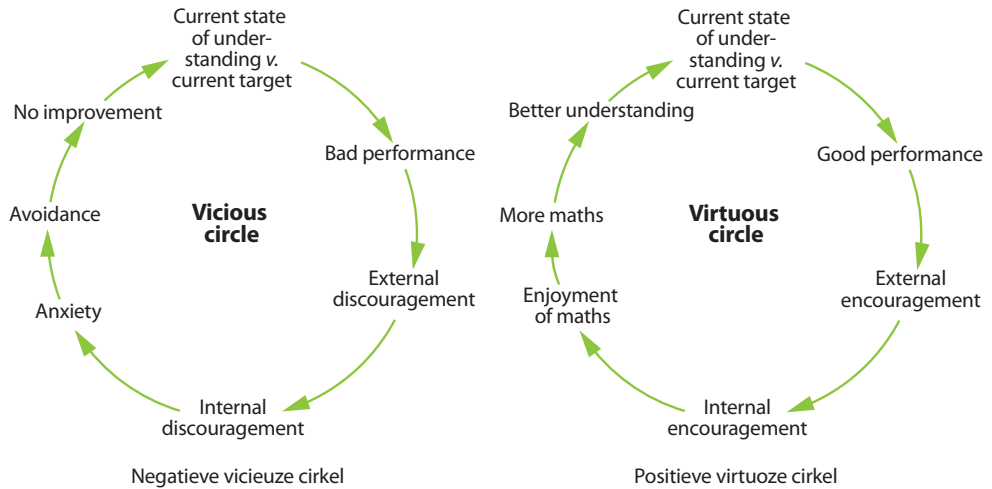
Leerproblemen kunnen vanuit verschillende invalshoeken en visies worden bekeken. De onderwerpen rekenen-wiskunde, rekenwiskunde-problemen en dyscalculie hebben, evenals lezen, leesproblemen en dyslexie, een lange internationale en multidisciplinaire geschiedenis. De vraag hoe het kan dat veel kinderen zo gemakkelijk leren lezen, schrijven en rekenen en dat sommigen er zo veel moeite mee hebben, is voor velen al jaren onderwerp van onderzoek en discussie. Ook nu nog, anno 2011, is niet duidelijk wat de oorzaken precies zijn.

Wel is duidelijk dat het leren van taal en rekenen-wiskunde een complex proces is van samenhangende dynamische systemen die elkaar continu beïnvloeden op verschillende manieren en op verschillende niveaus (Van Geert, 2008). Ook is duidelijk dat het hierbij gaat om sterke en zwakke factoren in het kind zelf en in de wijze waarop de omgeving het kind beïnvloedt. Deze kunnen de ontwikkeling van het kind stimuleren of juist afremmen.

Bekend is dat sterke factoren elkaar positief kunnen versterken, dat zwakke factoren elkaar negatief kunnen versterken en dat sterke factoren zwakke factoren positief kunnen beïnvloeden. Dat betekent dat factoren die het leren lezen, schrijven en rekenen negatief beïnvloeden, gecompenseerd kunnen worden door factoren die deze leerprocessen positief kunnen beïnvloeden. Een aloude uitspraak is dan ook: *Daar waar het kind zwak is moet de omgeving sterk zijn*. Dit is in feite de essentie van passend onderwijs.

Leerlingen die op school problemen ervaren met het leren van rekenen-wiskunde, kunnen terecht komen in een negatieve vicieuze cirkel. Leerlingen die goed presteren kunnen in een positieve virtueuze cirkel terecht komen. Negatieve ervaringen kunnen problemen met het leren van rekenen-wiskunde versterken. Leerlingen die ervaren dat zij goed presteren, gaan steeds beter presteren. Butterworth (1999) laat dit zien in de volgende afbeeldingen (afbeelding 2.1). In de afbeeldingen staan deze processen afgebeeld als een cirkel. Bedenk dat het om iteratieve processen gaat en dat er daardoor sprake is van een negatieve en een positieve spiraal.

Men kan verwachten dat leerlingen die ernstige problemen ondervinden met het leren van rekenwiskunde in een negatieve spiraal terecht komen, dat zij steeds slechter gaan presteren en uiteindelijk blokkeren. Om dit te voorkomen moet tijdig worden ingegrepen.



Afbeelding 2.1 De negatieve vicieuze cirkel en de positieve virtueuze cirkel (ontleend aan Butterworth, 1999, pp. 283-284)

2.2 Ontwikkelingen binnen de neurowetenschappen

Er wordt binnen de neurobiologische en neuropsychologische wetenschappen verschillend gedacht over rekenwiskunde-problemen en dyscalculie. Er zijn onderzoekers die zich richten op de aanwezigheid en de betekenis van een afgebakend gebied in de hersenen voor het leren van rekenen-wiskunde. Er zijn echter ook onderzoekers die juist de plasticiteit van de hersenen benadrukken.

Butterworth (1999) stelt in zijn boek *What counts* dat mensen in principe 'born to count' zijn, maar ook dat er mensen zijn die een bepaald onvermogen hebben en derhalve 'born to not count' zijn. Hij veronderstelt dat bepaalde hersengebieden gevoelig zijn voor het ontwikkelen van getallen en hoeveelheden. Hij omschrijft deze gevoeligheid als numerosity, het gevoel voor het ontwikkelen van getalsystemen. Als bepaalde hersengebieden niet de juiste impulsen krijgen, kan het zijn dat het gevoel voor numerosity ontbreekt of zich onvoldoende ontwikkelt. Hij vergelijkt het leren van rekenen-wiskunde met het bouwen van een kaartenhuis. Als de basis wankel is, stort het kaartenhuis op een gegeven moment in.

Dehaene (1997) veronderstelt dat kinderen vanaf de geboorte een mental toolkit (mentale getallenlijn) hebben voor het ontwikkelen van getalbegrip. Wanneer deze *mental toolkit* onvolledig is of ontbreekt, spreekt hij van ontwikkelingsdyscalculie. Dehaene veronderstelt dat deze mental toolkit gelokaliseerd is in de intrapariëtale groeve.

Hij onderscheidt drie factoren: het representeren van hoeveelheden (bijvoorbeeld $\times \times \times$), het benoemen (**drie kruisjes**) en de combinatie met het getallensysteem (3). Dit benoemt hij als *triple-code*.

Hij vermoedt dat er diverse mogelijke oorzaken van dyscalculie te vinden zijn. Eén ervan is dat bij kinderen met dyscalculie sprake kan zijn van een onvermogen om hoeveelheden te koppelen aan getallen.

Andere internationale onderzoeken (onder andere Von Aster, 2005 en Van Loosbroek, 2006) sluiten daarop aan. Resultaten van onderzoek tonen aan dat bij kinderen met ontwikkelingsdyscalculie de intrapariëtale groeve niet goed uitontwikkeld is en minder actief is dan bij kinderen zonder leerproblemen. Dit kan wijzen op een stoornis in de mentale getallenlijn, waar de basis van getalbegrip ligt. Dit kan gevolgen hebben voor allerlei getals- en rekenvaardigheden die blijvend zijn. Deze stoornis heeft ergens een begin. Waar dat begin ligt is nog niet bekend. Volgens Von Aster kan er een samenhang zijn tussen biologische ontwikkeling, cognitieve ontwikkeling en gedrag. Bij het leren rekenen komen de problemen duidelijk naar voren, maar zeer waarschijnlijk is dit niet het eerste signaal dat er iets mis is in de ontwikkeling. Onderzoek op dit gebied is internationaal nog in volle gang.

Er zijn ook onderzoekers die benadrukken dat bij kinderen met dyscalculie het gehele neurale netwerk zwakkere activiteit laat zien dan bij kinderen met een normale rekenwiskundige ontwikkeling (Kucian & Von Aster, 2005).

Daarentegen stellen Jolles et al. (2005) zich de vraag of deze bevindingen (zwakkere activiteit van het neurale netwerk en het niet uitontwikkeld zijn van de intrapariëtale groeve) de oorzaak of juist het gevolg zijn van rekenwiskunde-problemen. Zij beschrijven dat het brein netwerken ontwikkelt die het gedrag en de vaardigheden ondersteunen die een mens nodig heeft om in een veranderende omgeving te overleven. Zij vergelijken de ontwikkeling van het brein met het aanleggen van infrastructuur van wegen. De netwerken zijn aanvankelijk heel diffuus en flexibel en informatie verloopt via allerlei routes ('zandweggetjes'), maar geleidelijk aan ontwikkelen zich hoofdwegen en zijwegen en worden routes steeds meer vastgelegd. De zandweggetjes verdwijnen en de hoofdroutes en zijwegen blijven over. Jolles et al. geven aan dat wanneer bepaalde hersendelen nog niet uitontwikkeld zijn, andere hersendelen de taken kunnen overnemen en zich specialiseren.

Dit proces van ontwikkelen, aanpassen, verder ontwikkelen gaat altijd door, ongeacht de leeftijd. Dit principe heeft invloed op de ontwikkeling van cognitieve vaardigheden en speelt een rol bij leren en bij leerproblemen. Dit impliceert bijvoorbeeld dat als bij jonge kinderen vertraging of verstoring optreedt in de ontwikkeling van het leren, op andere wijze mogelijkheden gezocht kunnen worden om deze ontwikkeling alsnog te stimuleren. Bijvoorbeeld door expliciete training. Ook na een hersenbeschadiging kunnen kinderen nog veel leren. Vooral als er sprake is van langzaam versturende factoren die zich vroeg in het leven manifesteren, kan het brein veel opvangen. Ook Sitskoorn (2006) ondersteunt de theorie over de plasticiteit van het brein.

Dit betekent voor het leren van rekenen-wiskunde, maar ook voor het leren lezen en schrijven, dat als kinderen van jongs af aan op verschillende manieren worden geprikkeld, de hersenen zich optimaal kunnen ontwikkelen.

Momenteel wordt aangenomen dat de hersenen rond het 25ste levensjaar volledig volgroeid en gerijpt zijn, maar dat ook daarna hersenen voortdurend nieuwe prikkels krijgen. Dat houdt de hersenen actief. Hersenen blijven altijd flexibel en kunnen zich tot op hoge leeftijd blijven aanpassen.

2.3 Ontwikkelingen binnen de orthopedagogiek

In de orthopedagogiek focust men van oudsher vooral op de ontwikkeling van het individuele kind en daarbij voorkomende problemen. Met name in de klinische orthopedagogiek is men geïnteresseerd in factoren die de ontwikkeling van het kind beïnvloeden.

Binnen de orthopedagogiek wordt onderscheid gemaakt tussen rekenproblemen en rekenstoornissen. Rekenproblemen horen bij het ontwikkelingsproces van leren rekenen en zijn in die zin normaal. Als deze problemen niet worden opgelost, worden ze groter en kan er sprake zijn van een stoornis.

Ruijsenaars, Van Luit & Van Lieshout (2004, p. 28) beschrijven dyscalculie als: een stoornis die gekenmerkt wordt door hardnekkige problemen met het leren en vlot/accuraat oproepen/toepassen van reken-/wiskundekennis (feiten/afspraken).

Zij constateren dat er in het psychologisch functioneren op dit punt een afwijking is ten opzichte van de rest van het functioneren. Het onthouden van feiten en afspraken komt niet of onvoldoende tot stand. Er is sprake van een afwijking in een psychologische functie. Er kan tevens een redelijke samenhang en overlap in psychologische functies zijn met dyslexie. Ook kan er sprake zijn van mogelijke uitval van bepaalde hersengebieden. Zij komen tot de conclusie dat dyscalculie, net als dyslexie, een erfelijke basis kan hebben en voorkomt bij ongeveer twee à drie procent van de bevolking (zie ook Van Luit, 2006).

Leseman (2004) gaat uit van twee systemen voor het leren. Het eerste systeem is de globale herkenning van aantallen. Dit is nauw verweven met het zien en het visuele geheugen. Dit *analoge niet-exacte rekensysteem* is bedoeld voor het (globaal) waarnemen van aantallen.

Het tweede systeem is een *verbaal systeem* en nauw verbonden met het leren van de telrij en van de taal, de telwoorden dus. Het is bedoeld voor het exact kunnen benoemen van aantallen.

Bij de ontwikkeling van rekenwiskundige begrippen wordt er van uitgegaan dat kinderen op jonge leeftijd, evenals bij taal, al veel concrete ervaringen opdoen met hoeveelheden, zoals tellen, meten en wegen. Uit onderzoek blijkt dat dit veel minder het geval is dan we mogen verwachten, met name in gezinnen met een lage sociaal-economische status. Het kan zijn dat een verarmde omgeving op het gebied van rekenen een belangrijke bron is van rekenwiskunde-problemen (Tudge & Doucet, 2004).

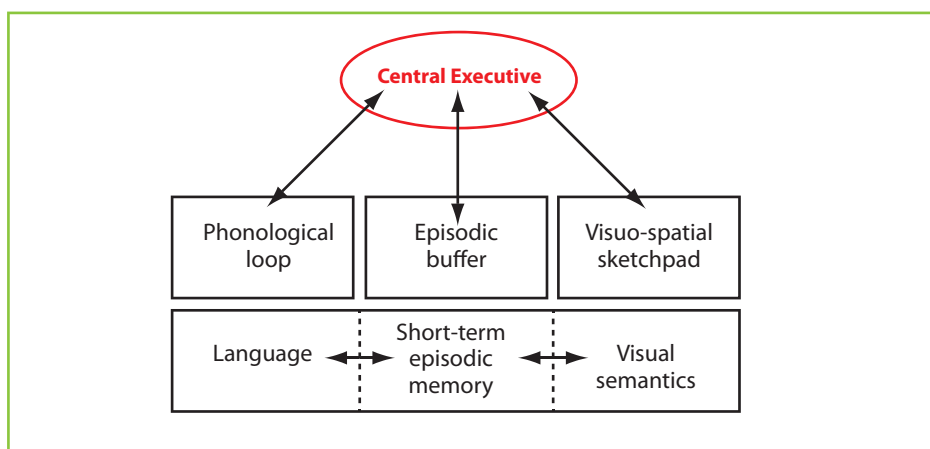
Een verklaring voor het ontstaan van rekenwiskunde-problemen kan zijn dat de integratie van het eerste, analoge niet-exacte rekensysteem met dat van het tweede, verbale systeem niet goed tot stand komt. Rekenfeiten die in taal zijn vervat, blijven daardoor betekenisloos (Leseman, 2004). Kinderen met taalproblemen lopen ook het risico om (ernstige) rekenwiskunde-problemen te krijgen vanwege de rol van taal bij de ontwikkeling van rekenen.

Leseman concludeert dat ernstige leerproblemen niet direct te herleiden zijn tot beschadigingen of afwijkingen in specifieke modules voor hogere cognitieve en taalfuncties. Genetische risico's, geboorteterisico's en vroege pedagogische trauma's grijpen aan op een laag organisatieniveau van de hersenen en beïnvloeden zo de ontwikkeling. Het uiteindelijke effect – de aard, ernst en breedte van de stoornis – staat niet los van de omgeving waarin de ontwikkeling zich voltrekt.

Tevens geeft Leseman aan dat ook kinderen zonder neurobiologisch naspeurbare stoornis ernstig kunnen verdwalen in de voorschoolse periode als in hun omgeving geschikte ontwikkelingspaden ontbreken. Er is daarom geen principieel verschil tussen ernstige leerproblemen met een genetisch-biologische achtergrond en leerproblemen met een culturele oorzaak (Leseman, 2004, p. 29).

Ook Van Luit (2010, p. 19) stelt in zijn oratie dat het lastig is om zowel in de klinische praktijk als in wetenschappelijk onderzoek de precieze scheidslijn te trekken tussen ernstige rekenproblemen en dyscalculie.

Huidig onderzoek binnen de orthopedagogiek is vooral gericht op de rol van het werkgeheugen en *executieve functies*. Executieve functies zijn onderdeel van het *centraal executieve systeem* dat het handelen van een individu aanstuurt. Dit systeem werd voor het eerst in 1974 besproken door Baddeley en Hitch als een model voor het werkgeheugen. Dit is de tijdelijke opslag van inhoudelijke domeinrelevante informatie. Het model van 1974 bestaat uit drie componenten. De eerste component is de *centrale verwerker* die de inkomende en uitgaande informatiestroom naar en van twee *slaafsystemen* controleert. Deze slaafsystemen zijn de *fonologische lus* en het *visueel-ruimtelijk schetsblok*. De slaafsystemen functioneren als tijdelijke opslag voor respectievelijk verbale informatie en visuele informatie. Baddeley heeft in 2000 een derde slaafstelsel, de *episodische buffer*, toegevoegd aan het model (zie afbeelding 2.2). Dit is de tijdelijke opslag voor informatie over gebeurtenissen; een integratie van verbale, visuele en zintuiglijke informatie (“Baddeley’s model of working memory”, n.d.).



Afbeelding 2.2 Het centraal executieve systeem volgens Baddeley en Hitch (“Baddeley’s model of working memory”, n.d.)

Momenteel wordt aangenomen dat dit centraal executieve systeem bestaat uit verschillende executieve functies, waaronder *inhibitie* (het uitschakelen van afleidende informatie), *shifting* (het wisselen tussen verschillende taken) en *updating* (het opslaan en bijwerken van informatie in het werkgeheugen). Dit helpt de persoon bij het plannen en uitvoeren van zijn handelingen.

Inhibitie doet een beroep op het vermogen van de leerling om relevante informatie uit een opdracht te halen en afleidende informatie te negeren. Bij *shifting* moet de leerling eerst gebruikte informatie opslaan in het werkgeheugen en vervolgens relevante informatie uit het langetermijngeheugen oproepen (*retrieval*). Bij *updating* moet de leerling tijdelijk informatie geordend opslaan en die vervolgens weer kunnen gebruiken. *Shifting* en *updating* zijn cruciaal bij het uitvoeren van complexe taken. Rekenwiskunde-problemen kunnen ontstaan door overbelasting van het werkgeheugen (Kroesbergen, Van der Ven, Kolkman, Van Luit & Leseman, 2009; Van Lieshout 2006, 2010; Van Lieshout & Berends, 2009; Paternotte, 2006).

2.4 Ontwikkelingen binnen de vakdidactiek

In de vakdidactiek staat het ontwikkelen van goed rekenwiskunde-onderwijs centraal. Men is terughoudend met het gebruik van de term dyscalculie. Nelissen (2006) stelt dat de problemen waar leerlingen met dyscalculie aan lijden niet verschillen van die van leerlingen met 'gewone' rekenwiskunde-problemen. De veronderstelling is dat bij goed rekenwiskunde-onderwijs minder leerlingen zullen uitvallen.

In het huidige realistisch rekenen staan vijf uitgangspunten centraal (Gravemeijer, 1994; Nelissen, Boswinkel & De Goeij, 2007; Van Groenestijn, 2002).

Het eerste uitgangspunt van het huidige rekenwiskunde-onderwijs is het betekenisvol leren door middel van contexten. Contexten vormen de verbindende schakel met het rekenen in de werkelijke wereld. Contexten helpen de leerlingen om betekenis te verlenen aan het abstracte rekenen.

Als tweede uitgangspunt wordt gesteld dat het leren van rekenen-wiskunde verloopt via het proces van informeel naar formeel handelen. Vanuit het informele handelen komt de leerling via voorstellen en schematiseren tot formele bewerkingen.

Het derde uitgangspunt is dat leerlingen eigen oplossingsprocedures ontwikkelen door zelf actief, productief en constructief te werken. De leerlingen leren de basisbewerkingen en algoritmes, maar daarnaast leren zij vooral ook handig rekenen op basis van eigenschappen van getallen en bewerkingen en op basis van relaties tussen getallen en bewerkingen. Probleemoplossend rekenen, waarbij de leerlingen zelf hun oplossingsprocedures bepalen, is een belangrijk onderdeel van het hedendaagse rekenwiskunde-onderwijs. Hierdoor ontwikkelen leerlingen inzicht in hun eigen rekenwiskundig handelen.

Het vierde uitgangspunt is interactie en reflectie. Deze ondersteunen het verhelderen van denkprocessen van de leerlingen en helpen het leren te bevorderen. Door interactie leren de leerlingen hun denken te verwoorden en leren zij rekenwiskundig te communiceren en te handelen. Door tijdens de reflectie oplossingsprocedures en resultaten te vergelijken, ontwikkelen leerlingen meer (en beter) inzicht en vergroten zij hun kennis en vaardigheden. Zij leren betekenis te geven aan het rekenen. Met name bij instructie en bij reflectie speelt de leraar een cruciale rol. Bij het uitvoeren en oplossen van rekenopdrachten werken de leerlingen vaak samen en heeft de leraar een meer adviserende en ondersteunende rol.

Het vijfde uitgangspunt van het realistisch rekenen is verstrengeling van leerstoflijnen. De vier basisoperaties – optellen, vermenigvuldigen, aftrekken en delen – zijn met elkaar verweven. Zij kunnen niet onafhankelijk van elkaar worden geleerd. Deze vier basisoperaties vormen de essentiële basis van het rekenen.

Leerlingen kunnen verschillende oplossingsprocedures hanteren om tot een (juiste) oplossing te komen: meer of minder verkort, op informeel of meer formeel niveau. Door de leerling te laten expliciteren en reflecteren kan de leraar ontdekken welke procedure van welk niveau de leerling heeft gebruikt en of deze past bij de ontwikkelingsfase waarin hij zich bevindt. Hierbij kijkt de leraar niet alleen naar de oplossing, maar juist ook naar de gebruikte oplossingsprocedure. Op basis daarvan kan hij instructie en begeleiding beter afstemmen op de ontwikkeling van de individuele leerling.

Door deze wijze van werken wordt veel kennis ontwikkeld over het ontwikkelen van rekenwiskundige kennis, vaardigheden en oplossingsprocedures van leerlingen. Toch is er inhoudelijk nog maar weinig bekend over de kwaliteit van (effectieve) oplossingsprocedures van leerlingen en welke invloed die heeft op het didactisch handelen van de leraar. Mede daardoor is het moeilijk vast te stellen wat effectief onderwijs is voor leerlingen die meer moeite hebben met het leren van rekenen-wiskunde.

Meer kennis over leerprocessen van leerlingen, leerstoflijnen en het didactisch handelen van leraren, in combinatie met vroegtijdige signalering en onderkenning van mogelijke problemen is noodzakelijk om rekenwiskunde-problemen te voorkomen en om alle leerlingen adequaat te kunnen begeleiden.

2.5 Werkdefinitie en begrippen

De beschrijvingen in de voorgaande paragrafen laten zien dat er geen eenduidige visie is omtrent (ernstige) rekenwiskunde-problemen en dyscalculie. De ene discipline (orthopedagogiek) kijkt meer vanuit het kind, de andere (vakdidactiek) meer vanuit het onderwijs. Dit is mede bepalend voor de visie op leerproblemen en leerstoornissen. De ontwikkelingen in de neurowetenschappen laten zien dat ook hier geen eenduidigheid bestaat over leerproblemen en leerstoornissen.

De meningen zijn verdeeld over wat er precies wordt verstaan onder dyscalculie. Er is geen eenduidige verklaring over de oorzaken van dyscalculie en over welke kindkenmerken hierbij in het geding zijn. Hierdoor is het moeilijk onderscheid te maken tussen de twee soorten problemen. Enerzijds zijn er ernstige rekenwiskunde-problemen die uitsluitend ontstaan door specifieke kindkenmerken. Anderzijds zijn er problemen die ontstaan door onvoldoende of een gebrekkige afstemming van het onderwijs op specifieke onderwijsbehoeften van de leerling. Elk van beide vraagt om specifieke afstemming en deskundige begeleiding.

Vanuit verschillende invalshoeken (Nelissen, 2006; Van Luit, 2010) wordt aangegeven dat het onderscheid tussen ernstige rekenwiskunde-problemen en dyscalculie moeilijk is te maken op basis van de verschijningsvorm. De problemen die leerlingen ervaren kunnen hetzelfde zijn. Vanwege het ontbreken van eenduidige (theoretische) definities kan men in de praktijk dyscalculie niet eenvoudig door middel van standaardtests tijdens diagnostisch onderzoek vaststellen.

Nelissen (2004, 2006) stelt dat als men wil weten hoe het komt dat leerlingen iets *niet* leren, er eerst nagedacht moet worden over hoe leerlingen dat dan *wel* leren. Hij pleit voor open (diagnostisch) onderzoek vanuit de vakdidactiek naar rekenwiskunde-problemen bij leerlingen. Daarbij kan worden nagegaan welke informele en formele procedures de leerling al beheerst, welke relevante voorkennis aanwezig is en of de leerling in staat is tot reflectie op het eigen handelen. Ook pleit hij voor onderzoek geïnspireerd door de handelingstheorie zoals dat door Van Eerde in de *Kwantiwijzer* is uitgewerkt (Van Eerde, 1996).

In onze werkdefinitie proberen wij het beste van deze werelden te verbinden.

WERKDEFINITIE

De werkdefinitie van ERWD is als volgt. *Ernstige rekenwiskunde-problemen* kunnen ontstaan wanneer het gedurende langere tijd niet lukt om de juiste afstemming te realiseren van het onderwijsaanbod op de onderwijsbehoeften van de leerling.

Wij spreken van *dyscalculie* als ernstige rekenwiskunde-problemen ontstaan ondanks tijdig ingrijpen, deskundige begeleiding en zorgvuldige pogingen tot afstemming. De problemen blijken hardnekkig te zijn. De rekenwiskundige ontwikkeling van de leerling wordt waarschijnlijk belemmerd door kindfactoren.

In deze werkdefinitie gebruiken wij het begrip *afstemming* om het samenspel tussen leerling en onderwijs te benoemen. Op deze wijze benadrukken wij dat het ons gaat om de combinatie van de onderwijsbehoeften van de leerling (in relatie tot zijn ontwikkeling en zijn kindkenmerken) en de kenmerken van het onderwijs (met name de manier waarop didactische interventies en het leerstofaanbod inspelen op de rekenwiskundige ontwikkeling van leerlingen).

Er is altijd dynamiek in de ontwikkeling van leerlingen. Rekenwiskunde-problemen kunnen van tijdelijke aard zijn en kunnen met goede maatregelen worden opgelost.

Ernstige rekenwiskunde-problemen ontstaan als er gedurende langere tijd onvoldoende afstemming wordt gerealiseerd van het onderwijsaanbod op de onderwijsbehoeften van de individuele leerling.

Bij sommige leerlingen zijn de ernstige problemen, ondanks tijdig ingrijpen en zorgvuldige pogingen tot een goede afstemming, hardnekkig en kan de ontwikkeling soms stagneren. Mogelijk spelen hier sterk belemmerende kindfactoren een rol. Externe deskundige hulp is noodzakelijk.

Problemen zijn ernstig en hardnekkig als de leerling na extern diagnostisch onderzoek gedurende minimaal een half jaar deskundige begeleiding ontvangt, maar desondanks niet of nauwelijks aantoonbare vooruitgang laat zien, met name in het domein Getallen en Bewerkingen. In die situatie spreken wij van *dyscalculie*.

KERN**De verschijnselen bij dyscalculie zijn:**

- Er is een grote discrepantie tussen de ontwikkeling van de leerling in het algemeen en zijn rekenwiskundige ontwikkeling.
- De achterstand is hardnekkig. De leerling laat, ondanks gerichte, deskundige begeleiding, (te) weinig aantoonbare vooruitgang zien.
- De problemen zijn ontstaan vanaf het verwerven van de basisvaardigheden in het domein Getallen en Bewerkingen en beïnvloeden ook de ontwikkeling op de domeinen Verhoudingen en Meten en Meetkunde (inclusief de leerstoflijnen Tijd en Geld).

- KERN** Op basis van bovenstaande verschijnselen kunnen de volgende consequenties voor de toekomst worden voorspeld.
- De consequenties manifesteren zich in het voortgezet onderwijs, met name ook in andere vakken dan wiskunde (natuurkunde, scheikunde, economie, wereldoriëntatie).
 - De leerling ervaart, ook op latere leeftijd, problemen op het gebied van bovengenoemde basisvaardigheden.
 - De leerling heeft er last van gedurende zijn hele schoolcarrière en in het maatschappelijk verkeer.

Onder *deskundige begeleiding* verstaan wij de begeleiding van een rekenspecialist die zich grondig heeft verdiept in de ontwikkeling van rekenen-wiskunde bij (jonge) leerlingen, die methode-overstijgend kan werken en die de didactische begeleiding optimaal kan afstemmen op de ontwikkeling van de individuele leerling.

In de praktijk is goed vast te stellen of deskundige begeleiding wel of geen effect heeft. Bij geen of onvoldoende effect kan worden overwogen een dyscalculieverklaring te verlenen.

Het effect van begeleiding is onder andere afhankelijk van de *leerbaarheid* of het *leervermogen* van de leerling. Met leerbaarheid bedoelen wij het vermogen van de leerling om nieuwe informatie te begrijpen en te verwerken. De leerbaarheid van de leerling speelt een belangrijke rol bij het diagnostisch onderzoek naar ernstige rekenwiskunde-problemen en dyscalculie en bij het verlenen van een dyscalculieverklaring. Bij leerlingen die weinig leerbaar zijn, heeft een dyscalculieverklaring weinig zin. Het is daarom van belang om tijdens een diagnostisch rekenonderzoek na te gaan of de leerling voldoende leerbaar is. Dat kan door tijdens het onderzoek opdrachten aan te bieden die liggen in de zone van de naaste ontwikkeling van de leerling. De wijze waarop de leerling nieuwe informatie opneemt en verwerkt zegt iets over zijn leervermogen (Hamers & Ruijsenaars, 1984, Ruijsenaars et al., 2004, p. 284).

Ruijsenaars et al. (2004, pp. 117-118) benoemen leerbaarheid als *leerpotentieel* of *leergeschiktheid*. Zij beschrijven de volgende kwalitatieve kenmerken van leergeschiktheid.

- De *algemeenheid* van de denkactiviteit: het gericht zijn op het abstraheren en generaliseren van datgene wat in een bepaalde situatie wezenlijk is: het economisch kunnen denken.
- De *mate van bewustheid* van de eigen denkactiviteit: weten wat je doet, waarom je het doet en dit kunnen verantwoorden.
- De *flexibiliteit* van het denken: het kunnen afwijken van de gebruikelijke wijzen van denken als deze niet meer voldoen aan de eisen van de taak: creatief kunnen denken.
- De *stabiliteit* van het denken: het volhouden van het denken en met meerdere kenmerken tegelijk kunnen werken zonder de draad kwijt te raken.
- De *zelfstandigheid* van het denken: het onafhankelijk zijn van hulp, maar ook het kunnen profiteren van hulp.

Informatie over de leergeschiktheid van een leerling kan alleen worden verkregen tijdens een onderzoekssituatie met de individuele leerling waarin stap voor stap meer hulp wordt geboden, afgestemd op de wijze van het probleemoplossend denken en werken van de leerling tijdens het uitvoeren van een rekenwiskunde-opdracht. Hierbij kan gebruik worden gemaakt van de onderzoekstechnieken zoals die beschreven zijn door Van Eerde in de *Kwantiwijzer* (Van Eerde, 1996).

Bovenstaande opsomming over leerbaarheid biedt aanknopingspunten voor de open onderzoekssituatie waar Nelissen voor pleit (Nelissen, 2006).

In de dagelijkse praktijk van diagnostisch onderzoek wordt veelvuldig gebruik gemaakt van gestandaardiseerde intelligentietests om iets over de intelligentie van de leerling te zeggen. Deze tests zijn echter 'statisch'. Zij meten verworven (cultuurgebonden) kennis en vaardigheden en zeggen weinig over de 'dynamische' leerbaarheid van de leerling (Ruijsenaars et al., 2004).

Bij *dynamische intelligentie* hebben wij het over het leervermogen van de leerling zoals hierboven beschreven, in combinatie met de ontwikkeling van het brein, zoals beschreven door onder andere Jolles en zijn medewerkers (Jolles et al., 2005; Jolles, 2010).

Bij gestandaardiseerde intelligentietests wordt uitgegaan van een min of meer volgroeide ontwikkeling van het brein en van veronderstelde kennis en vaardigheden van kinderen op een bepaalde leeftijd. Gezien de huidige ontwikkelingen in de wetenschap is het echter raadzaam om voorzichtig te zijn met het trekken van conclusies over de ontwikkeling van taal en rekenen, met name bij jonge kinderen.

Bij het verlenen van een dyslexieverklaring gaat men uit van een totaal IQ van minimaal 70 (TIQ \geq 70). Dit nemen we, met enige aarzeling, over voor het verlenen van een dyscalculieverklaring om een gelijke drempel aan te houden. Het verwerven en verwerken van rekenwiskundige kennis en vaardigheden doet echter een beroep op hogere cognitieve functies, zoals begrijpend lezen, logisch ordenen, redeneren en wiskundig communiceren. Daarom pleiten wij voor terughoudendheid bij het verlenen van dyscalculieverklaringen bij leerlingen met een TIQ tussen 70 en 85.

Internationaal worden voor de definiëring van dyscalculie en voor het verlenen van dyscalculieverklaringen meestal de criteria van DSM IV-TR gebruikt (zie bijlage A). Deze worden ook door veel onderzoeksbureaus in Nederland gebruikt voor het vaststellen van dyscalculie.

Deze criteria, daterend uit 1994, sluiten echter niet aan bij de huidige wetenschappelijke inzichten omtrent de ontwikkeling van het brein (Jolles et al., 2005; Jolles, 2010; Leseman, 2004; Sitskoorn, 2006; Goshwami, 2007). Zij sluiten ook niet aan bij de groeiende internationale visie omtrent passend onderwijs (zie onder andere Thiel, 2003). De hoopvolle verwachting is dat in DSM V (te verschijnen in 2013) de criteria hierop worden aangepast.

In sommige situaties is een leerling gebaat bij een dyscalculieverklaring, om optimale begeleiding en de faciliteiten voor zijn verdere schoolcarrière te krijgen. Deze faciliteiten kunnen bestaan uit compenserende, dispenserende en remediërende maatregelen. Een dyscalculieverklaring kan vanaf begin groep 6 worden verleend als aan bovenstaande omschrijving van dyscalculie en de daarbij passende verschijnselen wordt voldaan (zie p. 50 en 51)

Diagnostische onderzoeken kunnen bij voorkeur al veel eerder starten. Er is tijd nodig om helder te krijgen of het gaat om ernstige rekenwiskunde-problemen, die in principe oplosbaar zijn binnen de school, of dyscalculie, waarbij sterk belemmerende kindkenmerken de rekenwiskundige ontwikkeling van de leerling beïnvloeden. Zorgvuldige observaties, met name in de onderbouw van het basisonderwijs, bieden meer duidelijkheid over de kindkenmerken en de leerbaarheid (het leerpotentieel) van de leerling.

Voor alle leerlingen met (ernstige) rekenwiskunde-problemen is goede begeleiding en deskundige hulp noodzakelijk, ook wanneer er geen dyscalculieverklaring ligt. De school is verantwoordelijk voor een optimale begeleiding van haar leerlingen, indien nodig met externe ondersteuning.

3 De rekenwiskundige ontwikkeling van kinderen in vogelvlucht

In dit hoofdstuk beschrijven wij globaal de rekenwiskundige ontwikkeling van kinderen in de verschillende leeftijdsfasen en op de verschillende domeinen¹. De meeste methodes bieden dit aan in uitgewerkte leerstoflijnen, gebaseerd op de visie van de auteurs van de methode. In het volgende hoofdstuk kijken wij naar leerprocessen.

Om zicht te krijgen op problemen in de ontwikkeling van kinderen en om aansluitend het onderwijs adequaat te kunnen afstemmen op de onderwijsbehoeften van de leerling, is een eerste vereiste dat leraren weten hoe kinderen zich 'normaal' ontwikkelen op het gebied van (taal en) rekenen. Een tweede vereiste is dat de ontwikkeling van de kinderen op school goed gevolgd wordt. Dat wil zeggen: observeren, signaleren, analyseren, registreren, interpreteren en afstemmen. Op basis daarvan kan de leraar, of een team van leraren, professionele begeleiding bieden, afgestemd op de ontwikkeling van het kind.

¹ Uitgebreide beschrijvingen over de rekenwiskundige ontwikkeling van kinderen zijn onder andere te vinden in de TAL-brochures (TAL-team 1999, 2004), in Veltman en Van den Heuvel-Panhuizen (2010) en in TULE (website van de SLO: <http://tule.slo.nl/>).



3.1 Ontwikkeling van rekenwiskundige kennis en vaardigheden

Het doel van dit hoofdstuk is een globaal beeld te schetsen van hoe kinderen rekenwiskundige kennis en vaardigheden ontwikkelen als deel van hun totale ontwikkeling. Wij nemen daarbij ruime marges in leeftijd. Wij beschrijven de ontwikkeling aan de hand van wat we kunnen zien bij kinderen in de voorschoolse periode en in de onderbouw, middenbouw en bovenbouw van het basisonderwijs.

De ontwikkeling van rekenwiskundige kennis en vaardigheden verloopt bij de meeste kinderen geleidelijk en vrijwel ongemerkt. Veel kinderen leren min of meer ‘vanzelf’ rekenen. Zij weten en kunnen steeds meer. Zij kunnen vaak achteraf niet meer aangegeven wanneer en hoe ze iets hebben geleerd. Ze ‘wéten het gewoon’.

Toch is deze ontwikkeling een complex proces van vele factoren die elkaar voortdurend beïnvloeden. Het kind is het middelpunt van verschillende dynamische systemen (Van Geert, 2008). We hebben het dan over het kind met zijn kindkenmerken, zijn directe thuisomgeving, de kinderopvang, zijn onderwijsomgeving (school) en zijn sociale omgeving. Elk systeem heeft zijn eigen factoren die ingrijpen op de ontwikkeling van het kind. Maar het kind reageert op zijn omgeving, waardoor de omgeving ook verandert. De omgeving is zelf op haar beurt onderdeel van andere dynamische systemen en daardoor eveneens aan veranderingen onderhevig. Daardoor ontstaan iteratieve veranderingsprocessen die zowel het kind als de omgeving beïnvloeden.

In de eerste levensjaren hebben we het over het jonge kind en zijn directe thuisomgeving bestaande uit ouders/verzorgers, familieleden, burenen en de kinderopvang. Pas later komt de onderwijsomgeving in beeld. Dan verschuift de aandacht naar de school, de leraren en de leerstof. Deze hebben een enorme invloed op de ontwikkeling van elke individuele leerling en zijn directe thuisomgeving.

Volgens Dolk (2005) verloopt de rekenwiskundige ontwikkeling van kinderen via mijlpalen. Deze mijlpalen komen in de ontwikkeling van elk kind voor. Elk kind leert tellen, optellen en aftrekken en elk kind ontwikkelt begrip van tijd, meten, inhoud en wegen. Sommige mijlpalen zijn voorwaardelijk voor een volgende fase. Optellen is voorwaardelijk voor vermenigvuldigen. De begrippen delen en eerlijk delen zijn voorwaardelijk voor het begrip breuken. De route waarlangs kinderen die begrippen ontwikkelen, de diepgang en het tempo, zijn per kind verschillend.

De ontwikkeling van rekenwiskundige kennis en vaardigheden speelt zich af in vier domeinen. Het eerste domein omvat Getallen en Bewerkingen. In dit domein leren kinderen betekenis geven aan getallen, ontwikkelen zij kennis over getallen, getalstructuren en eigenschappen van getallen en leren zij bewerkingen uitvoeren. De kern van alle bewerkingen bestaat uit tellen, optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen. Deze kennis en vaardigheden, de basisvaardigheden, zijn voorwaardelijk om berekeningen in de andere domeinen te kunnen uitvoeren.

In het domein Verhoudingen ontwikkelen kinderen kennis over en relaties tussen getallen, zoals bijvoorbeeld 24 is 2 keer zoveel als 12, maar 24 is ook 4 keer zoveel als 6 en 3 keer zoveel als 8. Het getal 24 kan ook een deel zijn van een ander getal, bijvoorbeeld de helft van 48, een kwart van 96 en een tiende deel van 240.

Om dit te kunnen benoemen, maken we gebruik van verhoudingentaal en van breukentaal. In dit domein ontwikkelen kinderen kennis en vaardigheden op het gebied van vergelijken van, en relaties tussen getallen en bewerkingen. Daartoe behoren ook breuken, decimale getallen en procenten.

In het domein Meten en Meetkunde ontwikkelen kinderen in het subdomein Meten kennis en vaardigheden op het gebied van het metriek stelsel, geld, tijd en kalender. In het subdomein Meetkunde ontwikkelen zij kennis en vaardigheden op het gebied van ruimte, vormen, patronen en leren zij ruimtelijke begrippen hanteren, drie- en tweedimensionaal construeren door middel van knutselen, bouwen, knippen, plakken en tekenen.

Geleidelijk aan ontwikkelen kinderen ook kennis en vaardigheden met betrekking tot het domein Informatieverwerking waarbij zij hun rekenwiskundige kennis en vaardigheden uit de andere domeinen geïntegreerd gebruiken. Zij leren daarbij gegevens ordenen, analyseren, verwerken, interpreteren, daarover discussiëren en beslissingen nemen. Daardoor ontwikkelen zij functionele, bruikbare kennis en vaardigheden.

In de volgende paragrafen bespreken we voornamelijk de ontwikkeling op de eerste drie domeinen.

3.2 Ontwikkeling van jonge kinderen: baby's en peuters

De ontwikkeling van taal en rekenen begint al in de wieg. Vanaf de eerste dag communiceren ouders met hun kind en brengen zij structuur in het dagelijkse leven van het kind. Baby's ontwikkelen al snel gevoel voor het dagelijkse ritme van eten, slapen, in bad gaan, spelen, wandelen, dag en nacht. Ook herkennen zij al vrij snel gezichten en geluiden en raken zo vertrouwd met hun omgeving. De eerste glimlach van de baby is een duidelijk teken van herkenning en van zich veilig voelen.

Het onderscheidend vermogen ontwikkelt zich al in een vroeg stadium. Baby's weten bijvoorbeeld al heel snel wie hen oppakt, vasthoudt en verzorgt. Zij voelen het verschil tussen vader en moeder of andere verzorgers. Zij horen het verschil tussen aangename en minder aangename geluiden en zij zien vanaf het begin ook verschillen in de ruimte. Zelfs is aangetoond dat kinderen van ongeveer een half jaar verschillen in hoeveelheden zien (Leseman, 2004). Dit is de basis voor waarnemen, analyseren, begrijpen, ordenen en structureren.

Peuters ontdekken de wereld met hun hele lichaam. Zij ontwikkelen zich door te kijken, te luisteren en te voelen. Zij grijpen alles wat ze maar kunnen pakken, bekijken het en leren het benoemen. Vaak worden dingen eerst uit elkaar gehaald en daarna weer in elkaar gezet, alleen maar om te ontdekken hoe iets werkt. Het bouwen van torentjes, het omgooien ervan en weer opnieuw beginnen; klimmen op een stoel, eraf en weer erop; om een muurtje heen lopen, en nog een keer en nog een keer. Peuters houden niet op. In hun spel komt heel vaak herhaling voor en de uitkomst is voor een kind telkens weer verrassend, ook al hebben ze het tien keer achter elkaar gedaan, zoals bijvoorbeeld bij kiekeboe-spelletjes. Zij weten dat er iets gaat gebeuren en wachten vol spanning op het moment dat het ook werkelijk gebeurt. Alle activiteiten spelen een rol bij het verkennen en ontdekken van de wereld: liedjes, versjes, spelletjes, verhaaltjes, bouwen, tekenen, maar ook rennen, koprollen, omvallen, fietsen en uitgebreid in bad spelen. Ouders bepalen hierbij wat wel en niet mag en bepalen het ritme van de dag. Ook in het kinderdagverblijf en in de peuterspeelzaal gelden regels en daar weten kinderen al van jongs af aan goed mee om te gaan. Daardoor ontwikkelt een kind structuur.

In deze eerste levensjaren leren kinderen vooral communiceren. Zij ontwikkelen hun woordenschat en bouwen hun eerste zinnen. Ongemerkt komen hier ook rekenbegrippen en rekenhande-

lingen in voor. De basis wordt gelegd voor begrippen met betrekking tot oriëntatie in ruimte en in tijd. Zo weten kinderen al op heel jonge leeftijd de weg in huis en weten precies waar alles ligt. Zij leren begrippen als hier en daar, boven en onder, op en tussen, erin en eruit.

Met betrekking tot tijd leren zij onderscheid maken tussen nu en straks, eerst (eten) en dan (naar bed), licht en donker, dag en nacht. Later komen daar op het subdomein Meten begrippen bij als licht en zwaar, groot en klein, lang en kort, dik en dun.

Vervolgens ontwikkelen kinderen begrippen met betrekking tot hoeveelheden, zoals veel, weinig, heel veel, erbij en weg. Besef van hoeveelheid ontstaat als zij gaan tellen. Kinderen van drie jaar kunnen bijvoorbeeld een hoeveelheid van drie kaarsjes op de taart tellen en kunnen dit koppelen aan het juiste aantal vingers. Zij kunnen synchroon tellen, bijvoorbeeld papa, mama en ik en daarbij drie koekjes pakken of drie vingers opsteken.

Gekoppeld aan het ontwikkelen van begrippen zoals hierboven beschreven, ontwikkelen kinderen het auditieve en het visuele waarnemen. Ouders, verzorgers en peuterleidsters kunnen dit stimuleren door samen met het kind de ruimte om hem heen te verkennen en te benoemen. Het bewust en goed hanteren van de taal, mits in combinatie met de bijbehorende handelingen, is de basis voor een goede ontwikkeling van taal en rekenen.

Ook goed speelgoed kan deze ontwikkeling positief beïnvloeden. Kinderen van ongeveer drie jaar kunnen bijvoorbeeld puzzels van vier of zes stukjes met concrete afbeeldingen (dieren, bloemen, voorwerpen enzovoort) maken, waardoor zij vormen en kleuren gaan onderscheiden. Zij leren bouwen met grote en kleine blokken. Het waarnemen, analyseren, begrijpen, benoemen, ordenen en structureren worden verder ontwikkeld.

Wie goed observeert, ziet jonge kinderen ongemerkt al heel veel rekenwiskundige handelingen uitvoeren.



Afbeelding 3.1 Peuters in actie

3.3 Rekenen in groep 1-2

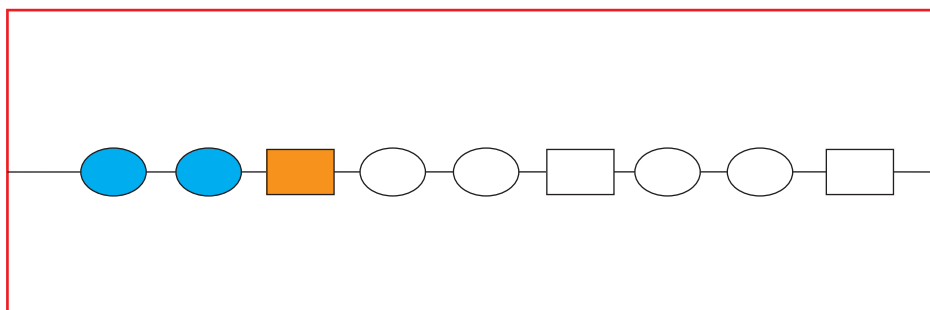
Kleuters in groep 1 en 2 gaan al veel bewuster om met de dingen. Zij kijken, voelen en luisteren al heel gericht en steken hele verhalen af bij alles wat ze doen. Ze leren analyseren, tellen, ordenen, combineren, construeren en structureren. Zij ontdekken de wereld en bouwen tegelijkertijd hun eigen wereld. Daardoor krijgen zij greep op hun omgeving.

Kleuters leren al spelend door te doen, te kijken, te experimenteren en te vertellen wat ze doen. Daardoor ontwikkelen zij actief de basis voor rekenwiskundig handelen. Dit noemen we *ontluikende gecijferdheid* of *beginnende gecijferdheid*.

In het domein Getallen en Bewerkingen verkennen de kinderen gestructureerde en ongestructureerde hoeveelheden in het getallengebied tot 10 en tot 20. Dit gebeurt spontaan tijdens het spelen met andere kinderen, maar wordt ook aangestuurd door de kleuterleidster/leraar. Het oefenen van het tellen wordt vaak georganiseerd aangeboden in allerlei telspelletjes en rekenverhaaltjes. De kinderen leren hoeveelheden tellen, verkennen de cijfersymbolen en leren hoeveelheden koppelen aan getallen.

Resultaten zien we onder andere bij dobbelsteenpatronen. Aanvankelijk tellen de kinderen de stippen op de dobbelsteen. Na enige tijd herkennen zij de patronen en weten direct het juiste getal te noemen, zonder eerst te tellen. Hetzelfde gebeurt bij het tellen van kleine aantallen voorwerpen of objecten, bijvoorbeeld met boerderijdieren, autootjes of dropjes die in groepjes zijn geordend. De kinderen herkennen ook eenvoudige ritmische patronen in bijvoorbeeld de combinaties van gekleurde kralen van een kralenketting (2 blauwe kralen, 1 oranje kraal enzovoort).

Het tellen, het leren van de cijfers, het koppelen van hoeveelheden aan getallen en het zien, herkennen en benoemen van getalpatronen vormen de basis van getalbegrip.



Afbeelding 3.2 Afmaken van ritmisch patroon

In het domein Verhoudingen ontwikkelen kinderen kennis over getallen en leren zij relaties leggen tussen getallen. Zij vergelijken hoeveelheden en gebruiken daarbij verhoudingentaal (meer, minder, evenveel, dubbel, de helft).

In het domein Meten en Meetkunde verkennen de kinderen maten en leren die benoemen. Zij tekenen, knippen, plakken en kleuren. Zij construeren met blokken en kunnen daarbij hun eigen ruimte bouwen: een muur, een huis, torens of kastelen.

Tijdens hun spel ontwikkelen kinderen al doende gevoel voor lengte, gewicht en inhoud. Zij leren dit benoemen: lang en kort (lengte), veel en weinig (inhoud), licht en zwaar (gewicht). Het actief experimenteren en benoemen, het doen en de taal zijn hierbij essentieel. Dit is de basis voor het ontwikkelen van maatbegrip en het kunnen meten.

Bij Meetkunde leren de kinderen ruimtelijke begrippen koppelen aan het positioneren in de ruimte. Begrippen die stand of plaats in de ruimte aanduiden, zoals op, onder, in, tussen, boven, voor, achter, links en rechts. Ook leren zij begrippen die de beweging aangeven: naar voren, naar achteren, naar boven, naar beneden, naar links, naar rechts, naar binnen en naar buiten.

Deze begrippen worden eerst geleerd vanuit de positie van het kind zelf. Later kan het kind deze begrippen ook koppelen aan de positie van andere kinderen in de ruimte.

Door te bewegen in de ruimte krijgen zij tevens hun eigen lichaam steeds meer onder controle. Zij leren bijvoorbeeld gooien en vangen met een bal, fietsen, stappen, koprollen, spelen in een speeltuin met glijbanen en schommels, zwemmen. Dit helpt om hun denken en bewegen aan te sturen en hun handelen te coördineren. Ook raken zij geleidelijk aan vertrouwd met het begrip tijd door het ritme van de dag, de dagen van de week en de klok.

Tegelijkertijd leren zij zich gedurende enige tijd concentreren. Zij kunnen geboeid raken door het spel waar ze mee bezig zijn. Zij leren samenwerken en samen delen. Daarbij leren zij ordenen en opruimen en daarmee hun omgeving structureren.

Door de dagelijkse structuur van het schoolleven ontwikkelen kinderen zelf ook innerlijke structuur. Deze innerlijke en externe structuur vormen de basis voor geordend handelen en logisch denken.

Ook in de thuissituatie leren zij samen spelen en samen delen met andere kinderen en worden eisen gesteld aan het spelen en opruimen. Kinderen ervaren thuis het dagelijkse ritme vanaf het opstaan tot en met het weer naar bed gaan. Dat alles biedt structuur.

Door communicatie en door het ervaren en begrijpen van structuren leren de kinderen om te gaan met hun omgeving en ontwikkelen zij hun taalkennis en taalvaardigheid en hun rekenkennis en rekenvaardigheid.

3.4 Rekenen in groep 3-4

Ook de kinderen in groep 3 en 4 zijn nog heel sterk gericht op handelen. In deze leeftijdsfase kunnen zij al veel meer gedetailleerd en selectief waarnemen, analyseren, ordenen en structureren. Het handelen wordt steeds meer verfijnd. Dit biedt dan ook de basis voor het leren lezen en rekenen.

De ontwikkeling van het rekenwiskundig handelen in de onderbouw bestaat uit het verwerven van kennis en vaardigheden op de domeinen Getallen en Bewerkingen, Verhoudingen, Meten en Meetkunde (inclusief de leerstoflijnen Geld en Tijd). Bij jonge kinderen bestaat dit hoofdzakelijk uit informeel handelen. Geleidelijk aan wordt dit informele handelen gekoppeld aan het formele rekenen. Het informele handelen blijft echter in de onderbouw een belangrijke rol spelen. De koppeling tussen het informele handelen en het uitvoeren van formele bewerkingen (getallen schrijven en sommen maken) kan worden gestimuleerd door kinderen tijdens hun informele handelen te laten vertellen en tekenen. Bij hun tekeningen schrijven zij getallen en berekeningen (sommen). Dit stimuleert tevens de ontwikkeling van het logisch denken en van de rekentaal. Ook

het vertellen bij afbeeldingen in boeken ondersteunt deze ontwikkeling. Juist door de koppeling van het informele handelen aan formele bewerkingen krijgt het rekenen betekenis.

“ Als kinderen kunnen vertellen wat zij doen, dan begrijpen zij ook wat zij doen. ”

3.4.1 Getallen en Bewerkingen

In het domein Getallen en Bewerkingen ontwikkelen kinderen de basis voor optellen en aftrekken (erbij en eraf). Zij verkennen de basisbewerkingen tellen, optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen. Zij leren getallen en sommen schrijven. Zij ontwikkelen inzicht in getalstructuren en in de waarde van de cijfers in een getal, zoals bijvoorbeeld het verschil tussen de getallen 23 en 32. Door het informele handelen met echte objecten, gekoppeld aan het visualiseren en benoemen van de handeling en van het resultaat, bouwen de kinderen verder aan de ontwikkeling van getalbegrip en van rekenwiskundige concepten. Direct daaraan gekoppeld is het leren schrijven van getallen en het ontwikkelen van oplossingsprocedures.

Alle handelingen waarbij geordend en geteld wordt, zijn zinvol. Tellen is vooral een talige activiteit. Het is daarom essentieel dat het verbale tellen ondersteund wordt door concrete handelingen met werkelijke, concrete materialen (niet alleen blokjes tellen) en door afbeeldingen op papier (visuele informatie). Kinderen kunnen in die leeftijdsfase sterk verbaal/auditief of sterk visueel zijn. Door informatie op verschillende manieren aan te bieden ontwikkelen kinderen de rekentaal en het auditief/visuele waarnemen. Waarnemen bestaat uit kijken, luisteren, hoeveelheden overzien, analyseren, ordenen, structureren en benoemen. Zo wordt een evenwichtige basis gelegd voor de ontwikkeling van rekenwiskundige kennis en vaardigheden.

Bovenstaande is de basis voor het begrijpen en uitvoeren van bewerkingen, ofwel sommen maken. Het is echter aan te raden om bewerkingen, zoals erbij, eraf, verdubbelen en halveren, altijd te koppelen aan betekenisvolle contexten en concrete activiteiten voordat de leerlingen sommen gaan schrijven. Geleidelijk aan raken kinderen vertrouwd met het rekenen op papier. Aan het eind van groep 4 kunnen de meeste leerlingen de basisbewerkingen optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen tot 100 uitvoeren. Zij maken hierbij gebruik van hoofdrekenen. Zij kunnen sommen bedenken bij eenvoudige contexten en kunnen de bewerkingen op papier visualiseren met behulp van tekeningen. Zij kunnen de bijpassende sommen opschrijven. Het optellen en aftrekken tot 20 is geautomatiseerd, evenals het rekenen tot 100 met ‘mooie’ getallen, zoals tientallen en vijftallen. Leerlingen kunnen gebruik maken van splitsen. Zij weten bijvoorbeeld dat de som van twee getallen die eindigen op respectievelijk een 6 en een 4 altijd een tiental is. Zij hebben het vermenigvuldigen verkend, kennen het keer-teken en kunnen eenvoudige bewerkingen met vermenigvuldigen uitvoeren. Geleidelijk aan raken zij vertrouwd met de tafels.

3.4.2 Verhoudingen

De essentie van het domein Verhoudingen blijft het vergelijken: het één ten opzichte van het ander. Daardoor komen begrippen waar in groep 1 en 2 intensief mee gewerkt is steeds weer terug en worden zij verder uitgebouwd. De begrippen komen uit de domeinen Getallen en Bewerkingen en Meten en Meetkunde. Begrippen als de helft, dubbel, twee keer zoveel en evenveel vormen de basis voor vermenigvuldigen en delen.

Het vergelijken van maten en maateenheden gebeurt steeds genuanceerder. De kinderen leren ordenen en groeperen met woorden als lang, langer, nog langer, het langst. Dit vergelijken vormt de basis voor het ontwikkelen van concepten over standaardmaten en het metriek stelsel.

3.4.3 Meten en Meetkunde

In samenhang met de ontwikkeling van getalbegrip ontwikkelen kinderen ook steeds bewuster kennis en vaardigheden op het gebied van meten, geld en tijd.

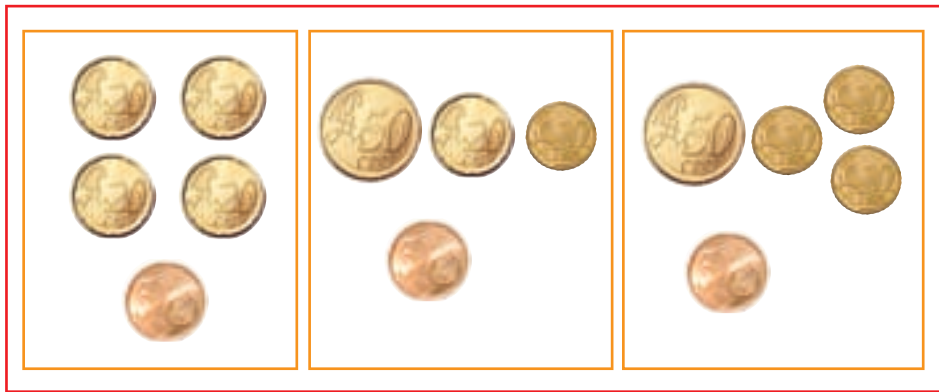
In deze fase is het informele, actieve zelf doen en het verwoorden nog steeds essentieel. Het zelf experimenteren met meten en maten is de basis voor verlenen van betekenis aan deze begrippen. Het zelf doen en de taal zijn cruciaal voor een goede ontwikkeling van concepten. De begrippen lang, kort, licht, zwaar, veel, weinig, met de daarbij horende vergelijkingsvormen, zijn de sleutel voor het verlenen van betekenis aan lengte, gewicht en inhoud.

Aan het eind van groep 4 is met de ontwikkeling van maatbegrip de basis gelegd voor inzicht in het metriek stelsel.



Afbeelding 3.3 Kinderen vergelijken elkaars lengte

Het tellen en rekenen met geld wordt vaak gezien als een apart onderdeel binnen rekenen, maar is in feite deel van het subdomein Meten vanwege het decimale stelsel. Als de leerlingen de waarde van de munten hebben ontdekt, kunnen zij al vrij snel met de munten tot 100 tellen en eenvoudige geldhandelingen uitvoeren, zoals bijvoorbeeld het kopen van een ijsje of een blikje cola. Het kunnen sorteren van de munten en gestructureerd kunnen tellen met munten helpen bij het logisch redeneren en bij het gestructureerd tellen. De leerlingen kunnen bijvoorbeeld 85 cent op verschillende manieren leggen met munten, ordenen en tellen.



Afbeelding 3.4 85 cent met munten op verschillende manieren

Ook ontwikkelen kinderen gevoel voor en besef van tijd. Zij ervaren de dagindeling, beleven de tijdsduur, leren klok kijken en leren de dagen van de week en de maanden van het jaar benoemen. Naast het leren van de wijzerklok (analoge klok) kunnen kinderen vanaf ongeveer 6 jaar al snel ook de cijferklok (digitale klok) lezen. Daar groeien zij mee op. Het leren van de cijferklok is in principe niet moeilijker dan het lezen van de wijzerklok, misschien zelfs wel makkelijker. Het gaat daarbij alleen om uren en minuten. Aan het einde van groep 4 kunnen de meeste kinderen goed klok kijken en kennen zij de dagen van de week en de maanden van het jaar. De meeste kinderen weten dan ook op welke datum zij jarig zijn.



Afbeelding 3.5 Wijzerklok en cijferklok

In het algemeen is het raadzaam om kinderen bewust te laten ervaren dat getallen overal aanwezig zijn, zoals getallen op verpakkingen, huisnummers, busnummers en getallen in de context van meten, geld en tijd.

De kinderen kunnen zich ook steeds beter oriënteren in de ruimte. Zij leren ook de vertaalslag te maken van drie- naar tweedimensionaal en omgekeerd. Zij tekenen hun eigen huis of huiskamer op papier en kunnen vertellen waar alles precies staat in de kamer. Zij leren van *links naar rechts* lezen. Zij kunnen hun naam *bovenaan* de bladzijde schrijven en weten dat het paginanummer (meestal) *onderaan* de bladzijde staat. Zij raken vertrouwd met vormen (vierkant, driehoek, cirkel, rechthoek, ster, zon, maan) en tekenen ritmische patronen.

Bij het ruimtelijk construeren kunnen zij al meer in detail werken en kunnen zij veel nauwkeuriger en preciezer met een schaar en met lijm omgaan.

Al deze activiteiten worden door de kinderen spelenderwijs ontdekt en geoefend.

3.5 Rekenen in groep 5-6

Vanaf groep 5 ontwikkelen de kinderen de fundamenteën van *elementaire gecijferdheid*. Hierbij gaat het met name om het koppelen van het informele handelen aan het formele rekenen, het ontdekken van structuur en eigenschappen van getallen, het verkennen van maateenheden gekoppeld aan het ontwikkelen van inzicht in verhoudingen, decimale getallen en breuken. Het informele handelen blijft echter de link met het functioneel gebruiken van rekenen-wiskunde in dagelijkse situaties en is de basis voor *functionele gecijferdheid*.

Leerlingen kunnen eenvoudige problemen oplossen op basis van waarnemen en logisch denken. Ze tonen zich ook nieuwsgierig naar hoe andere leerlingen problemen oplossen. Zij kunnen onderling al goed communiceren over rekenwiskundige vraagstukken en zijn ook in staat om samen eenvoudige problemen op te lossen. Door met elkaar te discussiëren over rekenwiskundige problemen leren zij zich te concentreren op een onderwerp, een vraagstuk te analyseren, hun gedachten te ordenen en te verwoorden, te redeneren en te luisteren naar redeneringen van anderen. Deze vaardigheden zijn voorwaarde voor en worden tevens verder ontwikkeld door *samenwerkend leren* en *wiskundige communicatie*. Dit zijn vaardigheden die zij in de samenleving en in latere beroepssituaties nodig hebben.

3.5.1 Getallen en Bewerkingen

De leerlingen begrijpen het tientallig stelsel en zijn vertrouwd met de structuur en de waarde van getallen. Zij kennen de tafels en kunnen hoofdrekenen tot 100.

In de groepen 5 en 6 raken de leerlingen vertrouwd met grotere getallen tot 1000 en vervolgens tot 10.000. Zij leren vermenigvuldigen en delen met getallen boven de 10 en maken kennis met kernbreuken en decimale getallen (kommagetallen). Zij ontwikkelen inzicht in breuken en leren breukentaal gebruiken, bijvoorbeeld begrippen als de helft, een kwart en driekwart. Aan de hand van het rekenen met geld en bij meten (lengte, gewicht, inhoud) verkennen de leerlingen decimale getallen. Het is in deze fase belangrijk dat zij de samenhang leren zien tussen hele getallen, breuken en decimale getallen.

Bij het hoofdrekenen kunnen de leerlingen tot 1000 en tot 10.000 met mooie, ronde getallen de basisbewerkingen optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen vlot uitvoeren. Daarnaast maken zij kennis met eigenschappen van getallen en bewerkingen, bijvoorbeeld weten wanneer getallen deelbaar zijn door 2 of 5 of door 2 en 5.

Sorteer de getallen.		
2, 6, 10, 12, 15, 18, 20, 30, 35		
deelbaar door 2:	deelbaar door 2 en 5:	deelbaar door 5:

Afbeelding 3.6 Sorteren van getallen

Zij leren dat optellen en aftrekken, vermenigvuldigen en delen veel met elkaar te maken hebben. Met name in contextopdrachten kunnen zij vaak meerdere oplossingsprocedures toepassen.

Bij het rekenen op papier maken de leerlingen kennis met de cijferprocedures. Hierbij ontdekken zij hoe zij op basis van een vaste procedure tot een oplossing kunnen komen (algoritme): het cijferend optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen. Het maakt in feite niet uit of dit gebeurt op de traditionele manier van cijferen of volgens de nieuwe procedures van kolomsgewijs rekenen en herhaald aftrekken. Het gaat er om dat leerlingen de procedures begrijpen.

3.5.2 Verhoudingen

Het domein Verhoudingen is in de onderbouw ingebed in het domein Getallen en Bewerkingen en in het domein Meten en Meetkunde. Vanaf groep 5 maken de leerlingen kennis met breuken en breukental. In de meeste methodes gebeurt dit aan de hand van verdeelsituaties waarbij leerlingen bepaalde hoeveelheden ‘eerlijk delen’. De meeste leerlingen hebben met deze informele handelingen weinig moeite. Lastiger wordt het als zij breuken gaan noteren en daarmee vergelijkingen en bewerkingen gaan uitvoeren. Dit laatste begint meestal in de tweede helft van groep 6.

Het tweede onderdeel in het domein Verhoudingen is decimale getallen. De meeste leerlingen raken hiermee vertrouwd door het tellen en rekenen met geld. Daarna volgt de koppeling met maten en maken zij geleidelijk aan kennis met het metriek stelsel. Ook dit start meestal in groep 6.

De leerlingen ontdekken dat decimale getallen zowel bij geld, lengtematen, gewicht, inhoud als bij oppervlaktematen worden gebruikt. Het rekenen met decimale getallen in kale sommen komt in het dagelijkse leven nauwelijks voor.

Het domein Verhoudingen is de verbindende schakel tussen het domein Getallen en Bewerkingen en het domein Meten en Meetkunde. Vanaf groep 7 komt daar het rekenen met procenten bij.

3.5.3 Meten en Meetkunde

Bij het subdomein Meten maken de leerlingen kennis met standaardmaten en met het decimale stelsel. Door regelmatig te oefenen met concreet materiaal raken zij vertrouwd met het meetstelsel. Zij leren meten, wegen en inhoud bepalen, maten aflezen en benoemen. Lengte, gewicht en inhoud hebben als metriek stelsel alles met elkaar te maken, maar worden gebruikt voor verschillende doeleinden. Geleidelijk aan ontdekken de leerlingen dat het decimale stelsel systematisch wordt gebruikt bij meten, wegen en het bepalen van inhoud. Zij ontdekken dat de context bepaalt wat een passende maat is (bijvoorbeeld mm, m of km). Rekenen met geld kan het vertrouwd raken met het matensysteem ondersteunen.

Bij de leerstoflijn Tijd gaan leerlingen begrijpen dat jaren, maanden, weken, dagen en uren iets met elkaar te maken hebben. Zij ontdekken de structuur in het kalendersysteem en leren rekenen met tijd. Hoe dat samenhangt met de stand van de zon en de maan zal voor veel leerlingen nog moeilijk zijn, maar snelle leerlingen tonen vaak al interesse voor alles wat met ruimte en tijd te maken heeft.

Bij het subdomein Meetkunde komen dezelfde onderwerpen aan de orde als in de onderbouw, maar de leerlingen breiden hun kennis op deze terreinen uit en kunnen meer in detail gaan werken en complexere opdrachten uitvoeren. De leerlingen zijn geïnteresseerd in hoe de dingen werken en in het ontwerpen van nieuwe dingen, zoals bijvoorbeeld een robot. Juist in deze leeftijdsfase kunnen creativiteit en een onderzoekende houding worden gestimuleerd. Meetkunde in combinatie met het vak techniek is hiervoor bij uitstek geschikt. Aan de hand van goede opdrachten ontwikkelen leerlingen een onderzoekende en coöperatieve houding. Leerlingen op deze leeftijd zijn in staat om zelfstandig en in samenwerking met andere leerlingen opdrachten uit te voeren.

3.6 Rekenen in groep 7-8

Het rekenen doet steeds meer een beroep op de formele rekenkennis en rekenvaardigheden van de leerlingen. Dit is nodig om goed te kunnen participeren in het voortgezet onderwijs. De koppeling met het concrete, informele handelen blijft echter onmisbaar om bruikbare kennis en vaardigheden te ontwikkelen voor het dagelijkse leven.

Hiermee wordt de basis voor elementaire en functionele gecijferdheid verstevigd. Elementaire gecijferdheid is gekoppeld aan het formele rekensysteem zoals dat in school wordt geleerd. Functionele gecijferdheid bouwt voort op het directe (informele) handelen in praktische situaties. Daarbij maken de leerlingen gebruik van hun formele en informele kennis en vaardigheden in functionele situaties.

In de bovenbouw wordt het domein Informatieverwerking toegevoegd, ofwel het leren zien en begrijpen van verbanden. De leerlingen leren informatie lezen, begrijpen, interpreteren en zelf opstellen met behulp van tekst, afbeeldingen, tabellen en grafieken.

Leerlingen kunnen steeds complexere opdrachten uitvoeren. Zij zijn ook steeds meer in staat om opdrachten in kleine groepjes uit te voeren. Hiermee oefenen zij het samenwerkend leren. Zij kunnen hierbij afspraken voor het samenwerken toepassen, zoals bijvoorbeeld afspraken over hulp vragen en hulp bieden.

Zij kunnen ook steeds beter zelfstandig informatie opzoeken, bijvoorbeeld de afstand van Amsterdam naar Rotterdam opzoeken op de computer met behulp van een routeplanner.

Vanaf groep 6 worden de verschillen tussen rekenzwakke en rekensterke leerlingen steeds duidelijker. Zwakkere leerlingen zullen bij complexe opdrachten sneller afhaken. Ook kunnen zij problemen hebben met het verwerken van de hoeveelheid nieuwe leerstof die vanaf groep 6 geboden wordt en met het tempo. In de groepen 7 en 8 wordt de afstand tussen zwakke en sterke rekenaars vaak nog groter. Dit heeft consequenties voor het rekenen in de bovenbouw. Hier komt de vraag naar voren welke kennis en vaardigheden juist ook de rekenzwakke leerlingen minimaal nodig hebben om te kunnen functioneren in de maatschappij.

Hiermee hangt dan weer samen welke kennis en vaardigheden leerlingen nodig hebben om te kunnen doorstromen naar de diverse afdelingen en leerwegen in het vervolgonderwijs.

In de bovenbouw worden door de school in samenwerking met de ouders/verzorgers al vaak beslissingen genomen over de verdere rekenwiskundige ontwikkeling van individuele leerlingen. Daardoor kan het onderwijs beter worden afgestemd op de onderwijsbehoeften van de individuele leerling. Dit kunnen ingrijpende beslissingen zijn. Juist voor de rekenzwakke leerling, maar ook voor de rekensterke, kan de school met de ouders de lijnen uitzetten op basis waarvan de leerling in het vervolgonderwijs verder kan leren.

Voor de betere leerlingen, wellicht de potentiële bètaleerlingen, is bijvoorbeeld kennis van en inzicht in algoritmische procedures, zoals cijferend optellen en vermenigvuldigen, noodzakelijk. De zwakkere leerlingen kunnen in plaats daarvan de rekenmachine gebruiken.

Afstemmen op individuele leerlingen betekent in het algemeen niet dat rekenzwakke leerlingen bepaalde onderdelen, zoals breuken en procenten, niet hoeven te leren. Het houdt juist werken aan inzicht in breuken en procenten in, en aan het rekenen met kernbreuken en kernpercentages. Kennis van en inzicht in de kernbegrippen van breuken en procenten en hun onderlinge samenhang zijn belangrijk voor alle leerlingen. Kunnen rekenen met $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{5}$ en $\frac{1}{10}$ is essentieel. Ditzelfde geldt voor het begrijpen van wat 50% en 25% betekent en het kunnen uitrekenen van 10% korting. De moeilijkere berekeningen kunnen in een langzamer tempo worden aangeleerd of worden uitgesteld tot later, maar dan wel op voorwaarde dat de leerling in het vervolgonderwijs hieraan op zijn eigen niveau verder kan werken. Dit betekent dat het vervolgonderwijs deze taak overneemt van het basisonderwijs.

De rekenmachine krijgt een functionele plaats in de bovenbouw. De leerlingen oefenen verder met hoofdrekenen en rekenen op papier en leren tevens de rekenmachine adequaat te gebruiken. Ook is het in de huidige maatschappij gewenst dat leerlingen berekeningen met hedendaagse computerprogramma's kunnen uitvoeren, zoals met Excel of andere software. Zij kunnen zelf eenvoudige formules invoeren, zoals optellen, aftrekken, het gemiddelde berekenen, korting en btw berekenen, de rente berekenen van hun eigen spaargeld. Ook de rekenzwakke kinderen kunnen met inzicht eenvoudige bewerkingen in Excel uitvoeren. Juist zij kunnen hiervan profiteren.

3.6.1 Getallen en Bewerkingen

Van de gemiddelde en betere leerlingen wordt verondersteld dat zij de basisvaardigheden vlot gebruiken. Zij kunnen hoofdrekenen met mooie getallen tot 1.000.000. Zij kunnen berekeningen

uitvoeren op papier en daarbij gebruik maken van algoritmes en de rekenmachine. Zij kunnen schattend rekenen met lastige getallen en afronden op mooie getallen.

Juist in deze fase blijft het belangrijk dat de leraar de rekenwiskundige vaardigheden blijft koppelen aan opdrachten (contexten) uit de dagelijkse leefwereld. Dit bevordert dat leerlingen zich de gebruikswaarde van rekenen-wiskunde goed realiseren. Opdrachten dienen wel uitdagend te zijn, zodat de leerlingen ook echt moeten nadenken, redeneren en rekenen. Met name opdrachten die een beroep doen op logisch redeneren en op kennis van eigenschappen van getallen en bewerkingen bevorderen niet alleen vaardigheid, maar ook het inzicht. Dit is ook nodig voor de zwakkere rekenaars. Ook zij zijn gebaat bij opdrachten die hen – op hun niveau – dwingen tot nadenken.

Daarnaast heeft het zeker zin om leerlingen ook met kale sommen te laten oefenen om een goede rekenvaardigheid en tempo te ontwikkelen. Oefeningen hoeven echter niet altijd uit kale sommen te bestaan. Bijvoorbeeld het uitrekenen van een vermenigvuldiging met behulp van een kruistabel doet een beroep op inzicht, waardoor de leerlingen beter weten wat ze doen. Dat kan compenserend werken voor het cijferend vermenigvuldigen.

De leerlingen kunnen schattend het antwoord benaderen, bijvoorbeeld bij 54×251 . Zij kunnen de bewerking uitvoeren met het algoritme en met de rekenmachine, maar ook met een kruistabel. Het voordeel van de kruistabel is dat alle tussenstappen zichtbaar zijn. Door de structuur van de tabel zullen de leerlingen minder snel fouten maken. Bij het kolomsgewijs rekenen zijn deze tussenstappen ook zichtbaar. Bij het cijferend rekenen verdwijnen de tussenstappen door het tegelijkertijd inwisselen.

Reken uit:
 54×251

schattend:

\approx	
$50 \times 250 =$	
$5 \times 2500 =$	
12.500	

kruistabel:

x	200	50	1	Totaal
50	10.000	2500	50	12.550
4	800	200	4	1004
Totaal	10.800	2700	54	13.554

kolomsgewijs:


251
54 x
10.000
2500
50
800
200
4
13.554

cijferen:

251
54 x
1004
12.550
13.554

controle met de rekenmachine:

rekenmachine: 54×251



Doordat leerlingen meerdere procedures tot hun beschikking hebben, kunnen zij hun oplossingsprocedures kiezen en afstemmen op hun eigen sterkste manier van rekenen. De kruistabel is bijvoorbeeld een goed alternatief voor leerlingen die problemen hebben met cijferen en kolomsgewijs rekenen.

3.6.2 Verhoudingen

Binnen het domein Verhoudingen wordt gerekend met verhoudingen, breuken, decimale getallen en met procenten. Ook schaalberekeningen zijn onderdeel van dit domein.

Breuken en decimale getallen vormen een belangrijk onderdeel van het rekenen in de bovenbouw. De leerlingen leren redeneren met verhoudingentaal en breukentaal, ontwikkelen inzicht in breuken en leren bewerkingen uitvoeren met breuken. Bij bewerkingen lopen we tegen de vraag aan wat voor de leerlingen haalbaar is. Eenvoudige bewerkingen met stambreuken en de meest voorkomende breuken als $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{5}$ zijn voor de meeste leerlingen uitvoerbaar, doordat ze ook op heel concreet niveau kunnen worden gevisualiseerd. Bij opdrachten als $\frac{7}{16} + \frac{3}{7}$ is dat veel moeilijker. Deze opdrachten doen een groot beroep op inzicht in breuken en vragen een hoger abstractieniveau. Opdrachten als $\frac{3}{8} + 0,125$ doen een beroep op inzicht in de relatie tussen breuken en decimale getallen.

Voor de rekenzwakke leerlingen is het voldoende als zij de basisbewerkingen met de meest voorkomende breuken kunnen uitvoeren en daarbij in staat zijn om breuken om te zetten naar decimale getallen. De rekenmachine is hierbij een goed hulpmiddel.

Kunnen rekenen met decimale getallen, zonder en met de rekenmachine, is een essentiële vaardigheid. In onze digitale maatschappij wordt veel meer gebruik gemaakt van decimale getallen dan van breuken. Daarbij is beheersing van breukentaal en verhoudingentaal wel essentieel om ermee te kunnen rekenen, bijvoorbeeld het verschil weten tussen 1 op 4 en 1 van de 4 en dit bij berekeningen kunnen omzetten in breuken, procenten of een decimaal getal.

Het rekenen met procenten kan worden beschouwd als het rekenen met een bijzonder verhoudingsgetal (namelijk de verhouding ten opzichte van 100). Van alle leerlingen wordt verwacht dat zij kunnen rekenen met 'mooie' percentages als 10% en 25%. De betere rekenaars kunnen alle bewerkingen met procenten uitvoeren.

Inzicht in het begrip 'schaal', zoals bijvoorbeeld 1:100 op een bouwtekening en het kunnen uitvoeren van eenvoudige berekeningen daarmee, zijn ook onderdeel van het domein Verhoudingen. Leerlingen begrijpen dat afbeeldingen van werkelijkheidssituaties, bijvoorbeeld een bouwtekening, een maquette van een huis of een plattegrond van een stad, 'in verhouding' zijn weergegeven. Zij kunnen de maten in de tekening of de afstanden op de plattegrond omrekenen naar de maten en afstanden in de werkelijkheid en andersom.

3.6.3 Meten en Meetkunde

Bij het subdomein Meten leren de leerlingen werken met standaardmaten en met bijbehorende afleidingen binnen het metriek stelsel. Het kunnen rekenen met decimale getallen is hierbij een vereiste. De toepassing van het metriek stelsel in beroepssituaties is afhankelijk van het beroep. Zo zal een verpleegkundige veel met milliliters en milligrammen werken, terwijl een groentehandelaar eerder met kilogrammen werkt. Een timmerman of een tegelzetter gebruikt weer veel lengte- en oppervlaktematen bij zijn berekeningen. Bij het meten gaat het om het praktisch kunnen gebruiken van maateenheden en het uitvoeren van berekeningen in allerlei dagelijkse meetsituaties.

Rekenen met maten op papier, zoals bijvoorbeeld het omzetten van maten, werkt niet als leerlingen niet in de praktijk kunnen ervaren wat er gebeurt. Weten dat 1 cm even lang is als 10 millimeter en dat 8 mm dan hetzelfde is als 0,8 cm werkt alleen als leerlingen dit zelf kunnen meten en deze ervaringen met andere leerlingen kunnen bespreken.

Een goede beheersing van het metriek stelsel is een basisvoorwaarde om te kunnen functioneren in veel beroepen. Het betekent dat de leerlingen de onderlinge relaties binnen het stelsel niet alleen kennen maar ook begrijpen en kunnen toepassen.

Inzicht in de onderlinge relaties van maten binnen het metriek stelsel is voorwaarde om goed te kunnen rekenen met maateenheden. Leerlingen weten bijvoorbeeld dat het volume van een vat van 1 m^3 gelijk is aan 1000 dm^3 en dat daar 1000 liter water in kan. Op basis daarvan zijn zij in staat uit te rekenen hoeveel liter water in een vat van $8 \times 6 \times 5 \text{ dm}$ ($240 \text{ dm}^3 = 240$ liter water) kan. Vervolgens kunnen zij ook beredeneren dat de inhoud van dit vat bijna een kwart kubieke meter is.

Bij het rekenen met geld leren leerlingen ook werken met andere vormen van betalen. Veel leerlingen zullen al een eigen bankrekening hebben en zijn (soms) al gewend aan het betalen met een bankpas of een chipknip. Ook kunnen zij al ervaring hebben met betalen via internet.

Leerlingen hebben op die leeftijd ook vaak al een eigen mobiele telefoon met allerlei geavanceerde functies of kopen computerspellen via internet. Zij weten heel goed wat de kosten daarvan zijn. Ook weten zij dat het lid zijn van een sportvereniging en het hebben van hobby's geld kosten. Het systeem van werken met een bankrekening kan worden geoefend. Ook 'rood staan' past hierbij. Dit is een ingang voor het werken met negatieve getallen: als een tekort.

Bij het onderdeel tijd gaat het erom dat leerlingen vlot kunnen rekenen met uren, minuten, seconden, dagen, maanden en jaren. Zij kunnen een eigen werkschema maken en een wekschema met tijden invullen. Zij kunnen reistijd berekenen waarbij het gaat om het verband tussen tijd, afstand en snelheid. Zij kunnen bijvoorbeeld met behulp van een reis- of routeplanner bepalen hoe laat ze van huis moeten vertrekken om op tijd op een afspraak te zijn.

Het subdomein Meetkunde en het vak techniek bieden optimale kansen om leerlingen creatief te laten ontwerpen en allerlei ruimtelijke ervaringen op te laten doen. Hierbij zetten zij hun rekenwiskundige kennis en vaardigheden in. Belangrijk hierbij is dat zij vooraf leren beredeneren wat zij gaan doen. Dit betekent niet alleen dat zij passende tekeningen en berekeningen kunnen bedenken en maken, maar ook kunnen beredeneren wat de mogelijke gevolgen van hun handelingen zijn. Bijvoorbeeld: hoe stevig moeten de pijlers van een brug zijn om te voorkomen dat zij instort? De leerlingen leren zo ontwerpstappen bedenken, plannen, berekenen en technisch uitvoeren en reflecteren op het resultaat. Juist voor meetkunde zijn tegenwoordig mooie computerprogramma's op de markt waarmee leerlingen driedimensionaal kunnen experimenteren.

3.6.4 Informatieverwerking

Een functionele toepassing van rekenwiskundige kennis en vaardigheden is het begrijpen en interpreteren van informatie die ons dagelijks via de media bereikt. Dat kan via tekst, (al dan niet bewegende) beelden of in de vorm van tabellen en grafieken. Daarnaast leren de leerlingen om zelf informatie op allerlei manieren weer te geven. Actief zelf ervaring opdoen met het weergeven van

informatie vormt de basis voor het begrijpen van wat er in de wereld om ons heen gebeurt. Daardoor is informatieverwerking te beschouwen als onderdeel van functionele gecijferdheid. Bij het domein Informatieverwerking worden rekenwiskundige kennis en vaardigheden uit de overige domeinen geïntegreerd toegepast.

3.7 Aansluiting op het voortgezet onderwijs

Leerlingen van groep 8 stromen op zeer uiteenlopende niveaus uit naar het voortgezet (speciaal) onderwijs. De school draagt het onderwijskundig rapport over aan de school voor voortgezet (speciaal) onderwijs waar de leerling naar toe gaat. Hierin staat de basisschoolcarrière van de leerling beschreven. De school beschrijft tot op welk niveau de leerling is gekomen op de vier domeinen van referentieniveau 1F en 1S. Dit wordt onderbouwd met toetsresultaten. Dit geldt voor alle leerlingen. Om een goede aansluiting te bevorderen is intensieve samenwerking tussen scholen voor basisonderwijs en voortgezet onderwijs van belang.

3.8 Tot slot

De inhoud van rekenen-wiskunde in het basisonderwijs is meestal afgebakend in leerstoflijnen en leerstofeenheden die inspelen op de veronderstelde rekenwiskundige ontwikkeling van de gemiddelde leerling. Dit is meestal vastgelegd in een methode. Hierin zijn didactische stappen gebouwd die het handelen van de leraar aansturen.

De methodes bepalen veelal op welke wijze het rekenwiskunde-onderwijs wordt georganiseerd en welke leerstof in welk leerjaar wordt behandeld. Het onderwijs in de school is daardoor in het algemeen meer gericht op wat leerlingen op een bepaald moment 'zouden moeten kunnen' (aanbodgericht). Het onderwijs speelt doorgaans minder in op de ontwikkeling van individuele leerlingen (vraaggericht). Het leerlingvolgsysteem laat vervolgens zien hoe goed een leerling presteert in het midden of aan het eind van het schooljaar, vergeleken met de norm van de gemiddelde leerling. De (natuurlijke) ontwikkeling van de kinderen dreigt hierdoor uit beeld te verdwijnen.

KERN De grote opdracht bij passend onderwijs is het onderwijs weer af te stemmen op de ontwikkeling van individuele kinderen: het in balans brengen van leerstoflijnen op de ontwikkelingslijnen van kinderen. Daarbij staat de ontwikkeling van de leerlingen centraal.

In hoofdstuk 4 beschrijven we de vier hoofdlijnen binnen rekenen-wiskunde waarlangs het leren van rekenen-wiskunde verloopt. Aan de hand van deze vier hoofdlijnen kunnen leerstofinhouden, instructie en oefening worden afgestemd op de ontwikkeling van de leerlingen.

Om dit mogelijk te maken is diagnosticerend onderwijzen een voorwaarde (zie hoofdstuk 6). Het handelingsmodel en het drieslagmodel (zie hoofdstuk 5) ondersteunen de leraar bij het zorgvuldig afstemmen van leerstofinhouden en werkwijzen op de ontwikkeling van het kind.

4 **Leren rekenen en rekenproblemen**

In hoofdstuk 1 zijn de uitgangspunten geformuleerd voor een goede rekenwiskundige ontwikkeling. Hoe deze ontwikkeling inhoudelijk globaal verloopt, staat beschreven in hoofdstuk 3. Aansluitend op hoofdstuk 3 beschrijven wij in dit hoofdstuk vier hoofdlijnen die aan de basis liggen van een goede rekenwiskundige ontwikkeling. Dit zijn *begripsvorming, ontwikkelen van oplossingsprocedures, vlot leren rekenen* en *flexibel toepassen van kennis en vaardigheden*. Deze vier zijn met elkaar vervlochten. Inzicht in de vier hoofdlijnen is voorwaarde om de signalen op te kunnen vangen en de begeleiding van rekenzwakke leerlingen toe te spitsen op hetgeen zij nodig hebben. Wij pretenderen niet hierbij volledig te zijn. Leerlingen kunnen ook nog andere dan de genoemde signalen afgeven. Elk kind is anders.

Aan het einde van dit hoofdstuk staat een overzicht van relevante signaleringspunten.



4.1 Rekenwiskundige ontwikkeling

Een goede, doorgaande rekenwiskundige ontwikkeling leidt tot functionele gecijferdheid. Gecijferde kinderen, jongeren en volwassenen kunnen hun rekenwiskundige kennis en vaardigheden adequaat gebruiken in hun dagelijkse leven, hun beroepssituaties en om verder te leren.

Wij beschrijven een goede, doorgaande rekenwiskundige ontwikkeling op de vier hoofdlijnen. Deze beschrijving is bedoeld als startpunt om in beeld te brengen welke problemen gedurende het proces van het leren rekenen kunnen optreden.

Goed rekenwiskunde-onderwijs is optimaal afgestemd op de ontwikkeling van de individuele leerling. Elke stap in de ontwikkeling van de leerling bouwt voort op eerder verworven inzichten, kennis en vaardigheden. Het afstemmen van het onderwijs op de ontwikkeling van de leerling maakt leren mogelijk. Onvoldoende of onjuiste afstemming kan leiden tot verstoring in het proces van leren rekenen.

In hoofdstuk 1, uitgangspunt 4, hebben wij de begrippen *rekensterke* en *rekenzwakke* leerlingen geïntroduceerd.

Rekensterke leerlingen slagen er vaker in om zelf verbanden te herkennen en relaties te leggen met eerder verworven kennis en vaardigheden. Deze leerlingen zijn minder gevoelig voor kleine *misfits* in de afstemming. Zij leren als het ware ondanks het onderwijs.

Voor *rekenzwakke* leerlingen is juiste afstemming van het onderwijsaanbod op hun onderwijsbehoeften cruciaal. Zij zijn afhankelijk van het geboden onderwijs. Voor deze leerlingen luistert de afstemming zeer nauw. Als het rekenwiskunde-onderwijs steeds uit de pas loopt – ook al is dat in lichte mate – met wat deze leerlingen nodig hebben, dan kan hun rekenwiskundige ontwikkeling minder gunstig verlopen.

Inzicht in de vier hoofdlijnen van een goede rekenwiskundige ontwikkeling biedt steun om de signalen op te vangen en de begeleiding van rekenzwakke leerlingen toe te spitsen op hetgeen zij nodig hebben.

Bij rekenzwakke leerlingen is op deze vier hoofdlijnen bijzondere aandacht en afstemming nodig om te voorkomen dat hun rekenwiskundige ontwikkeling gaat stagneren. Ernstige rekenwiskunde-problemen en dyscalculie tekenen zich voor het eerst af bij het ontwikkelen van concepten en het leren van procedures in het domein Getallen en Bewerkingen. Gebrekkige en onvolledige kennis van procedures belemmeren het leren van rekenwiskundige kennis en vaardigheden op alle domeinen.

Bij een goede rekenwiskundige ontwikkeling zien we dat leerlingen steeds vlotter procedures op een steeds formeler niveau kunnen gebruiken en dat ze steeds beter passende procedures (schatten, precies rekenen, uit het hoofd, op papier, met de rekenmachine) kunnen kiezen en gebruiken. Hiervoor is het nodig dat leerlingen de onderliggende rekenwiskundige concepten steeds beter en op een steeds formeler niveau gaan begrijpen.

Als de ontwikkeling op deze hoofdlijnen in balans is, zien we een goede doorgaande rekenwiskundige ontwikkeling. Als er in een van deze hoofdlijnen ernstige problemen ontstaan of zelfs stilstand optreedt, kan er stagnatie in de totale rekenwiskundige ontwikkeling van de leerling ontstaan.

Wij focussen in dit hoofdstuk op een goede doorgaande ontwikkeling van het leren van rekenwiskunde. Wij bespreken de vier hoofdlijnen waarlangs de rekenwiskundige ontwikkeling verloopt en welke knelpunten we tegenkomen die kunnen leiden tot ernstige rekenwiskunde-problemen.

Wij pretenderen niet hierbij volledig te zijn. Elk kind is anders en leerlingen kunnen dan ook nog andere signalen afgeven.

Wij beschrijven de signalen op basis waarvan rekenzwakke leerlingen in beeld komen. Daarbij beschrijven we preventieve maatregelen en mogelijke acties voor interventie.

Op basis hiervan kan het onderwijs beter worden afgestemd op de onderwijsbehoeften van individuele leerlingen. In sommige situaties kunnen kindkenmerken een belemmerende factor zijn in de rekenwiskundige ontwikkeling van de leerling. Zorgvuldige afstemming van het rekenwiskunde-onderwijs op de onderwijsbehoeften van de rekenzwakke leerling is noodzakelijk.

4.2 Vier hoofdlijnen in het proces van het leren rekenen

Een goede rekenwiskundige ontwikkeling verloopt via vier hoofdlijnen:

- begripsvorming (conceptontwikkeling en het verlenen van betekenis aan kennis en vaardigheden);
- ontwikkelen van oplossingsprocedures;
- vlot leren rekenen (oefenen, automatiseren en memoriseren);
- flexibel toepassen van kennis en vaardigheden.

Wij beschrijven het proces van het leren rekenen aan de hand van deze vier hoofdlijnen. Elke hoofdlijn heeft eigen kenmerken en veronderstelt van de leerlingen een actieve eigen inbreng.

In het onderwijs zien we dat er in de opbouw van leerstoflijnen in verschillende fasen aandacht wordt besteed aan deze vier hoofdlijnen. De hoofdlijnen volgen elkaar op en hebben een cyclisch verloop. Elke volgende fase in het leerproces gaat uit van beheersing van de voorafgaande fase. De vier hoofdlijnen haken dan ook als opeenvolgende schakels aan elkaar.



Afbeelding 4.1 Vier hoofdlijnen in de rekenwiskundige ontwikkeling

Het verwerven van elk nieuw leerstofonderdeel in een leerstoflijn begint met *begripsvorming*. Bij het onderwerp vermenigvuldigen bijvoorbeeld, leert de leerling *betekenis te verlenen* aan getallen en bewerkingen in de context van vermenigvuldigen en verwerft hij geleidelijk aan het *concept* vermenigvuldigen. Dit is de basis van *begripsvorming*. De leerling leert *oplossingsprocedures* waarmee hij kan vermenigvuldigen. Deze bestaan uit groeperen, herhaald optellen, verdubbelen en halveren

(10×6 en 5×6), tweelingsommen ($6 \times 3 = 3 \times 6$), één meer en één minder (5×6 , 6×6 , 4×6), het leren van de tafels, handig hoofdrekenen met mooie getallen, cijferen en het gebruik van de rekenmachine bij lastige berekeningen.

Om *vlot te leren rekenen* is automatiseren en memoriseren van deze kennis en vaardigheden noodzakelijk. Daar is oefening voor nodig. De ene leerling heeft meer oefentijd nodig dan de andere. Ook leren leerlingen op verschillende manieren. Optimaal oefenen betekent dan ook didactisch juist afstemmen. Het uiteindelijke doel van het rekenen is dat leerlingen hun kennis en vaardigheden *flexibel kunnen toepassen* in functionele situaties. Daarvoor is het nodig dat zij betekenis kunnen geven aan rekensituaties en begrijpen welke kennis en vaardigheden zij op dat moment kunnen gebruiken om een rekenprobleem aan te pakken en op te lossen. Dit noemen we *strategisch denken en handelen*.

In de dagelijkse onderwijspraktijk lopen altijd meerdere hoofdlijnen naast elkaar. Leerlingen hebben bijvoorbeeld op een gegeven moment de basisbewerkingen optellen en aftrekken geleerd en geoefend, maar nog niet geautomatiseerd. Daarnaast beginnen zij al met het leren en oefenen van vermenigvuldigen en in een latere fase ook nog met delen. Leerlingen kunnen soms enkele vaardigheden al vlot toepassen en voor andere vaardigheden nog teruggrijpen naar de fase van het ontwikkelen van oplossingsprocedures of zelfs naar begripsvorming. Een leerling kan bijvoorbeeld de tweelingsommen al goed toepassen, maar nog moeite hebben met de procedures één keer meer en één keer minder. Dat kan weer te maken hebben met begripsvorming.

In de volgende paragrafen beschrijven wij per hoofdlijn de volgende aspecten.

- Welke ontwikkeling maken leerlingen globaal door?
- Welke knelpunten kunnen rekenzwakke leerlingen hierbij ervaren?
- Welke preventieve maatregelen zijn zinvol?
- Welke aandachtspunten zijn er voor interventie?

De aandachtspunten worden per hoofdlijn gemarkeerd met de S van *Signaal*. In de tekst staat het signaal met het nummer aangegeven. Aan het eind van de paragraaf van de betreffende hoofdlijn staan de signaleringspunten van die hoofdlijn vermeld. In paragraaf 4.8 geven wij een overzicht van de tien signaleringspunten.

4.3 Hoofdlijn 1: begripsvorming

4.3.1 Ontwikkeling van begripsvorming

Het leren van rekenen-wiskunde is geen doel op zich. Leerlingen leren rekenen-wiskunde om de wereld beter te begrijpen en greep te krijgen op rekenwiskundige situaties. Het ontwikkelen van rekenwiskundige concepten en het begrijpen van oplossingsprocedures, in combinatie met het begrijpen van de functionaliteit ervan, is daarvoor noodzakelijk.

Bij het leren van rekenen-wiskunde op school is het nodig dat leerlingen tijdens het uitvoeren van rekenactiviteiten en -opdrachten begrip ontwikkelen van wat ze doen en waarom ze dat doen. De leerling moet zich iets kunnen voorstellen bij een rekenactiviteit of rekenopdracht en de bedoeling ervan doorzien. Dit noemen we betekenis verlenen. Daarbij is het nodig inzicht te ontwikkelen in rekenwiskundige concepten om adequaat te kunnen handelen in rekensituaties. Een onmisbaar element bij deze ontwikkeling is de rekentaal. Om te kunnen vertellen hoe zij denken en handelen

en om rekenwiskundig te kunnen communiceren is het noodzakelijk dat leerlingen ook de juiste rekentaal ontwikkelen.

Bij de ontwikkeling van begripsvorming onderscheiden we:

- verlenen van betekenis aan rekenwiskundig handelen (semantiseren);
- ontwikkelen van rekenwiskundige concepten;
- ontwikkelen van rekentaal.

Deze drie componenten worden na elkaar besproken maar vormen één geheel. Op pagina 81, bij Ontwikkelen van rekenwiskundige begrippen bespreken wij de samenhang.

Verlenen van betekenis aan rekenwiskundig handelen

Rekenen in het dagelijkse leven is altijd ingebed in functionele situaties. Het handelen van leerlingen (en volwassenen) in authentieke situaties heeft altijd een doel en een betekenis. Tijdens dit rekenwiskundig handelen ontwikkelen leerlingen spontaan rekenwiskundige concepten.

Vanwege de combinatie van de werkelijkheidssituatie met het handelen zijn deze concepten betekenisvol. Leerlingen begrijpen wat ze doen en begrijpen daardoor ook het onderliggende concept. Zij leren tevens de bijbehorende taal gebruiken. Zij leren begrippen als veel, weinig, meer, minder en evenveel, eerder en later, boven en onder, voor en achter. Later komen daar begrippen bij als verdubbelen, twee keer zoveel, halveren, ieder de helft, een kwart. Weer later ontstaan begrippen op een hoger niveau, zoals hoeveelheid, breuken, lengte en tijd.

Bij het rekenen in het dagelijkse leven zijn leerlingen zelf onderdeel van de werkelijkheidssituatie. Zij kopen iets in een winkel. Zij ontdekken maten, leren de ruimte verkennen en leren klokkijken. Zij leren de kilometerborden langs de weg lezen en verwerven zo de begrippen afstand en snelheid. Bijvoorbeeld: nog 45 kilometer naar Utrecht, dat is nog ongeveer een half uur rijden. Alles gaat heel vanzelfsprekend doordat ze zelf deel van de situatie zijn (subjectgebonden).

Op school leren leerlingen rekenen uit een boek en moeten zij zich kunnen verplaatsen in een rekenwiskunde-opdracht uit dat boek en daaraan betekenis verlenen. Zij nemen daarbij afstand van zichzelf en moeten zich in een andere situatie, buiten zichzelf, inleven (objectgebonden). Daardoor ontstaan twee werelden: de (informele) werkelijke wereld en de (formele) schoolwereld.

Vooraf voor jonge kinderen is dit een grote stap. We merken dit aan hun reacties tijdens de les. Jonge kinderen hebben nog vaak de neiging om, als zij een opdracht of context uit een rekenboek herkennen, deze direct aan hun eigen ervaringen te koppelen. Ze beginnen soms spontaan daarover te vertellen tijdens de les. Ze koppelen hun eigen informele wereld aan de (formele) schoolwereld. Als ze geen koppelingen kunnen maken ontstaan er twee werelden. Naarmate leerlingen ouder worden, kunnen zij beter afstand nemen van zichzelf en zich verplaatsen in (voorstelbare) opdrachten in het rekenboek.

In de informele werkelijkheid handelen kinderen en volwassenen zoals hierboven beschreven. In de formele wereld van het rekenen op school leren de leerlingen tellen op de getallenlijn, sommen maken, tafels, breuken, het metriek stelsel, rekenen met procenten enzovoort.

Om deze twee werelden te verbinden wordt in methodes gebruik gemaakt van contexten. Contexten zijn een afspiegeling van werkelijkheidssituaties en zijn op de eerste plaats bedoeld om betekenis te verlenen aan het rekenen. Op de tweede plaats worden specifieke contexten geboden voor het

ontwikkelen van betekenisvolle rekenwiskundige concepten met bijbehorende oplossingsprocedures.

KERN Een goede context is een afspiegeling van een werkelijkheidssituatie en is functioneel voor het doel dat men wil bereiken: het verlenen van betekenis aan het rekenen op school en ontwikkeling van rekenwiskundige concepten.

Een context bestaat meestal uit een afbeelding van een informele werkelijkheidssituatie, soms in combinatie met tekst. De context helpt de leerling om betekenis te verlenen aan het formele rekenen. Dit verhoogt de gebruikswaarde (toepasbaarheid) van het schoolse rekenen. Voor jonge kinderen is zo'n afbeelding concreet (foto, tekening) en bevat weinig afleidende informatie. Naarmate leerlingen ouder worden, kunnen contexten complexer worden en kan er ook meer afleidende informatie in zitten. Dat komt beter overeen met de overdosis informatie die we in het dagelijkse leven moeten doorwerken om tot de kern van een rekenvraagstuk te komen. Leerlingen nemen dan meer informatie tot zich en leren daaruit relevante informatie selecteren.

Voor rekenzwakke leerlingen kan veel of te veel informatie in een context belemmerend werken. Voor hen is het beter om contexten te gebruiken met een goede afbeelding en weinig tekst, zodat zij minder ballast in hun werkgeheugen hoeven op te slaan. Ook leerlingen met leesproblemen hebben hier baat bij.

Ontwikkelen van rekenwiskundige concepten

Het verlenen van betekenis is voorwaarde voor het ontwikkelen van betekenisvolle rekenwiskundige concepten. Hierdoor ontstaat inzicht. Daarvoor zijn goede contexten noodzakelijk. Contexten dienen tevens als start voor het ontdekken van rekenwiskundige structuren en het ontwikkelen van nieuwe rekenwiskundige concepten. Dit wordt vaak gekoppeld aan de ontwikkeling van nieuwe oplossingsprocedures (zie paragraaf 4.4.1).

De kapstok in de gang is de basis voor het leren werken met de getallenlijn. De leerlingen leren tellen (tot 20 en verder), ontdekken de volgorde van getallen, de cijfersymbolen en de plaats van de getallen op de getallenlijn. Zo verkennen zij de structuur van de getallenlijn. Daarna en daarnaast volgt het werken met de getallenlijn die in het lokaal hangt. Zo krijgt de getallenlijn een functionele betekenis.





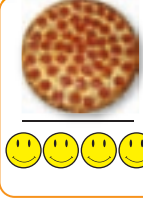




De buscontext in de onderbouw bijvoorbeeld, met mensen die in en uit een bus stappen, is de basis voor de ontwikkeling van de concepten erin, eruit, erbij en eraf en het leren van de bijbehorende procedures voor optellen en aftrekken.

De pizzacontext in de middenbouw en bovenbouw is bedoeld voor het ontwikkelen van inzicht in verhoudingen en breuken en voor het leren rekenen met breuken. De daarbij behorende oplossingsprocedures worden aanvankelijk geoefend met afbeeldingen van verschillende situaties waarin pizza's 'eerlijk' worden verdeeld onder een aantal personen. Aanvankelijk leren leerlingen daarbij berekeningen uitvoeren door te tekenen en resultaten te noteren. Afgeleid van dergelijke concrete contexten ontwikkelen leerlingen denkmodellen die het oplossen van rekenwiskundige vraagstukken rondom breuken ondersteunen.

KERN Een denkmodel is een visuele voorstelling van de wijze waarop een leerling een berekening uitvoert.

Methodes bieden – gebaseerd op contexten – ook denkmodellen aan, zoals bijvoorbeeld het pizza-model. Aanvankelijk zijn denkmodellen vrij concreet; het object of de situatie is zichtbaar. Daarna worden de modellen meer schematisch en oplossingsprocedures steeds formeler. Geleidelijk aan raken leerlingen steeds meer vertrouwd met de formele bewerkingen met breuken en neemt het schematiseren af. Dan kunnen zij ook zonder contexten en zonder ondersteuning van tekeningen of denkmodellen formele bewerkingen uitvoeren.

Hoeveel krijgt ieder? Teken en schrijf.

<p>Wij delen 1 pizza met 2 personen</p> 	 <p>$\frac{1}{2}$ ieder krijgt pizza</p> 
<p>Wij delen 1 pizza met 4 personen</p> 	 <p>..... ieder krijgt pizza</p> 
<p>Wij delen 1 pizza met 3 personen</p> 	 <p>..... ieder krijgt pizza</p> 

Afbeelding 4.2 Eerlijk delen (1)

Naarmate leerlingen meer rekenervaring opbouwen, hoeven zij minder aandacht te besteden aan het concreet voorstellen van de situatie. De leerling kan al enigszins afstand nemen (objectiveren, objectgebonden) van de concrete situatie en deze weergeven in een afbeelding of een model (voorstellen, visualiseren). Naarmate de leerling verder vordert in de rekenwiskundige ontwikkeling, kan hij zich steeds gemakkelijker voorstellen wat er gevraagd wordt en begrijpen wat de relatie is tussen de gegevens (de getallen) uit de opdracht.

Bij de start van een nieuwe leerstoflijn (bijvoorbeeld breuken) is het echter nodig om weer opnieuw aandacht te besteden aan het concreet voorstellen van de situatie en deze weer te geven in een werkelijkheidssituatie en vervolgens in een afbeelding of een model.

KERN

Contexten vormen de brug van het informele rekenen in de werkelijkheid naar het formele rekenen op school.

Contexten zijn voorwaarde voor het ontwikkelen van betekenisvolle rekenwiskundige concepten.

Contexten zijn ondersteunend bij het ontwikkelen van oplossingsprocedures.

Ontwikkelen van rekentaal

De ontwikkeling van rekenwiskundige concepten is direct gekoppeld aan de ontwikkeling van rekentaal (semantiseren). De taal is het middel om de betekenis van situaties en handelingen te kunnen benoemen en daarover te communiceren.

In het dagelijkse leven gaat de ontwikkeling van taal en rekenen hand in hand door spontane interactie en communicatie tussen kinderen en volwassenen en tussen kinderen onderling. Op school wordt bij het leren rekenen naast algemene communicatietaal, juist ook specifiek aandacht besteed aan de ontwikkeling van (formele) rekentaal.

In het algemeen gebruiken leerlingen *communicatietaal* om te vertellen en met elkaar te overleggen. Daarbinnen ontwikkelt zich de *rekentaal* om rekenwiskundige concepten te verduidelijken en om formele bewerkingen, notaties en de daarbij behorende symbolen te benoemen (optellen, aftrekken, breuken, procenten; +, -, $\frac{1}{2}$, %, =, ≈, >, < enzovoort).

Ook leren zij omgaan met *instructietaal*, de taal die de leraar gebruikt tijdens de rekenles en de instructie bij de opdrachten in de rekenboeken.

Om te weten te komen wat een leerling zich bij een situatie (context) voorstelt, is het een vereiste de leerling een situatie te laten spelen (doen alsof), hem een opdracht te laten uitvoeren (bijvoorbeeld de lengte en breedte van het lokaal opmeten), hem te laten tekenen of schematiseren. Daarmee laat de leerling zien of hij een situatie begrijpt. Aan de taal die de leerling gebruikt om zijn rekenwiskundige activiteiten toe te lichten horen we of hij de situatie (context), het doel van de rekenopdracht en de gebruikte oplossingsprocedure begrijpt.

De volgende aandachtspunten helpen daarbij.

- Begrijpt de leerling een context en kan hij daarbij een rekenbewerking (som) bedenken? Kan hij redeneren aan de hand van de gegevens in een context?
- Het omgekeerde is ook van belang. Kan de leerling zich iets voorstellen bij de rekentaal en de notatie die gebruikt wordt bij een opdracht op formeel niveau (som)? Bijvoorbeeld: erbij, gedeeld door, %, x? Kan hij in eigen woorden hierbij een verhaal vertellen, een tekening maken of een model schetsen?

- KERN** Het begrijpen van een rekenwiskundige situatie speelt zich af in het hoofd van de leerlingen. In hoeverre zij begrijpen wat ze doen, kunnen we zien en horen aan:
- de denkmodellen die zij gebruiken om de gevolgte aanpak te laten zien;
 - de gebruikte oplossingsprocedure (manier van rekenen);
 - de taal die zij gebruiken om een rekenwiskundige aanpak in eigen woorden uit te leggen.

Een leerling heeft echt begrepen wat er in een opdracht gevraagd wordt als hij zelf een koppeling kan leggen tussen een formele opdracht (bijvoorbeeld een kale som) en een verhaal of een afbeelding.

Ontwikkelen van rekenwiskundige begrippen

Het verlenen van betekenis, de ontwikkeling van rekenwiskundige concepten en van rekentaal vormen een geheel.

De ontwikkeling van rekenwiskundige begrippen begint al op zeer jonge leeftijd met het verkennen van de ruimte, het ontdekken van hoeveelheden en het ontdekken en ervaren van verhoudingen (zie hoofdstuk 3). Dit alles gebeurt in de werkelijke ruimte van de leerling en in onderlinge samenhang.

Het ontdekken van hoeveelheden is de basis voor de ontwikkeling van het getalbegrip. Dit leidt uiteindelijk tot 'rekenen'. De ontwikkeling van getalbegrip begint bij het besef dat het tellen leidt tot een resultaat en dat het resultaat iets betekent. Dat kan zijn een hoeveelheid, bijvoorbeeld vier mensen of vier euro. Later leert de leerling dat een getal ook iets anders kan aanduiden, bijvoorbeeld leeftijd, tijd, een datum, het nummer van een bus, een telefoonnummer of een afstand.

Het tellen van hoeveelheden leert de leerling door het synchroon tellen van mensen, dieren of voorwerpen. Het maakt daarbij niet uit in welke volgorde deze worden geteld. Zes mensen in een kamer kunnen in willekeurige volgorde worden geteld.

Aan het eind van groep 2 zijn de meeste leerlingen in staat vlot te tellen (tot 20) en kleine hoeveelheden in één keer te overzien zonder te tellen. Ook herkennen de meeste leerlingen telpatronen, zoals van de dobbelsteen, en kunnen zij daarvan gebruik maken om snel te tellen. Zij leren doortellen, verder tellen. Zij weten bijvoorbeeld dat een hand vijf vingers heeft en kunnen dan verder tellen bij de volgende hand met 6, 7, 8, 9 en 10.

Bij het gooien met twee dobbelstenen kunnen zij het totaal aantal punten bepalen door verder te tellen vanaf het totaal van de eerste dobbelsteen. Bijvoorbeeld bij 4 en 3 ogen op twee dobbelstenen tellen zij: 4 ... 5, 6, 7 of te beginnen bij de andere dobbelsteen: 3 ... 4, 5, 6, 7.



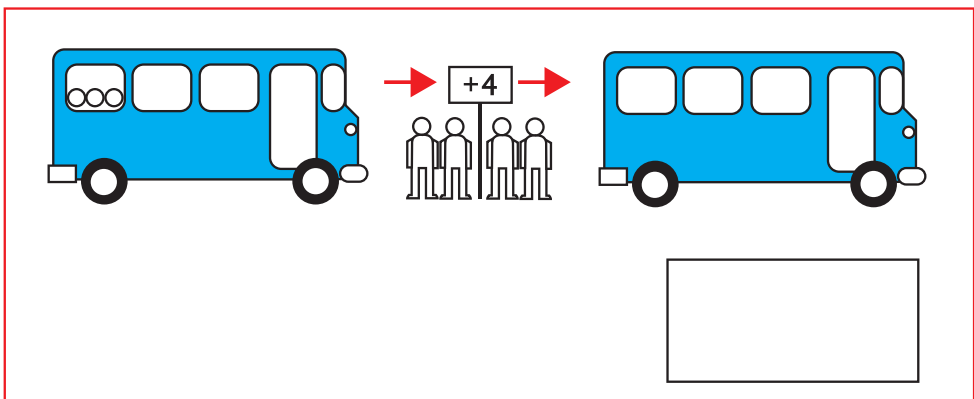
Afbeelding 4.3 Verder tellen

Veel leerlingen kunnen op deze leeftijd twee hoeveelheden ook al zonder te tellen in één keer samenvoegen en het totaal bepalen.

KERN

Het ontwikkelen van tellen en getalbegrip blijft niet beperkt tot het jonge kind, zoals vaak wordt verondersteld, maar gaat continu door gedurende de hele schoolperiode.

Vanaf groep 3 komt het formele rekenen in beeld. De leerlingen krijgen een rekenboek en er wordt gewerkt met contexten. De buscontext, bijvoorbeeld, is bedoeld om de begrippen erbij en eraf te leren. Dit wordt gekoppeld aan het plus- en minteken en aan de getallen. Het in- en uitstappen bij de bushalte, het schrijven van de getallen en het leren van de symbolen $+$, $-$ en $=$ zijn de eerste beginselen van het formele rekenen. Spelenderwijs maken de leerlingen kennis met de eerste formele rekentaal en met het notatiesysteem (het schrijven van sommen).



Afbeelding 4.4 Busmodel

Leerlingen ontwikkelen geleidelijk aan steeds meer begrip van belangrijke rekenwiskundige concepten. Zij ontdekken de betekenis van het getallensysteem, eigenschappen van en verbanden tussen getallen en bewerkingen (Dolk, 2005).

Leerlingen verwerven deze inzichten in betekenisvolle situaties. Aanvankelijk kunnen ze hun inzichten nog niet benoemen. Het begrijpen ligt dan nog veel meer op het niveau van het ervaren in een werkelijke situatie (subjectgebonden). Leerlingen redeneren op een natuurlijke manier en maken gebruik van informele oplossingen nog zonder dat ze zich bewust zijn van de rekenwiskundige relaties.

Begrip ontstaat geleidelijk door experimenteren, toepassen, reflectie, interactie (uitleggen aan iemand anders), toepassen in andere situaties en oefenen.

Bij een doorgaande rekenontwikkeling gaan toenemende *formalisering* en *semantisering* (betekenisverlening) hand in hand (Nelissen, Boswinkel & De Goeij, 2007). De leerlingen maken zich steeds meer concepten eigen en gaan de eigenschappen van en relaties tussen getallen en bewerkingen op een steeds formeler niveau begrijpen. Zij ontwikkelen getalnetwerken waarvan zij gebruik kunnen maken bij het uitvoeren van oplossingsprocedures. Dit is de basis voor functionele gecijferdheid. Enkele voorbeelden van eigenschappen van en relaties tussen getallen en bewerkingen zijn:

- de concepten rondom eenheden, tientallen, honderdtallen, de betekenis van de nul en het doorzien van getalstructuren (verschil tussen 3047 en 347);
- onderscheid en samenhang tussen hele getallen, breuken en decimale getallen;
- de samenhang tussen breuken, decimale getallen en procenten als onderdeel van verhoudingen;
- het matensysteem van lengte, gewicht en inhoud en de onderlinge relatie van deze maten binnen het metriek stelsel;
- rekenen met geld, tijd en temperatuur;
- concepten als oppervlakte, schaal, kwadraat, kubieke meter, snelheid per uur, windkracht enzovoort.

4.3.2 Knelpunten bij begripsvorming

Bij een goede rekenwiskundige ontwikkeling verloopt het proces van begripsvorming vrijwel ongemerkt, maar er zijn leerlingen bij wie het niet zo vanzelfsprekend gaat. Deze leerlingen kunnen extra gevoelig zijn voor knelpunten bij elke stap die zij nemen.

Knelpunten bij het betekenis verlenen

Contexten spelen een essentiële rol bij het leren van rekenen-wiskunde. Zij vormen de verbindende schakel met de werkelijkheid. Daardoor leren leerlingen betekenis te verlenen aan het rekenen. Contexten zijn bedoeld om leerlingen te activeren tot vertellen (verwoorden), visualiseren en redeneren, bij voorkeur in interactie met andere leerlingen. Daardoor ontstaat begrip en inzicht en ontwikkelen zij rekenwiskundige concepten. Het rekenen krijgt betekenis. Het helpt de leerling om ook bij kale sommen zich iets te kunnen voorstellen waardoor het rekenen inzichtelijk blijft.

Knelpunten kunnen ontstaan als leerlingen zich niet kunnen inleven in een context, of als er veel gewerkt wordt met opdrachten zonder context (kale sommen). Dan wordt het rekenen voor hen betekenisloos. Het rekenen bestaat dan alleen nog uit formele rekentaal. **(S1)**

Juist voor rekenzwakke leerlingen is het van belang dat zij betekenis kunnen geven aan de rekenopdrachten die zij uitvoeren. Daarvoor zijn contexten essentieel. Zij lopen echter het risico dat zij

vanaf het begin van hun schoolcarrière (te) weinig ervaring opdoen met het doelgericht koppelen van een contextprobleem aan een bewerking en omgekeerd. Dit komt doordat juist deze leerlingen meer dan andere leerlingen extra oefeningen krijgen met kale sommen.

Het maken van veel kale sommen leidt tot betekenisloos rekenen (goochelen met getallen) en kan de rekenzwakke leerling juist in verwarring brengen. De leerling verliest het doel uit het oog: de schakel met het verlenen van betekenis ontbreekt. Dit heeft grote gevolgen voor het ontwikkelen van gecijferdheid. Daarvoor is juist het ontdekken van 'rekenen als gereedschap' voor functionele situaties van belang.

Binnen en buiten het onderwijs bestaan nogal eens misvattingen over contexten. Vooral bij het werken met rekenzwakke leerlingen is men geneigd om de context over te slaan en alvast te vertellen welke som uitgerekend moet worden. Juist rekenzwakke leerlingen hebben baat bij contexten die aansluiten bij hun rekenwiskundige ontwikkeling.

Een valkuil bij het rekenen aan de hand van contexten is dat men denkt dat er veel tekst bij moet staan om de context toe te lichten. Dit zien we met name in de hogere leerjaren waar verondersteld wordt dat leerlingen zelfstandig (alleen of in kleine groepjes) de contexten uitwerken. De tekst bestaat voornamelijk uit toelichting en vele vragen die een leerling stap voor stap moet beantwoorden 'om het de leerling zo makkelijk mogelijk te maken!'. Dit doet echter een beroep op de leesvaardigheid van leerlingen.

Voor rekenzwakke leerlingen en zwakke lezers is het evenwel van belang om overbodige en afleidende informatie (tekst) zoveel mogelijk te vermijden. Veel tekst kan een struikelblok zijn. Deze leerlingen zijn meer gebaat bij sterke visuele contexten met weinig tekst en één duidelijke vraag die moet worden beantwoord. Zie voorbeelden in afbeelding 4.5. De leerling bepaalt zelf de stappen om tot een oplossing te komen, gebaseerd op eigen inzicht. Dit geldt ook voor het flexibel toepassen van rekenwiskundige kennis en vaardigheden (zie paragraaf 4.6).



Hoe reist Nederland dagelijks naar het werk?

Ruim vijf miljoen mensen gaan elke dag naar hun werk. Zes op de tien mensen stappen dagelijks in de auto. Een kwart gaat met de fiets en 3 procent gaat lopend naar het werk. Nog geen 10 procent reist met het openbaar vervoer. Automobilisten rijden gemiddeld ruim 22 kilometer en doen daar een half uur over. Treinreizigers leggen met ruim 47 kilometer gemiddeld de langste afstand af en zijn daarvoor 67 minuten onderweg. Mensen die lopen zijn tien minuten bezig.
(Uit: CBS - 17/02/04)

Het voorbeeld van de jas laat zien dat een context met weinig tekst (maar wel met beeld) voldoende informatie biedt om te weten wat er moet worden uitgerekend. Dit is geschikt voor rekenzwakke leerlingen en zwakke lezers.

Het krantenbericht laat zien dat het veel moeilijker is om een context bestaande uit uitsluitend tekst te begrijpen. Leerlingen moeten hierbij veel meer moeite doen om de informatie te ordenen en daarna relevante gegevens te selecteren. Daarom is het minder geschikt voor rekenzwakke leerlingen en zwakke lezers.

Andere knelpunten die zich bij betekenisverlening kunnen voordoen, hebben onder meer te maken met de volgende punten.

- *De taalontwikkeling.* Leerlingen kunnen moeite hebben met het begrijpen van de contexttaal (in de methode) en/of het zelf verwoorden wat ze in de context zien.
- *Het lezen.* Leerlingen met leesproblemen kunnen struikelen over contexten met veel tekst. Vandaar het belang van goede visuele contexten met weinig tekst.
- *De rekentaal.* De ontwikkeling hiervan is gekoppeld aan de ontwikkeling van rekenkennis en rekenvaardigheden. Leerlingen die hun rekentaal onvoldoende ontwikkelen, blijven vaak langdurig tellen. Zij kunnen struikelen over symbolen, onbegrepen notaties en formules.
- *Het visualiseren.* Leerlingen die moeite hebben met het tekenen van een verhaal en/of met het schematiseren van een reksituatie worden belemmerd in hun betekenisverlening.
- *Het begrijpen en onthouden van oplossingsprocedures.* Leerlingen die deze procedures niet begrijpen kunnen de stappen en de volgorde van bewerkingen niet of moeilijk onthouden (met name de leerlingen die blijven tellen).

Knelpunten bij de ontwikkeling van rekenwiskundige concepten en rekentaal

Het werken met contexten is juist ook voor rekenzwakke leerlingen van belang voor het ontwikkelen van rekenwiskundige concepten.

Van oudsher is het rekenonderwijs sterk gericht geweest op het aanleren van rekenprocedures om het goede antwoord op sommen te vinden. In deze benadering lijkt het alsof leerlingen zich de benodigde rekenwiskundige concepten vanzelf – tussen de bedrijven door – kunnen eigen maken. Wellicht dat sterkere rekenaars dat op eigen kracht kunnen, maar de meeste leerlingen hebben hier gerichte ondersteuning bij nodig. Als een leerling procedures leert zonder de onderliggende concepten te begrijpen, doet dat een groot beroep op zijn geheugen, in plaats van op zijn begrip.

Het kan zijn dat leerlingen minder in staat zijn het geleerde in relevante, associatieve netwerken op te slaan doordat zij de onderlinge samenhang tussen bepaalde concepten niet zien. Bijvoorbeeld de samenhang tussen tellen, optellen, aftrekken vermenigvuldigen en delen, of de samenhang tussen breuken en decimale getallen. Hierdoor kunnen leerlingen de informatie gebrekkig onthouden en dit kan een goede ontwikkeling van rekenwiskundige concepten belemmeren. (S2)

Ook kan het zijn dat leerlingen informatie op een niet bij hen passende wijze aangeboden krijgen en dat zij deze informatie daardoor slecht kunnen onthouden. Het leren van de tafels, bijvoorbeeld, is een sterk talige activiteit. Bij leerlingen die verbaal/auditief zwak zijn, maar visueel sterk, ligt het dan voor de hand om te proberen de tafels op een meer visuele wijze aan te bieden (zie paragraaf 4.4.1, afbeelding 4.13). Door het leren (en het oefenen) van de tafels zowel verbaal als visueel aan te bieden aan de hele groep, kunnen al veel problemen worden voorkomen. Het wisselen van instructie kan zo leerlingen helpen bij het ontwikkelen van goede rekenwiskundige concepten (en procedures).

4.3.3 Preventie bij hoofdlijn 1

In het algemeen geldt voor rekenzwakke leerlingen:

- dat nauwkeurige afstemming nodig is;
- dat zij meer onderwijstijd nodig hebben;
- dat het onderwijsaanbod afgestemd is op hun niveau van denken en rekenen (ook als de rest van de groep dit aanbod niet meer nodig heeft).

Toegepast op begripsvorming kunnen wij de volgende aanbevelingen geven.

- Zorg voor een cultuur waarin het verlenen van betekenis en het koppelen van het informele rekenen aan het formele rekenen een vanzelfsprekend onderdeel is.
- Zorg voor voldoende tijd en rust voor de leerlingen om een nieuw onderwerp 'in de vingers' te krijgen. Belangrijk is dat leerlingen hierbij redeneren, (aan elkaar) uitleggen, fouten durven maken, afwisselend alleen en in tweetallen/groepjes werken, zelfstandig nadenken en ook zelf oplossingen bedenken.
- Besteed zorgvuldige aandacht aan rekentaal. Laat de leerling vertellen/verwoorden in combinatie met doen, tekenen en schematiseren (visualiseren/voorstellen). Dit gebeurt in gesprek met de klasgenoten en met de leraar. Bij taalzwakke leerlingen is eenduidig taalgebruik van belang. Steeds weer andere omschrijvingen van eenzelfde begrip kunnen een leerling in verwarring brengen.
- Wees uitnodigend, bevragend en spiegelend. Stimuleer de leerling, opper mogelijke procedures die aansluiten bij wat de leerling al weet en help hem nieuwe procedures te ontdekken. Kan het ook anders?
- Maak gebruik van de aanknopingspunten die de methode biedt bij bepaalde activiteiten.
- Besteed aandacht aan het associatief oefenen. Laat de leerling voortdurend de samenhang tussen verschillende concepten en bewerkingen zien en ervaren. Bijvoorbeeld de samenhang tussen breuken, decimale getallen en procenten. Weten dat $\frac{3}{4}$ hetzelfde is als 0,75 of 75% van iets. Hierdoor ontwikkelen leerlingen betekenisvolle associatieve rekenwiskundige netwerken.

Jonge kinderen

In de groepen 1 en 2 zijn rekenzwakke leerlingen vaak nog moeilijk te herkennen. Bij een vermoeden van een minder gunstige ontwikkeling is het zinvol extra activiteiten aan te bieden. De aard van de activiteiten is dezelfde als voor de hele groep¹.

Enkele aanbevelingen voor groep 1 en 2 zijn:

- Zorg voor voldoende activiteiten die gericht zijn op verkennen, onderzoeken en (fysiek) ervaren.
- Laat de kinderen experimenteren, doen alsof en concrete problemen oplossen binnen een context. Laat hen bijvoorbeeld genoeg bordjes halen voor alle kinderen in de groep (subjectgebonden).
- Een volgende stap is dat kinderen situaties leren afbeelden en afbeeldingen leren begrijpen (objectiveren, objectgebonden).
- Laat kinderen vertellen wat ze doen en hoe ze dat doen.

Het is van belang dat extra maatregelen op een natuurlijke manier worden ingevuld. Ga niet kunstmatig en geforceerd tellen of losse activiteiten oefenen die niet onderdeel zijn van een uitgelijnd programma.

¹ Zie ook onder andere: *Jonge kinderen leren rekenen* (TAL-team, 1999), *Jonge kinderen leren meten en meetkunde* (TAL-team, 2004) en *Rekenen met hele getallen op de basisschool* (Veltman & Van den Heuvel-Panhuizen, 2010).

Groep 3-5

Besteed nadrukkelijk aandacht aan de stap van contextgebonden naar objectgebonden: de koppeling van de werkelijkheid aan een afbeelding van die werkelijkheid en vervolgens aan een denkmodel voor het formele rekenen. Bij rekenzwakke leerlingen verloopt deze ontwikkeling langzamer en moet nadrukkelijk worden begeleid. Zij hebben meer tijd nodig om zich concepten eigen te maken.

Zorg voor contexten die functioneel zijn en geen of weinig tekst bevatten. Contexten bevatten alleen noodzakelijke informatie, gekoppeld aan een afbeelding van een werkelijkheidssituatie. Bewerkingen bevatten niet meer dan één denkstap.

Laat leerlingen rekenverhalen tekenen en vertellen (zoals bijvoorbeeld bij de buscontext).

Groep 6-8

Rekenzwakke leerlingen in deze groepen hebben vaak zelf al gemerkt dat hun rekenwiskundige ontwikkeling niet zo vanzelfsprekend gaat. Bij hen kan een houding zichtbaar worden dat ze snel toe willen naar het ‘technisch rekenen’, het uitvoeren van de bewerking en geen rust hebben om aandacht te besteden aan betekenisverlening en aan hun eigen oplossingsprocedures. Ook in het onderwijs en in de methodes ligt het accent al heel snel en veel meer op het ontwikkelen van vaardigheid dan op het verlenen van betekenis en werkelijke conceptontwikkeling.

Rekenzwakke leerlingen in de bovenbouw hebben zelf al ervaren dat hun eigen oplossingsprocedures vaak niet werken. Zij willen graag zo snel mogelijk het goede antwoord of de uitkomst vinden. Bied deze leerlingen met name bij nieuwe onderwerpen van de leerstoflijnen rust en extra tijd om het onderwerp te verkennen. Geef hen ruim de gelegenheid nieuwe informatie te relateren aan wat ze al weten. Laat hen op informele basis inzicht ontwikkelen en het verworven inzicht koppelen aan formele bewerkingen. Laat hen bijvoorbeeld bij het ontwikkelen van inzicht in breuken en in decimale getallen een koppeling maken met maateenheden.

Het tempo van de groep kan voor deze leerlingen te hoog zijn. Ga niet te snel naar bewerkingen op formeel niveau (kale sommen).

4.3.4 Interventie bij hoofdlijn 1

Voor rekenzwakke leerlingen blijft begripsvorming gedurende hun hele rekenwiskundige ontwikkeling een kwetsbaar punt. Gebrekkige begripsvorming kan zelfs leiden tot stagnatie in de rekenwiskundige ontwikkeling. Voor de begeleiding van deze leerlingen blijft het altijd nodig om aandacht te besteden aan het verbeteren van hun begripsvorming, zowel bij betekenisverlening als bij conceptontwikkeling. Vroegtijdige signalering van problemen bij begripsvorming is dan ook van belang. Aandachtspunten die genoemd worden bij een jongere leeftijdscategorie zijn vaak ook nog van toepassing op de oudere leeftijdsgroepen.

Besteed gericht aandacht aan het onthouden van informatie tijdens verkenning van nieuwe onderwerpen. Sluit aan bij voorkennis. Het is noodzakelijk om te oefenen met het bewust benoemen van de samenhang tussen de verschillende concepten en hiermee ook associatief te oefenen. In methodes komt dit meestal wel aan de orde, maar voor veel leerlingen niet nadrukkelijk genoeg en ook niet vaak genoeg.

Hierbij gaat het met name om:

- het verwerven van inzicht in:

- getalstructuren;
- eigenschappen van getallen en de basisbewerkingen;
- procedures van het cijferend optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen;
- breuken en decimale getallen;
- verhoudingen en procenten;
- het metriek stelsel;
- het bepalen van referentiepunten bij schattend rekenen.
- het verwerven van inzicht in de samenhang tussen:
 - de basisbewerkingen onderling;
 - verhoudingen, breuken, decimale getallen en procenten;
 - de maateenheden binnen het metriek stelsel.

Uitbreiden van instructietijd en het bieden van aanvullende, specifieke instructie, afgestemd op de individuele leerling is bij rekenzwakke leerlingen noodzakelijk. Soms is het gewenst om hierbij af te wijken van de wijze waarop het in de methode wordt aangeboden.

Met extra instructie of verlengde instructie wordt hier nadrukkelijk niet bedoeld het alleen maar herhalen van de leerstof volgens de methode, maar wel directe instructie die specifiek is afgestemd op de (individuele) leerling.

Jonge kinderen

Op jonge leeftijd is meestal nog geen sprake van stagnatie in de rekenwiskundige ontwikkeling. Er kunnen echter wel signalen zijn die wijzen op mogelijke problemen in de ontwikkeling van deze kinderen. Het is nodig om de aanwijzingen zoals beschreven bij preventief werken bij jonge kinderen (zie paragraaf 4.3.3) op te volgen. Dit komt overeen met de gebruikelijke aanpak voor alle kinderen, maar voor sommige kinderen is die aanpak intensiever en met meer aandacht van de leraar. De leraar is bij deze kinderen sterk betrokken, actiever en volgt nauwgezet de ontwikkeling van het kind.

Groep 3-5

De begeleiding van rekenzwakke leerlingen wordt specifiek en intensiever. Naarmate leerlingen ouder zijn, kan er bij hen al meer onrust en ongeduld zijn ontstaan. Bij voortdurend falen kunnen rekenzwakke leerlingen weerstand, faalangst en soms ook rekenangst ontwikkelen die gepaard kan gaan met het afnemen van het zelfvertrouwen. De leerling kan geen betekenis geven aan het rekenen en daardoor stress ervaren bij het rekenen. Het aangrijppingspunt voor interventie ligt bij de leerling die zelf (opnieuw) betekenis leert verlenen aan een opdracht. Dit vraagt van de leraar dat hij ervoor zorgt dat de leerling kan werken met rust, aandacht en motivatie. Dit is een wezenlijke fase in het bieden van hulp aan rekenzwakke leerlingen. De eerste stap is dat de leerling weer zelf gaat denken, dat hij de opdracht begrijpt en dat hij vertrouwen krijgt in zijn eigen rekenwiskundig denken en handelen (succesverwachtingen opbouwen).

Groep 6-8

Hier geldt wat er bij de rekenzwakke leerlingen in groep 3-5 is aangegeven in nog sterkere mate. Het gebrek aan vertrouwen in het eigen kunnen kan erg hardnekkig zijn. De leerling is er al meer op ingesteld dat hij moet wachten tot hij instructies krijgt en weet hoe hij aan het werk moet gaan. De leerling stelt zich afhankelijk op. Het is nodig de leerling andere ervaringen op te laten doen en deze afwachtende houding te doorbreken. Laat hem (weer) zelf actief denken en handelen. Onderdeel hiervan is hem te ondersteunen in het opbouwen van zelfvertrouwen en zelfverant-

woordelijkheid, waardoor hij zijn eigen leerproces en ontwikkeling weer kan aansturen. De actieve betrokkenheid van de leerling bij de invulling van de begeleidingsactiviteiten is wezenlijk.

4.3.5 Samenvatting

S1 - Problemen met het verlenen van betekenis

Het verlenen van betekenis aan rekenopdrachten is voor rekenzwakke leerlingen van groot belang. Contexten helpen de leerling de stap te maken van het informele betekenisvolle rekenen naar het formele, abstracte rekenen (berekeningen uitvoeren en sommen maken). Hierbij spelen de ontwikkeling van taal, het visueel voorstellen en oplossingsprocedures een cruciale rol.

S2 - Gebrekkige conceptvorming

Rekenzwakke leerlingen hebben vaker moeite met de ontwikkeling van rekenwiskundige concepten. Ze vinden het moeilijk betekenis te verlenen aan rekenopdrachten en met name om het meer concrete informele handelen te koppelen aan formele bewerkingen en aan rekentaal. Daardoor kunnen gebrekkige concepten ontstaan. Al in de eerste jaren dat ze leren rekenen bouwen ze een zwakke basis op voor het formele rekenen. Een zwakke basis kan met name belemmerend zijn in de hogere leerjaren, bij het ontwikkelen van complexere begrippen als breuken en procenten.

Voor rekenzwakke leerlingen blijft conceptvorming een struikelblok gedurende hun hele schoolloopbaan. Dit is een signaal voor mogelijke stagnatie in de rekenontwikkeling.

4.4 Hoofdpijn 2: ontwikkelen van oplossingsprocedures

4.4.1 Ontwikkeling van oplossingsprocedures

De eerste hoofdpijn (zie paragraaf 4.2, afbeelding 4.1) bij het leren rekenen is begripsvorming, bestaande uit het verlenen van betekenis aan rekensituaties en het ontwikkelen van rekenwiskundige concepten. Dit wordt meestal direct gekoppeld aan de tweede hoofdpijn: het ontwikkelen van oplossingsprocedures. Deze procedures zijn:

- basisbewerkingen;
- complexere bewerkingen;
- schatten en precies rekenen;
- hoofdrekenen en rekenen op papier;
- werken met een rekenmachine.

De basisbewerkingen (tellen, optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen) zijn voorwaarde voor alle berekeningen. Daarna volgen de (complexere) bewerkingen zoals samengestelde bewerkingen met optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen, vaak in combinatie met het rekenen met verhoudingen, breuken, decimale getallen, procenten en berekeningen met tijd, geld en maateenheden. Veel opdrachten bestaan uit samengestelde bewerkingen waarbij leerlingen meer denkstappen en handelingen moeten uitvoeren. Het rekenen met mooie getallen is de basis voor schattend rekenen.

Bij alle bewerkingen maken we onderscheid tussen schatten en precies rekenen. In het dagelijkse leven zijn verschillende situaties denkbaar waarin schattend rekenen voldoende is, zoals tijdens het winkelen.

Bij het noteren van bewerkingen onderscheiden we enerzijds het gebruikmaken van standaardalgoritmes en anderzijds het handig rekenen waarbij de leerlingen zelf berekeningen bedenken bij rekenopdrachten en deze op een eigen wijze uitrekenen. Het uitrekenen kan ook met een rekenmachine. De rekenmachine is in de huidige samenleving niet meer weg te denken.

Als de begripsvorming op een evenwichtige en samenhangende manier verloopt, kan een leerling goede, op inzicht gebaseerde oplossingsprocedures ontwikkelen.

Basisbewerkingen

De basisbewerkingen van oplossingsprocedures bestaan uit tellen, optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen. Daarop is al het rekenwerk gebaseerd. Aanvankelijk gebeurt dit uit het hoofd en de leerlingen leren de getallen en bewerkingen noteren op papier (bewerkingen tot 10, 20, 100). Optellen en vermenigvuldigen zijn in feite versnelde vormen van tellen. Aftrekken is versneld terugtellen en het tegenovergestelde van optellen. Delen is een versnelde vorm van herhaald aftrekken. Delen is ook het tegenovergestelde van vermenigvuldigen. Dit wordt geoefend in de groepen 3 en 4.

Het aanvankelijk rekenen bestaat voor een groot deel uit doe-activiteiten. De leerlingen tellen, spelen situaties zoals 'de bus', en doen rekenspelletjes. Zij werken met fiches, dobbelstenen, munten en later met de getallenlijn. Zij tekenen en kleuren, leren getallen schrijven en leren hun berekeningen noteren door middel van sommen.

Het rekenen zelf bestaat uit hoofdrekenen. De leerlingen leren bij hun tekeningen en verhalen splenderwijs sommen noteren, zoals bij figuur 4.6.

Gratis pretparkzegels.

Desi spaart pretparkzegels.

Voor 25 zegels krijg je een gratis toegangkaart.

Ze heeft al 17 zegels gespaard.

Hoeveel heeft ze nog nodig?

Afbeelding 4.6 Spaarkaat

Jonge kinderen kunnen starten met de opdracht van de zegels voor Desi door de zegels daadwerkelijk te plakken en zien dat er bij vijf zegels telkens een rij vol is. Een volgende stap is dat een kind zich al kan voorstellen dat alleen de lege plekken geteld hoeven te worden.

Bij het voorbeeld van Desi kan de leerling het probleem op verschillende manieren oplossen. Hij zoekt hierbij naar relevante informatie en naar steunpunten in de context en bepaalt op basis van zijn eigen kennis, vaardigheden en ervaringen zijn eigen beste oplossingsmanier. De context biedt daarbij structuur voor het denken. De zegelkaart biedt een structuur van vijf rijen met elk vijf hokjes (5x5 structuur).

Mogelijke oplossingsprocedures zijn:

- De leerling telt eerst de volle hokjes en daarna de lege hokjes.
- De leerling telt de lege hokjes.
- De leerling kan verder tellen vanaf 17 naar 25: 18, 19, 20 en verder...
- De leerling gebruikt bij het tellen de structuur van de zegelkaart: 3 en 5 is samen 8 zegels. Of: 5 en 3 is 8.
- De leerling maakt gebruik van het getal 20 als steunpunt: van 17 naar 20 is een sprong van 3 en dan nog 5 erbij. Samen 8.
- De leerling doet in één stap $25 - 17 = 8$.
- De leerling weet dat $7 + 8 = 15$ en kan bedenken dat $17 + 8 = 25$. Hij maakt hierbij gebruik van zijn kennis over relaties tussen getallen en over tientallen.
- De leerling heeft deze optel-/aftreksom al geautomatiseerd en weet direct dat het antwoord 8 is, zonder gebruik te maken van de zegelkaart als context.

Leerlingen maken keuzes op basis van eigen inzicht. Rekenzwakke leerlingen nemen bij deze context het zekere voor het onzekere en kiezen voor tellen. Leerlingen die hardnekkig blijven tellen komen niet tot echt rekenen.

In de onderbouw leren de leerlingen vervolgens het bijtellen, optellen en aftrekken via 'rijgen' en 'splitsen' en maken zij kennis met de structuur van eenheden en tientallen en daarna met honderdtallen, duizendtallen enzovoort. De kern hierbij is in eerste instantie het begrijpen van optellen en aftrekken tot 10, daarna tot 20 en vervolgens tot 100.² Het getal 10 en het begrip tental lijken vanzelfsprekende steunpunten te zijn vanwege tien vingers en tien tenen. Vingers nodigen ook uit tot tellen.

Het rekenen tot 10 en vervolgens splitsen om over de 10 heen te springen, is een volgende stap. Leerlingen leren bij $8 + 6$ eerst aanvullen tot 10 en dan er overheen springen: $8 + 2 + 4 = 14$. Deze sprong wordt altijd bewust ingebouwd, ook als leerlingen al begrijpen dat het antwoord meer is dan tien. Deze stap lijkt logisch maar kan ook belemmerend werken. Door continu te splitsen als er over het tental heen wordt gerekend kan het getal 10 een drempel worden waar sommige leerlingen niet zo makkelijk overheen komen. Deze drempel is (onbewust) kunstmatig in het rekenwiskunde-onderwijs ingebouwd.

Leerlingen struikelen soms over procedures die we in de didactiek van het rekenwiskunde-onderwijs heel vanzelfsprekend en logisch vinden. We vinden dat leerlingen die procedures moeten be-

² Het rekenen tot 10, 20 en dan tot 100, 1000 en verder, doen we al sinds het begin van de schoolplicht. Daardoor is er nauwelijks kennis over of en hoe het ook anders kan.

heersen voordat ze verder gaan met rekenen, terwijl leerlingen andere procedures soms beter begrijpen, zoals verdubbelen. Bij rekenen over het tiental heen kunnen leerlingen wel gebruik maken van het tiental, bijvoorbeeld door verdubbelen.

$$5+5 = 10$$

$$5+6 = 11 \text{ (één meer)}$$

$$5+4 = 9 \text{ (één minder)}$$

Of anders:

$$5+5 = 10$$

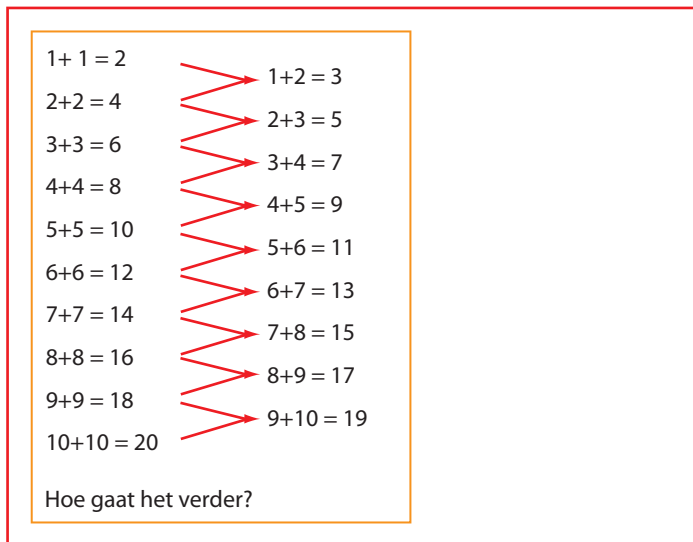
$$6+6 = 12$$

$$5+6 \text{ of } 6+5 \text{ ligt daartussen, dus } 11$$

Afbeelding 4.7 Gebruik maken van verdubbelen (1)

Verdubbelen tot 20 en de procedures 'dubbele +1' en 'dubbele -1' gebruiken, leiden vaak ook tot goede optelprocedures. Voortdurend procedures oefenen die leerlingen niet begrijpen, heeft weinig zin en kan juist belemmerend werken. Als de leraar een andere procedure aanreikt, bijvoorbeeld verdubbelen in plaats van aanvullen tot 10 (splitsen), komt een leerling soms wel over de magische drempel van het tiental heen.

De leraar kan deze alternatieve procedure in een patroon visualiseren in plaats van steeds maar losse sommen aan te bieden. Hiervan profiteren leerlingen met een sterk visueel geheugen het meest.



Afbeelding 4.8 Gebruik maken van verdubbelen (2)

Ook op andere manieren, bijvoorbeeld met twee dobbelstenen³ komen de leerlingen al vrij snel op een speelse manier over het tiental heen.









Getalnetwerken bouwen en rekenen op basis van eigenschappen begint al bij het rekenen tot 10 en tot 20. Als leerlingen dit beheersen kunnen zij verder rekenen tot 100. Dan leren zij werken met tientallen en eenheden en leren bijbehorende getallen schrijven. Zij leren onderscheid maken tussen bijvoorbeeld 13 en 31. Ook dit kan op verschillende manieren. Eierdozen en losse eieren, en munten van 10 cent en 1 cent bieden hierbij een goede ondersteuning.



Afbeelding 4.9 Tientallen en eenheden

De leraar helpt leerlingen die blijven tellen door hen getallen tot 100 te laten maken met behulp van de tienstructuur, aanvankelijk tot (voorbij) 20, daarna verder tot 100. Eerst alleen met tientallen en eenheden, later ook met de tussenstap van vijf en in combinaties met munten. Met munten werken leerlingen eerst met 10 cent en 1 cent, later ook met munten van 2, 5, 20 en 50 cent. Zie afbeelding 4.10.

³ Er zijn tegenwoordig voor het automatiseren van optellen ook dobbelstenen in de handel met tien vlakken met daarop de getallen 1 tot en met 10.

<p>Maak het getal 22</p> 	<p>Maak het getal 52</p> 
	
<p>Maak het getal 47</p> 	<p>Maak het getal 57</p> 
<p>Met zo weinig mogelijk munten:</p> 	<p>Met zo weinig mogelijk munten:</p> 
<p>Hoe maak je 99?</p> 	

Afbeelding 4.10 Werken met munten

Het automatiseren en memoriseren van getallencombinaties tot 20 en liever nog tot 24, is een eerste vereiste om te rekenen met eigenschappen van getallen en bewerkingen. Bijvoorbeeld: een optelsom met twee getallen die eindigen op 8 en 7, heeft als uitkomst altijd een getal dat eindigt op 5. Weten dat $18+7 = 25$, en $28+7 = 35$, gaat makkelijker als de leerling weet dat een optelling met $8+7$ altijd een combinatie van 15 plus de tientallen oplevert.

Contexten variëren is belangrijk voor het ontwikkelen van goed inzicht en goede oplossingsprocedures. Juist door leerlingen vergelijkbare oefeningen te laten doen met andere contexten en andere getallen verwerven zij werkelijk inzicht.

Daarnaast starten de leerlingen met het leren vermenigvuldigen en delen. De meeste methodes bieden dit aan in uitgewerkte leerstoflijnen, gebaseerd op de visie van de auteurs van de methode. Dit laatste betekent dat er nog wel eens verschillen kunnen zitten in de opbouw van deze leerstoflijnen. Op zich is daar niets mis mee. De meeste leerlingen leren het wel, maar juist de rekenzwakke leerlingen zijn uiterst gevoelig voor de wijze waarop de leerstof wordt aangeboden. Vermenigvuldigen wordt meestal uitgebreid en op verschillende manieren aangeboden. Delen wordt vaak minder expliciet aangeboden. Toch vereist ook leren delen zorgvuldige aandacht.

Maak een tekening.

We gaan op schoolreis met 24 kinderen.
In elke auto passen 4 kinderen.
Hoeveel auto's zijn er nodig?

Afbeelding 4.11 De schoolreis

De context van de schoolreis is een start voor het leren delen. Leerlingen in groep 3 of 4 kunnen de situatie spelen of tekenen en bepalen hoeveel auto's nodig zijn, nog zonder dat zij het formele notatiesysteem voor delen hebben ontwikkeld. Zij tekenen bijvoorbeeld een vierkantje voor een auto en zetten daarin vier streepjes.

Ondertussen tellen ze: 6 auto's - 24 kinderen. Streepjes tellen kan versneld gaan of gedeeltelijk versneld, bijvoorbeeld: 4, 8, 12, ... 13, 14, 15, 16, ... 17, 18, 19, 20 ... 24, ... 6 auto's.

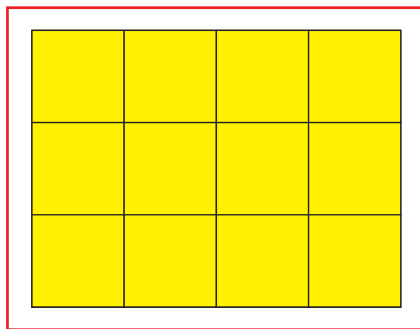
De leerling leert relevante informatie halen uit een gegeven context en leert redeneren. Dat is de basis voor begripsvorming. In de context van de schoolreis bepaalt de leerling welke gegevens en getallen van belang zijn en welke relatie er is tussen de getallen. Op basis daarvan bepaalt hij zijn oplossingsprocedure.

De schoolreiscontext wordt in methodes vaak gebruikt als start voor delen en herhaald aftrekken, maar impliciet zijn leerlingen ook aan het tellen, doortellen, optellen en vermenigvuldigen. Vervolgens leren zij er een formele bewerking bij schrijven: $24:4 = 6$. Maar de leerlingen weten ook dat $6 \times 4 = 24$.

Het leren van de tafels begint meestal nadat de leerlingen vertrouwd zijn met de beginselen van het vermenigvuldigen. Dit wordt in methodes expliciet aangeboden. Daarvoor heeft elke methode een eigen opbouw. Hierbij wordt meestal onderscheid gemaakt tussen minimale tafelkennis en optimale tafelkennis. Met minimale tafelkennis wordt bedoeld het leren van de vermenigvuldigingen binnen de tafels van 2, 5 en 10, 3 en 4. Als de leerlingen die beheersen wordt begonnen met vermenigvuldigingen binnen de overige tafels tot 10 (de tafels van 6, 7, 8 en 9).

Daarbinnen wordt veelal gebruik gemaakt van vermenigvuldigprocedures, zoals verdubbelen en halveren, tweelingsommen ($3 \times 4 = 4 \times 3$) en de procedures één keer meer en één keer minder.

Daarnaast oefenen leerlingen op veel scholen de tafelrijen toch nog altijd op de traditionele wijze. Tafelrijen oefenen is echter voor veel leerlingen een grote opgave. Het is een verbale activiteit en doet daarom een groot beroep op het auditieve geheugen van de leerling. De traditionele tafelkaart met de tafelrijen helpt daar niet bij. Een leerling die auditief zwak is, zal meer baat hebben bij het oefenen op een meer visuele manier. Visuele ondersteuning met denkmodellen is gewenst. De tweelingsommen bieden hierbij een goede ondersteuning. Met behulp van een tegelpatroon als denkmodel zien de leerlingen dat 3×4 hetzelfde resultaat oplevert als 4×3 .



Afbeelding 4.12 Tegelpatroon

Als leerlingen de tweelingsommen begrijpen, kunnen zij de tafels op basis van onderstaand model oefenen. De schuine lijn laat de 'dubbelsommen' (kwadraten) zien (2×2 , 3×3 , 4×4 enzovoort). Daardoor wordt de matrix in twee helften verdeeld. De sommen aan de onderkant van de schuine lijn zijn de tweelingsommen van de sommen aan de bovenkant en hebben dus dezelfde uitkomsten. Daardoor zien de leerlingen dat zij maar de helft van de tafels hoeven te leren om alle tafels te kennen. Zie afbeelding 4.13.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1										
2										
3										
4										
5										
6										
7										
8										
9										
10										

Afbeelding 4.13 Tafelkaart

De meeste methodes bieden een uitgewerkte leerstoflijn voor de basisbewerkingen en het leren van de tafels. Als leerlingen het niet leren aan de hand van de methode, zal de leraar zelf alternatieven moeten bedenken die wel aansluiten bij de leerling. Daarvoor is het van belang dat elke leraar methode-overstijgend kan werken.

Complexere bewerkingen

Beheersing van de basisbewerkingen is voorwaarde om complexere bewerkingen in de middenbouw en de bovenbouw uit te kunnen voeren. Complexere bewerkingen bestaan uit onderlinge combinaties van de basisbewerkingen, maar ook uit combinaties van de basisbewerkingen met bewerkingen uit andere domeinen. Hierbij gaat het om berekeningen met verhoudingen, breuken, decimale getallen en procenten.

In groep 5-6 verkennen de leerlingen de begrippen breuken en decimale getallen. Hierbij gaat het om het verwerven van inzicht in en het rekenen met kernbegrippen als de helft, een kwart, een tiende, een vijfde, een derde. Dit gebeurt op informele wijze en met ondersteuning van afbeeldingen en denkmodellen. De leerlingen tekenen situaties waarin het 'eerlijk delen' en het vergelijken van gelijke en ongelijke verdeelsituaties (gelijknamige en ongelijknamige breuken) aan de hand van concrete en voorstelbare contexten (pizza's) inzichtelijk wordt gemaakt.

Het verwerven van inzicht in decimale getallen wordt meestal gekoppeld aan rekenen met geld en aan meten. De leerlingen ontdekken ook geleidelijk aan de samenhang tussen breuken en decimale getallen. Zij leren bijvoorbeeld dat een halve euro hetzelfde is als 50 cent en kunnen dat schrijven als € 0,50. Zij leren ook dat 10 cent geschreven kan worden als € 0,10 en dat dit een

tiende deel is van een euro. Zo ontstaat inzicht en verkennen de leerlingen het rekenen met breuken en decimale getallen.

In de bovenbouw wordt gestart met bewerkingen met breuken en decimale getallen. Dit leidt alleen tot goede resultaten als de leerlingen ook echt inzicht hebben in het concept breuken en het concept decimale getallen en de onderlinge samenhang doorzien. Het ontwikkelen van inzicht in en het rekenen met procenten sluit hier vervolgens op aan.

Bij het subdomein Meten is het van belang dat leerlingen zelf experimenteren met lengte, gewicht en inhoud, dat zij maten verkennen en vergelijken en zo geleidelijk aan vertrouwd raken met het metriek stelsel. Leren rekenen met decimale getallen kan worden gekoppeld aan het leren rekenen met maateenheden in het metriek stelsel.

- De eerste stap hierbij is zelf meten, wegen, maatbekers vullen met water en (standaard)maten aflezen.
- De tweede stap is eenvoudige berekeningen uitvoeren met de meest voorkomende maten.
- De derde stap is verfijning van het matensysteem.
- De vierde stap is beheersing van het complete metriek stelsel en inzicht in de samenhang tussen de verschillende maateenheden.

Veelal wordt aan de eerste stap weinig aandacht besteed. Deze is echter de basis voor begripsvorming van het metriek stelsel.

Bij rekenen met maten komen ook complexere berekeningen aan de orde, zoals het berekenen van omtrek en oppervlakte, rekenen met schaal, rekenen met inhoud en volume. Ook het rekenen met tijd en geld neemt toe.

In de bovenbouw wordt meestal beslist welke leerlingen wel en welke leerlingen niet het hele programma blijven volgen. De meeste methodes geven minimumdoelen aan die alle leerlingen in principe moeten beheersen om een goede aansluiting met het voortgezet onderwijs te realiseren. Ook de SLO geeft hiervoor aanwijzingen (Noteboom, 2009).

Als regel geldt dat leerlingen beter van alle onderwerpen een afgeslankt programma kunnen krijgen dan sommige onderwerpen wel volledig en andere onderwerpen helemaal niet. Eén en ander is natuurlijk ook afhankelijk van wat een leerling aankan.

Het is voor elke leerling belangrijk om met de kernbegrippen van breuken, decimale getallen en procenten vertrouwd te raken en daarmee eenvoudige berekeningen te kunnen uitvoeren. Tien procent korting kunnen uitrekenen is voor elke leerling noodzakelijk. Ook het kunnen rekenen met standaardmaten is essentieel.

Met name voor rekenzwakke leerlingen is het van belang dat ze een zorgvuldig uitgelijnd programma aangeboden krijgen waarbij ze in ieder geval de basiskennis van het domein Verhoudingen en het subdomein Meten leren en daarmee kunnen rekenen. De basisschool is in feite de enige plaats waar leerlingen nog voldoende tijd aan deze onderwerpen besteden, eventueel zelfs zonder de druk van toetsen.

Hoofdrekenen en rekenen op papier

In groep 3 en 4 bestaat het rekenen hoofdzakelijk uit hoofdrekenen en het noteren van bewerkingen op papier. Hoofdrekenen krijgt vervolgens in de hogere leerjaren vaak een duidelijke plaats in de leerstoflijn naast het uitvoeren van bewerkingen op papier en met de rekenmachine.

Vanaf groep 5 wordt meestal duidelijk onderscheid gemaakt tussen hoofdrekenen en rekenen op papier. Bij het hoofdrekenen wordt veel aandacht besteed aan handig rekenen. Bij het rekenen op papier komen geleidelijk aan de standaardalgoritmes in beeld. In de bovenbouw leren de leerlingen daarbij ook werken met de rekenmachine.

Om efficiënt, snel en handig te kunnen rekenen, leren de leerlingen al in een vroeg stadium gebruikmaken van schattend en precies rekenen, rekenen met mooie ronde getallen, afronden, verdubbelen en halveren, tweelingsommen, vermenigvuldigen met een factor 10 enzovoort. Zij maken daarbij gebruik van eigenschappen van getallen en bewerkingen.

$$8 \times 25 = 4 \times 50 = 2 \times 100 = 200$$

Afbeelding 4.14 Verdubbelen en halveren

Getallen die eindigen op een 0 of een 5 zijn altijd deelbaar door 5.

Als je een getal met 5 vermenigvuldigt, eindigt de uitkomst altijd op een 0 of een 5.

Bij het vermenigvuldigen van oneven getallen met 5 eindigt de uitkomst altijd op een 5.

Bij het vermenigvuldigen van even getallen met 5 eindigt de uitkomst altijd op een 0 (een tiental).

Bij de even getallen die worden vermenigvuldigd met een 3 (3, 13, 23, 33 enzovoort)

is de uitkomst altijd een even getal.

Bij de oneven getallen die worden vermenigvuldigd met een 3 (3, 13, 23, 33 enzovoort)

is de uitkomst altijd een oneven getal.

De regel hierbij is:

even x even = even

oneven x oneven = oneven

even x oneven = even

Afbeelding 4.15 Eigenschappen van bewerkingen

Vanaf groep 5 leren de leerlingen, naast handig rekenen op basis van eigenschappen, ook cijferend optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen met behulp van *algoritmes*. Een algoritme is een vaste procedure die altijd leidt tot de juiste oplossing. De stappen binnen een algoritme worden in een vaste volgorde uitgevoerd. Bij het traditionele cijferen en ook bij het kolomsgewijs cijferen is inzicht een noodzakelijke basis. Een belangrijk aanknopingspunt is dat leerlingen kunnen vertellen wat er gebeurt tijdens het uitvoeren van het algoritme. Welke stappen nemen ze en waarom?

KERN

Bij het kolomsgewijs rekenen wordt aangeraden dat leerlingen niet te lang in tussenstappen blijven hangen. Zodra zij de structuur van een algoritme begrijpen is het van belang zo snel mogelijk naar de kortste procedure te gaan en die consequent te oefenen. Goed uitgevoerde algoritmes zijn efficiënt en leiden tot het goede antwoord. Onbegrepen algoritmes zijn foutgevoelig en doen een groot beroep op het geheugen.

Bij de staartdeling leren leerlingen eerst rekenen via herhaald aftrekken aan de hand van tussenstappen. Juist voor rekenzwakke leerlingen is het van belang dat zij niet in tussenstappen blijven hangen, maar snel tot het eindalgoritme komen door de grootste stappen te nemen. Van belang is ook dat leerlingen doorzien dat er bij een staartdeling niet gedeeld wordt. Het grootste getal wordt wel gedeeld door het kleinste getal (de deler), maar de uitvoering van de procedure bestaat alleen uit vermenigvuldigen en aftrekken. Daardoor kan het woord staartdeling voor de leerlingen (met name voor slimme rekenaars) verwarrend zijn.

Staartdeling

$3704:8 =$

Lange staart	Korte staart	Traditionele staartdeling
$ \begin{array}{r} 8 \overline{) 3704} \\ \underline{3200} \quad 400 \\ 504 \\ \underline{400} \quad 50 \\ 104 \\ \underline{80} \quad 10 \\ 24 \\ \underline{24} \quad 3+ \\ 0 \quad 463 \end{array} $	$ \begin{array}{r} 8 \overline{) 3704} \\ \underline{3200} \quad 400 \\ 504 \\ \underline{480} \quad 60 \\ 24 \\ \underline{24} \quad 3+ \\ 0 \quad 463 \end{array} $	$ \begin{array}{r} 8 \overline{) 3704} \quad 463 \\ \underline{32} \\ 50 \\ \underline{48} \\ 24 \\ \underline{24} \\ 0 \end{array} $

Afbeelding 4.16 Staartdeling

De rekenmachine

In de bovenbouw leren de leerlingen ook berekeningen uitvoeren met de rekenmachine. Dit heeft een meervoudig doel.

- Controleren van berekeningen op papier en uit het hoofd.
- Handig en met inzicht leren rekenen.
- Verstandig gebruik maken van de rekenmachine bij complexere berekeningen en lastige getallen, vooral in functionele situaties.
- Compensatie van onvoldoende beheerste oplossingsprocedures.

Goed kunnen werken met de rekenmachine is voor alle leerlingen zinvol. Vooral bij complexere berekeningen is de rekenmachine een goed hulpmiddel. Rekenen met de rekenmachine heeft

echter alleen zin als leerlingen inzicht hebben in het probleem dat ze gaan oplossen, weten wat ze moeten uitrekenen en hoe ze dat kunnen doen. Berekeningen met de rekenmachine gaan vaak ook veel sneller dan het uitvoeren van berekeningen op papier of uit het hoofd en zijn, wanneer de leerling de handelingen goed uitvoert, ook betrouwbaar.

Bij het uitrekenen met de rekenmachine van bijvoorbeeld 10% korting heeft de leerling inzicht in het begrip korting en procenten. Hij kan uit zijn hoofd of op papier met mooie percentages rekenen (bijvoorbeeld 10%, 20%, 50%, 25%).

De betere leerlingen zijn in staat om bijvoorbeeld 10% korting zelf uit het hoofd of op papier uit te rekenen. Zij kunnen dit doen door bijvoorbeeld het bedrag te delen door 10 en daarna het percentage (de korting) af te trekken. Zij kunnen daarbij de rekenmachine ter controle gebruiken.

Op de rekenmachine hoeft de leerling alleen maar in te tikken: bedrag-10%. De rekenmachine geeft vervolgens het juiste antwoord. Ook kan de berekening worden uitgevoerd via de 1% regel (delen door 100xpercentage). Daarna volgt dan altijd nog een tweede stap voor het bepalen van het juiste antwoord: het aftrekken. Een andere mogelijkheid is gebruik te maken van decimale getallen: bedragx0.9

Begrijpen de leerlingen waarom ze hier 0.9 kunnen intikken?

De rekenmachine bevordert zo het 'handig rekenen'. Bij complexe berekeningen leren de leerlingen de rekenmachine verstandig te gebruiken.

De rekenmachine ter compensatie van onvoldoende beheerste oplossingsprocedures is bedoeld voor de leerlingen die er niet in slagen de basisbewerkingen voldoende te automatiseren maar die wel inzicht hebben in rekenen. Dit zijn meestal de rekenzwakke leerlingen die een goed begrip en inzicht ontwikkeld hebben van bijvoorbeeld concepten als breuken en procenten, maar die niet in staat zijn berekeningen op papier of uit het hoofd foutloos uit te voeren. De rekenmachine biedt hen goede mogelijkheden om toch goed te leren rekenen.

In de bovenbouw van het basisonderwijs kan de rekenmachine op een doordachte wijze worden ingezet en gebruikt. Het is zeker niet de bedoeling om de leerlingen klakkeloos alle bewerkingen met de rekenmachine te laten uitvoeren. Het is echter ook niet verstandig om de leerlingen te verbieden met de rekenmachine te werken. Een verstandig gebruik en afwisselend rekenen uit het hoofd, op papier en met de rekenmachine, of combinaties daarvan, is wenselijk. Stimuleer vooral het hoofdrekenen met mooie ronde getallen, ook als schatting voorafgaand aan een precieze berekening of ter controle van een berekening.

Doordat alle leerlingen regelmatig met de rekenmachine werken, zijn de rekenzwakke leerlingen die de rekenmachine ter compensatie gebruiken geen uitzondering in de groep en vallen minder op tijdens de rekenles.

4.4.2 Knelpunten bij het ontwikkelen van oplossingsprocedures

In het algemeen hebben rekenzwakke leerlingen veel moeite procedures te begrijpen. Voor een deel is dat terug te voeren op een gebrekkige begripsvorming, zoals beschreven in de vorige paragrafen.

Rekenzwakke leerlingen ontwikkelen zich langzamer dan hun leeftijdgenoten in het begrijpen van rekenwiskundige concepten en daardoor ook in het begrijpen van oplossingsprocedures.

Als bepaalde oplossingsprocedures aan bod komen zijn deze leerlingen er vaak nog niet aan toe om ze te begrijpen. Ze zijn nog bezig om zich de vorige stap eigen te maken. Het gemiddelde tempo van de groep (en de methode) is te hoog. De fase van het verkennen van nieuwe onderwerpen en het ontwikkelen van begrip gaat te snel. Bovendien is hun ontwikkeling minder voorspelbaar. Soms begrijpen zij een bepaald concept en de bijbehorende procedure wel, een volgende keer weten ze het niet meer. Zij ontwikkelen fragmentarische kennis en gebrekkige procedures. Daardoor missen zij de basis en worden min of meer geforceerd op een formeel niveau te werken zonder inzicht.

Daar waar gemiddelde en goede leerlingen sneller door de stof gaan en 'als vanzelf' begrip en inzicht ontwikkelen, hebben de rekenzwakke leerlingen meer tijd nodig om een nieuw onderwerp te verkennen. Ook hebben zij meer specifieke instructie nodig bij het ontwikkelen van denkmodellen en goede procedures. Het rekenonderwijs loopt als het ware uit de pas met de onderwijsbehoeften van deze leerlingen.

Als leerlingen moeite hebben met het verlenen van betekenis aan contexten en andere opdrachten, ligt het min of meer voor de hand dat zij onvoldoende of gebrekkige oplossingsprocedures ontwikkelen. Daarmee ontwikkelen zij ook onvoldoende of gebrekkige kennis op strategisch niveau om de best mogelijke procedure te kiezen bij een opdracht.

Jonge kinderen

In de onderbouw zijn bij de start meestal geen direct zichtbare signalen aanwezig van mogelijke toekomstige rekenproblemen. Het is van belang dat kinderen in een rijke leeromgeving opgroeien. Dat zij om zich heen zien en ervaren dat er geteld, gerekend, gemeten wordt. Dat zij in aanraking komen met telversjes, telliedjes, rekentaal, telspelletjes en dat zij hierover kunnen vertellen en uitgenodigd worden om hierover te denken (zie ook TAL-team, 1999, 2004). Voor het ontwikkelen van procedures is het van belang dat jonge kinderen leren tellen en gebruik gaan maken van structuren bij het vergelijken van hoeveelheden (Van Luit, 2009).

Ook is het belangrijk om van meet af aan de visueel-ruimtelijke ontwikkeling te stimuleren, niet alleen in relatie met hoeveelheid, maar ook juist in relatie met meten, ruimtelijke oriëntatie, construeren en met het benoemen van verhoudingen (Van den Heuvel-Panhuizen & Buys, 2004).

Groep 3-5

In de onderbouw zien we leerlingen die één voor één blijven tellen en niet komen tot verder tellen en gestructureerd tellen. Dit belemmert het leren optellen en aftrekken.

Het blijven tellen kan een signaal zijn van een mogelijk stagnerende ontwikkeling. **(S3)**

In het onderwijs wordt echter al vrij snel op een formeel en abstract niveau gewerkt, bijvoorbeeld het tellen en verder tellen op de getallenlijn (6+3) en uit het hoofd tellen. Leerlingen die nog behoefte hebben aan tellen met concreet materiaal, hebben dan ook geen andere keus dan op de vingers te tellen en eigen manieren te bedenken om verder te tellen.

Rekenzwakke leerlingen zijn meer gebaat bij concrete materialen, zoals fiches en munten. Ook het structurerend tellen kan hiermee intensief worden geoefend, bijvoorbeeld 5 losse fiches op een stapeltje leggen: dat is 5. Daarna verder tellen. Vervolgens tien losse fiches op 2 stapeltjes leggen: $5+5$ (10). Met 3 losse fiches erbij: 5 - 10, 11, 12, 13. Daarna kunnen fiches worden vervangen door munten van vijf cent en twee munten van vijf cent door een munt van 10 cent. Deze wijze van werken gaat meestal veel langzamer dan in methodes wordt aangeboden, maar deze stappen zijn essentieel om leerlingen van het 'blijven tellen' af te helpen.

Afbeelding 4.17 *Structurerend tellen*

Leerlingen die de structuur van eenheden en tientallen nog niet begrijpen, kunnen cijfers in een getal verwisselen (23 in plaats van 32). Zij hebben nog ondersteuning nodig van concrete materialen die tientallen en eenheden weergeven, zoals eierdozen en munten.

Het blijven tellen en het uitvoeren van onbegrepen procedures in de eerste maanden van de onderbouw kan leiden tot onoverkomelijke problemen en stagnatie in de totale rekenwiskundige ontwikkeling. Ook bij het rijgen en splitsen (aanvullen tot 10) op de getallenlijn kunnen leerlingen struikelen.

Leerlingen gaan rekenwiskundige procedures verwarren, bijvoorbeeld bij splitsen.

Voorbeeld: $42+36$: splitsen in $40+30$ en $6+2$; $70+8=78$

Maar: $42-36$: splitsen in $40-30$ en $6-2$; $10+4=14$

Bij de laatste stap kan de leerling in verwarring raken. Hij weet soms niet meer of hij nu moet optellen of aftrekken. Daardoor ontstaan fouten.

Rijgen, bij voorkeur met ondersteuning van de getallenlijn, is bij het aanvankelijk (hoofd)rekenen een betere procedure. Bij het aftrekken worden minder fouten gemaakt.

Voorbeeld: $42+36=42+30+6=$

En: $42-36=42-30-6=$

Afbeelding 4.18 *Rijgen en splitsen*

Rekenzwakke leerlingen komen werkelijk een stap verder in hun rekenontwikkeling als zij leren werken met rijgen (het eerste getal 'heel' laten). Uit onderzoek van Klein (1998) blijkt dat het rijgen tot minder fouten leidt dan splitsen. Het is inzichtelijk en het geheugen wordt minder belast. Problemen bij rijgen en splitsen kunnen eveneens een signaal zijn van een problematische of stagnerende rekenontwikkeling.

Problemen komen duidelijk in beeld als de leerlingen gaan vermenigvuldigen en de tafels gaan leren. Sommige leerlingen blijven tellen, kiezen voor herhaald optellen (doortellen) en komen niet tot automatiseren van de tafels. Procedures als tweelingsommen en één keer meer/minder begrijpen zij niet of slechts gedeeltelijk.

Het blijven tellen en het toepassen van onbegrepen procedures belemmert het leren van de basisbewerkingen optellen en aftrekken (tot 100). Ook het leren vermenigvuldigen wordt belemmerd en het leren van de tafels wordt een onmogelijke opgave. Leerlingen kunnen hier al in hun ontwikkeling stagneren. (S4)

Ten slotte valt op dat er leerlingen zijn die erin slagen om procedures uit te voeren die ze niet begrijpen. Dit zien we vooral bij leerlingen in groep 4 en 5 bij het rekenen tot 100 en tot 1000.

Voor rekensterke leerlingen of voor leerlingen met een sterk geheugen hoeft het geen belemmering te zijn om gedurende korte tijd met onbegrepen procedures te rekenen. Het inzicht kan nog komen.

Voor rekenzwakke leerlingen is dit anders. Zij komen in aanraking met oplossingsprocedures die ze nog niet goed begrijpen. Zij proberen mee te doen in het groepsonderwijs en de aangereikte procedures te gebruiken. Zij doen dit op basis van hun geheugen, niet op basis van begrip.

Wanneer rekenzwakke leerlingen proberen onbegrepen procedures uit te voeren, dan leidt dit tot verwarring, tot goochelen met getallen en een grote belasting van het geheugen. Uiteindelijk bestaat er een grote kans op fragmentarische kennis en (verdere) stagnatie in de totale rekenwiskundige ontwikkeling.

Groep 6-8

Leerlingen in de middenbouw en bovenbouw hebben te kampen met de gevolgen van een gebrekkige ontwikkeling van oplossingsprocedures. Ook in de bovenbouw is er nog sprake van de eerder genoemde knelpunten. De meeste rekenzwakke leerlingen in de bovenbouw kunnen nog niet vlot hoofdrekenen tot 100 en met mooie getallen tot 1000 en beschikken over fragmentarische kennis van de tafels. Zij struikelen vooral over de lastige sommen zoals 7×8 en 8×9 .

Ook het verwerven van de meer complexe rekenwiskundige concepten verloopt moeizaam. Zonder extra maatregelen komen de rekenzwakke leerlingen niet tot goede begripsvorming en procedure-ontwikkeling op het terrein van breuken, procenten, verhoudingen, decimale getallen en meten. (S5)

Daardoor lopen zij vast in het begrijpen en uitvoeren van de standaardalgoritmes, het cijferen. (S6)

4.4.3 Preventie bij hoofdlijn 2

In het algemeen geldt dat preventieve maatregelen zijn bedoeld om rekenzwakke leerlingen te ondersteunen zodat zij perspectiefvolle procedures kunnen ontwikkelen. Leerlingen profiteren van instructie met betrekking tot deze procedures als zij de benodigde rekenwiskundige concepten hebben begrepen en verworven.

De meeste leraren vertrouwen volledig op hun methode. Als blijkt dat een leerling blijft tellen en niet komt tot verder tellen, structurerend tellen, geen gebruik kan maken van tientallen enzovoort, dan is het van belang te onderzoeken waarom de oefenstof in de methode niet aansluit bij deze leerlingen. Vervolgens kan oefenstof aangeboden worden die wel goed aansluit op hun ontwikkeling en tempo.

Vaak blijkt dat het goed *timen* van de instructie al een belangrijke verbetering oplevert. Hierdoor kunnen ook rekenzwakke leerlingen een goed fundament leggen voor hun verdere rekenwiskundige ontwikkeling (zie verder hoofdstuk 6).

De volgende punten zijn van belang voor preventie.

- De leraar speelt een meer actieve, structurerende rol in deze instructie en hij stimuleert en begeleidt het zelfstandig denken.
- De leraar structureert gesprekken met en tussen leerlingen waarin ze aan elkaar kunnen uitleggen hoe ze denken en rekenen.
- De leraar leert de leerlingen hun aanpak uit te beelden met passend modelmateriaal. Dit gebruiken leerlingen om zich bewust te worden van hun eigen aanpak en om hun uitleg aan anderen te ondersteunen.
- De leraar spitst de instructie toe op de noodzakelijke rekenwiskundige concepten en de beoogde procedure.
- De leraar bouwt met de instructie voort op de begrepen voorkennis van de leerling.

Hierna wordt dit uitgewerkt voor de verschillende jaargroepen.

Jonge kinderen

Schenk aandacht aan een brede rekenontwikkeling (inclusief meten en meetkunde) en het toepassen in spelsituaties. Voer de gebruikelijke onderwijsactiviteiten uit die worden aanbevolen in groep 1-2 maar geef de opvallende leerling meer aandacht en meer tijd. Besteed nadrukkelijk meer aandacht aan het visueel structureren (zie ook Van Nes en Doorman, 2009).

Groep 3-5

Rekenzwakke leerlingen worden zich er van bewust dat rekenen niet vanzelf gaat. De basis van de preventieve maatregelen is en blijft dat de leraar hen gerust stelt en wat de leerling kan positief benadert. Uit onderzoek (Boekaerts & Simons, 1995) blijkt dat emoties als angst en schaamte al vroeg een remmende rol spelen bij het leren rekenen.

In groep 3 is er veel tijd en aandacht voor de ontwikkeling van tellen, structurerend tellen, splitsen, rijgen en de basisbewerkingen optellen en aftrekken. De betere leerlingen en leerlingen met een goed geheugen slagen erin de splitsingen tot 10 te onthouden. Zwakke rekenaars hebben vaak meer moeite deze kennis te gebruiken bij bewerkingen. Het blijft voor hen onbegrepen, losse kennis. Leerlingen moeten een relatie zien tussen de splitsingen en de optel- en aftreksituaties. Ook andere rekenwiskundige concepten kunnen problemen opleveren (klok, oppervlakte) en vragen om gerichte aandacht. In het algemeen geldt hier: de leraar biedt gerichte instructie passend bij hetgeen de leerling al begrijpt uit een voorafgaande fase in de leerlijn.

In groep 4 is nog steeds nadrukkelijk aandacht nodig om de getalstructuren tot 10 en tot 20 goed te ontwikkelen. Dit gaat samen met het begrijpen van vermenigvuldigen en het leren van de tafels. Ook hier is het nodig om dit leerproces visueel te ondersteunen met passend modelmateriaal. Vervolgens wordt het gebruik van modelmateriaal gefaseerd afgebouwd. Het gaat erom dat de leerling het materiaal kan gebruiken om te vertellen hoe hij denkt.

Zwakke rekenaars in groep 5 hebben vaak het rekenen tot 100 en de tafels nog niet of onvoldoende geautomatiseerd. Hier is nog veel oefening voor nodig. In groep 5 wordt al gestart met de eerste beginselen van algoritmisch rekenen bij optellen en aftrekken tot 1000. Vlot kunnen rekenen tot 100 (zie hoofdlijn 3) is hiervoor een noodzakelijke voorwaarde.

Voor rekenzwakke leerlingen is het nodig om op het juiste moment (gekoppeld aan de fase in hun rekenwiskundige ontwikkeling) te werken aan het begrijpen van rekenwiskundige concepten en daarop aansluitend procedures te ontwikkelen gebaseerd op inzicht.

Het is nodig om aan te sluiten bij de eigen (informele) aanpak van de leerling en van daaruit verder te werken naar een meer formele aanpak. Het gaat erom dat de leerling met een begrepen procedure leert werken. Werken met een onbegrepen procedure doet een groot beroep op het geheugen.

Groep 6-8

Het beschikken over goede basisprocedures is nodig voor het ontwikkelen van meer geavanceerde procedures voor complexere berekeningen in de hogere leerjaren.

Preventieve maatregelen vragen om het vormgeven van een bepaalde 'cultuur' in de klas. Elementen hiervan zijn:

- ervaren en spelen zijn essentieel voor de ontwikkeling van (jonge) kinderen;
- afbeelden en verwoorden gaan hand in hand;
- verwoorden en visueel voorstellen zijn verbonden;
- er is tijd en rust om resultaten van berekeningen en gebruikte oplossingsprocedures te bespreken.

4.4.4 Interventie bij hoofdlijn 2

Sommige jonge kinderen en leerlingen in groep 3 hebben aanvankelijk zelf nog niet in de gaten dat het verwerven van formele rekenprocedures niet probleemloos verloopt. Zij blijven spontaan hun eigen informele procedures gebruiken, maar hebben moeite met het begrijpen van formele rekenprocedures. Bij hen is het van belang om het informele handelen voortdurend te koppelen aan het meer formele rekenen. Hiervoor wordt het rekenen met echte materialen (subjectgebonden) in combinatie met het laten vertellen, tekenen en symboliseren (objectiveren) aangeraden. Ga niet te snel naar het formele rekenen.

Naarmate rekenzwakke leerlingen ouder worden, kan er ongeduld ontstaan: ze willen snel het goede antwoord geven of snel uit het hoofd rekenen. Als dit niet lukt ontstaat er stress. De leerling heeft het idee gekregen dat er iets 'mis' is met hem, hij stopt met zelf denken en neemt een afwachtende houding aan. Het is dan nodig dat de leerling weer ervaart wat hij wel kan en op basis daarvan verder kan denken. Zorgvuldig afstemmen is hier noodzakelijk. De leerling heeft tijd, rust en structuur nodig om het eigen denken te ordenen en zich bewust te worden van de eigen aanpak. Bij rekenzwakke leerlingen is het zicht hierop verdwenen.

Vanuit rust en structuur kan de leerling weer zelf gaan denken en actief werken aan de eigen ontwikkeling van rekenwiskundige concepten en procedures.

KERN

Bij interventie gaat het om het nauwkeurig afstemmen van het onderwijs op de onderwijsbehoeften van de leerling.

Deze afstemming is gericht op:

- begripsvorming, dit is het verlenen van betekenis en conceptontwikkeling (zie paragraaf 4.3);
- het gebruiken van passende materialen;

- het slaan van een brug tussen wat de leerling al begrijpt en de volgende stap, waardoor succeservaring mogelijk is;
- de taal van de leerling spreken, door parafraseren en spiegelen de leerling bewust maken van de huidige en de gewenste aanpak;
- verplaatsen in de gedachtegang van de leerling;
- de leerling laten ervaren dat hij (weer) zelf kan denken en redeneren om tot een oplossing te komen.

4.4.5 Samenvatting

S₃ - Problemen met het verwerven van de basisbewerkingen

Rekenzwakke leerlingen bouwen een zwakke basis op voor het formele rekenen omdat de begripsvorming gebrekkig verloopt. Hierdoor zijn zij slecht in staat oplossingsprocedures te begrijpen. De leerling ontwikkelt fragmentarische kennis en houdt lang vast aan procedures die ondoelmatig zijn en weinig perspectief bieden, zoals tellen. Sommige leerlingen blijven hardnekkig tellen en komen niet tot echt rekenen. Daardoor ontstaat een gebrekkige basis voor het leren optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen.

S₄ - Problemen met het leren van de tafels

Als de leerling de basisbewerkingen onvoldoende beheerst wordt het leren van de tafels een onmogelijke opgave. Rekenzwakke leerlingen kunnen hier al in hun ontwikkeling stagneren.

S₅ - Problemen met het uitvoeren van complexere bewerkingen

Ook het verwerven van meer complexe rekenwiskundige concepten verloopt moeizaam. Rekenzwakke leerlingen komen niet of moeizaam tot begripsvorming en ontwikkeling van complexere oplossingsprocedures op het gebied van breuken, procenten, verhoudingen, decimale getallen en meten.

S₆ - Problemen met het verwerven van algoritmes

Rekenzwakke leerlingen hebben vaak moeite met het verwerven van de complexe procedures van algoritmes.

4.5 Hoofdlijn 3: vlot leren rekenen

4.5.1 Ontwikkeling van vlot leren rekenen

Na de fase van begripsontwikkeling en de fase van het ontwikkelen van oplossingsprocedures volgt het vlot leren rekenen. Dit bestaat uit oefenen, automatiseren en memoriseren van bruikbare rekenwiskundige kennis en procedures. Om vlot te kunnen rekenen is regelmatig en goed oefenen noodzakelijk.

In dit deel bespreken we de volgende aspecten van vlot leren rekenen.

- Oefenen:
 - betekenisvol oefenen;
 - productief oefenen;
 - associatief en flexibel oefenen;
 - multi-channel oefenen;

- effectief oefenen;
- systematisch oefenen;
- regelmatig oefenen.
- Automatiseren en memoriseren:
 - declaratieve kennis;
 - procedurele kennis.
- Rol van IT.

Oefenen

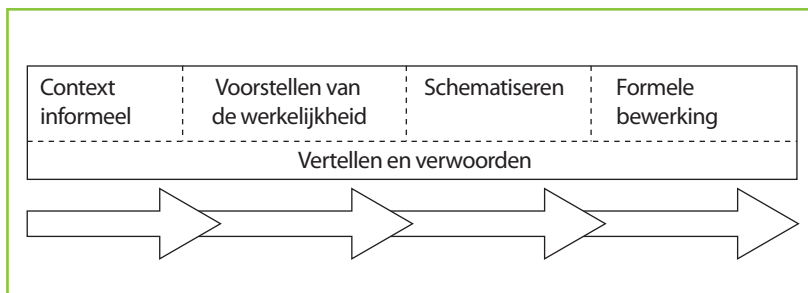
Betekenisvol oefenen Het oefenen moet passen in het proces van het betekenisvol leren, de conceptontwikkeling en het ontwikkelen van procedures. Oefenen is bedoeld om de leerling zich procedures, gebaseerd op inzicht, eigen te laten maken. Juist het inzicht verdwijnt naar de achtergrond als leerlingen vrijwel alleen maar kale sommen oefenen. Dan verdwijnt tevens de betekenis van het rekenen steeds meer naar de achtergrond en raakt verloren. Het oefenen van kale sommen dient uitsluitend voor het ontwikkelen van rekenvaardigheid en tempo. Bij betekenisvol oefenen besteedt de leraar voortdurend aandacht aan de betekenis van het rekenen in het dagelijkse leven.

In het voorgaande hebben we gezien dat betekenisvol leren verloopt van informeel handelen aan de hand van betekenisvolle situaties of contexten naar een formele rekenwiskundige aanpak: het kunnen uitvoeren van oplossingsprocedures.

Dit proces bestaat uit de fasen ervaren (doen), begrijpen (vertellen), zich iets kunnen voorstellen (tekenen, schematiseren) en formaliseren (formele bewerkingen uitvoeren). Het is ook belangrijk dat leerlingen plezier hebben in rekenen. Dat bevordert hun motivatie en hun concentratie. Betekenisvol oefenen sluit aan bij dit proces. Sommen maken is oefenen op formeel niveau. Dit is de laatste fase in de ontwikkeling van conceptvorming en procedure-ontwikkeling. Daarvoor liggen de fasen van het ervaren, het begrijpen en het zich visueel voorstellen. Bij oefenen is het van belang deze fasen voortdurend te koppelen.

Oefenen begint bij het begin: werken met de context. Naarmate leerlingen de werkelijke situatie beter ervaren en daarmee vertrouwd raken, ontwikkelen zij betere concepten. Sommige leerlingen hebben daar meer tijd voor nodig dan andere. Door te vertellen en te visualiseren laten leerlingen horen en zien dat zij de context begrijpen en dat conceptontwikkeling gaande is. Visualiseren door middel van concrete afbeeldingen van de werkelijkheid gaat over in schematiseren en resulteert in de formele bewerking. Het vormt de basis voor het ontwikkelen van denkmodellen ter ondersteuning van het formele rekenen. Leerlingen ontwikkelen hun eigen denkmodellen, maar in de meeste methodes worden ook denkmodellen aangereikt (bijvoorbeeld busmodel, getallenlijn, pizzamodel).

Leerlingen die verbaal sterk zijn kunnen goed vertellen en hun gedachten verwoorden. Leerlingen die visueel sterk zijn, hebben een goed voorstellingsvermogen. Alle leerlingen hebben tijd nodig om bewust met het verwoorden en visualiseren om te gaan. Dit is de basis voor begripsvorming en inzicht in de formele bewerkingen die aansluitend worden geoefend.



Afbeelding 4.19 Van informeel naar formeel rekenen

In een goede opbouw van het leren rekenen worden deze fasen in onderlinge samenhang aangeboden, waardoor de leerling voortdurend het geheel en de betekenis voor ogen heeft.

Geleidelijk aan komt een leerling sneller op een hoger niveau en kan hij de context loslaten (zie paragraaf 5.1). Ook het tekenen en schematiseren neemt af. De leerling kan de formele bewerking op basis van inzicht uitvoeren. Het blijft echter belangrijk het oefenen van formele bewerkingen (kale sommen) regelmatig te ondersteunen met denkmodellen en te koppelen aan contexten om het verlies van betekenis te voorkomen. Het oefenen van de formele bewerkingen heeft uitsluitend zin voor het ontwikkelen van technische rekenvaardigheid.

Productief oefenen Betekenisvol oefenen gaat samen met productief oefenen. Bij productief oefenen construeren leerlingen zelf passende bewerkingen (tekeningen, schema's, sommen) bij een context. Dit doet een beroep op hun inzicht en op hun conceptuele kennis. De leerlingen bedenken hun eigen passende berekeningen en kunnen vertellen wat ze doen, zoals we hebben gezien in afbeelding 4.11 de schoolreis.

Een andere vorm van productief oefenen zien we in afbeelding 4.20. Deze toont een context op basis waarvan de leerlingen de vertaalslag naar formele bewerkingen (sommen) maken (in groep 3). Het plaatje laat de situatie zien. Er zitten zes konijnen in het konijnenhok. Twee konijnen zie je niet. Die zitten in het binnenhok.

De eerste opdracht wordt begeleid door de leraar. De leerlingen vertellen wat ze zien en bedenken dan welke sommen erbij passen. Zij beredeneren waarom een som wel of niet bij het plaatje past.

Welke sommen passen bij het plaatje? Kruis aan.



6 = 4+2

6-4 = 2

6+4 = 10

6 = 2+4

4+2 = 6

6-2 = 4

Afbeelding 4.20 Productief oefenen

Bij de volgende oefeningen bedenken zij zelf sommen die bij het plaatje (de context) passen. Zij kunnen hierbij overleggen. De leerlingen koppelen hun sommen aan de context. Dit is een voorbeeld van betekenisvol en productief oefenen.

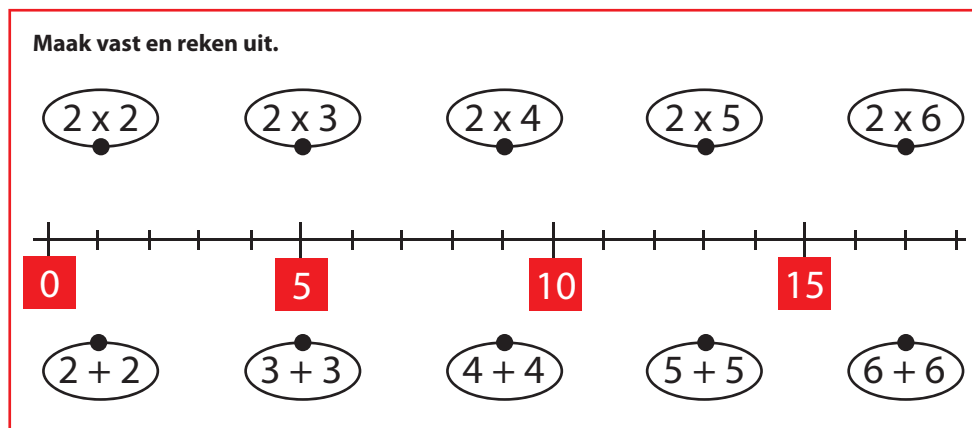
Maak sommen.



Afbeelding 4.21 Betekenisvol en productief oefenen

Associatief en flexibel oefenen Associatief oefenen is voorwaarde voor het ontwikkelen van geordende netwerken van samenhangende kennis en vaardigheden. Daarvoor worden opdrachten binnen een oefening in onderlinge samenhang aangeboden. Dit helpt de leerling bij het ontdekken van samenhang en biedt steun bij het georganiseerd opslaan in het geheugen (koppelen aan voorkennis en aan relevante andere oefenstof). Bij afbeelding 4.22 wordt het verdubbelen gekoppeld aan vermenigvuldigen, iets 2 keer doen: $3+3$ is hetzelfde als 2×3 .

Dit stimuleert het ontwikkelen van geordende, associatieve netwerken van kennis en vaardigheden. Door associatief te oefenen worden kennis en vaardigheden tevens flexibel ingezet. De leerling raakt vertrouwd met vergelijkbare oefeningen in verschillende contexten en situaties. (zie ook paragraaf 4.6, Hoofdstuk 4: *flexibel toepassen*)



Afbeelding 4.22 Verdubbelen en vermenigvuldigen

Multi-channel oefenen Bij het oefenen maken de leerlingen gebruik van hun sterke kanten. Door regelmatig te oefenen versterken zij hun sterke kanten. Een leerling die sterk visueel is zal deze vaardigheid voortdurend inzetten tijdens het oefenen. Daardoor wordt het visueel waarnemen steeds beter. Daarbij zal de leraar zich moeten inspannen om ook de zwakke kanten van de leerlingen verder te ontwikkelen. Naast het verder ontwikkelen van het visuele waarnemen, zal hij juist ook het auditieve waarnemen moeten stimuleren. Vaardigheden die niet worden gestimuleerd, nemen uiteindelijk af.

KERN Leerlingen die verbaal zwak zijn en visueel sterk moeten aangemoedigd worden om hun handelingen goed te verwoorden. En andersom: leerlingen die verbaal sterk zijn en visueel zwak, hebben extra stimulans nodig om te visualiseren.

Daarnaast is het raadzaam om, vooral bij jonge kinderen, een beroep te doen op alle kanalen waardoor zij leren: kijken, luisteren, spreken, bewegen, ruiken, voelen, doen. Door tijdens de rekenles de leerlingen zoveel mogelijk activiteiten te laten uitvoeren en zelf te laten experimenteren met materialen zijn zij volledig betrokken bij het leren rekenen en ontwikkelen zij een complete, betekenisvolle, conceptuele basis. Hierdoor krijgt het oefenen ook betekenis en worden kennis en vaardigheden geïntegreerd.

Ook leren de leerlingen tijdens het uitvoeren van doe-activiteiten hun handelen coördineren en aansturen. Daardoor krijgen zij greep op hun eigen leerproces. Leerlingen maken bij deze aanpak overwegend gebruik van hun sterke kanten, maar worden tevens uitgedaagd ook hun zwakke kanten te gebruiken. Daardoor blijven zowel de sterke als de zwakke kanten voortdurend in ontwikkeling. De sterke kant wordt sterker en de zwakke kant wordt minder zwak. Daarom is het van belang ervoor te zorgen dat het oefenen gebaseerd is op een multi-channel aanpak. De leerlingen krijgen

op verschillende manieren de leerstof aangeboden, zodat alle leerlingen optimaal profiteren van het onderwijsaanbod. Dat betekent: zorgen voor voldoende variatie bij het oefenen.⁴

Effectief oefenen Alle leerlingen zijn gebaat bij effectieve instructie en effectief oefenen. Voor rekenzwakke leerlingen geldt dat des te meer. Hoe meer rendement zij uit elke inspanning halen, hoe sterker zij gemotiveerd worden.

De huidige didactiek van het rekenwiskunde-onderwijs gaat uit van het begeleiden (her)ontdekken van rekenwiskundige concepten en vaardigheden. Dit gebeurt door de leerlingen actief hun eigen kennis en vaardigheden te laten construeren en reconstrueren. Dat kan worden gerealiseerd aan de hand van uitdagende en begrijpelijke contexten. De leerlingen ontwerpen daarbij eigen denkmodellen en eigen oplossingsprocedures. Deze gaan geleidelijk aan over in formele bewerkingen en standaardprocedures. Dit proces doet echter een groot beroep op het inzicht van de leerling. Goede begeleiding van dit proces vraagt veel deskundigheid van de leraar.

In de praktijk blijkt dat rekenzwakke leerlingen meer profijt hebben van *directe instructie*: voordoen - nadoen. Zelf denkmodellen en creatieve oplossingsprocedures ontdekken, doet een groot beroep op het inzicht van de leerling, op geautomatiseerde en gememoriseerde kennis en vaardigheden en daarbij op het zelfvertrouwen van de leerling. Zwakke rekenaars die fragmentarische concepten hebben ontwikkeld en moeite hebben met het automatiseren en memoriseren van kennis en vaardigheden, ontbreekt het vaak aan zelfvertrouwen en zij stellen zich afhankelijk op van de leraar.

Een goede leraar biedt directe instructie aan rekenzwakke leerlingen en geeft daarbinnen ruimte voor eigen inbreng van de leerling. Hij activeert de leerling zelf goed na te denken over en te reflecteren op het rekenwerk dat hij uitvoert. Daarbij doet hij een beroep op het zelfvertrouwen van de leerling.

De organisatie van effectief oefenen ligt bij de leraar. Effectief oefenen impliceert ook effectieve instructie en is onderdeel van resultaatgericht rekenwiskunde-onderwijs (Gelderblom, 2008). Dit laatste wordt gekenmerkt door:

- een goede organisatie van het rekenwiskunde-onderwijs (op school en -groepsniveau);
- een deskundige leraar in een deskundig team;
- een goede rekenwiskunde-methode.

In hoofdstuk 12 bespreken we de organisatie van goed rekenwiskunde-onderwijs. Hier bespreken we alleen het effectief oefenen op groepsniveau. Effectief oefenen begint bij een goede organisatie van de les. De leraar zorgt voor een goede structuur van de les en een aangename leeromgeving. Effectieve instructie en oefenen wordt gerealiseerd door:

- een goede voorbereiding door de leraar per blok en per les;
- een duidelijke doelstelling per les;
- een goed gestructureerde lesopbouw;
- een aangename leeromgeving;
- een vast patroon voor het werken met subgroepen en met individuele leerlingen tijdens de les (voorwaarde: leerlingen kunnen zelfstandig werken in subgroepen);

⁴ Zie ook oefenvormen bij meervoudige intelligentie.

- regelmaat: elke dag een uur rekenen (voor zwakke rekenaars een uur extra per week, verdeeld over de week). Zie ook hoofdstuk 9.

Met betrekking tot de opbouw van de les en de leerstof voor rekenzwakke leerlingen geven we de volgende richtlijn.

- Begin altijd met een opdracht die aansluit bij een vorige les en waarvan zeker is dat de leerling deze kan oplossen (vijf minuten).
- Bied vervolgens (nieuwe) oefenstof op het niveau waar de leerling aan werkt (twintig minuten):
 - vertel wat de leerling gaat leren of oefenen (doel van de les);
 - sluit aan bij wat de leerling al weet;
 - bied de leerling directe instructie (voordoen - nadoen);
 - laat (samen) oefenen;
 - sluit af met de vraag: *Wat heb je nu geleerd?*
- Besluit met een rekenspelletje dat de leerling aankan en leuk vindt (vijf minuten).

Deze opbouw kan worden uitgevoerd met subgroepjes en met individuele leerlingen. Als de leerlingen de structuur van de les kennen en dus weten wat er van hen wordt verwacht, kunnen zij beter focussen op de inhoud.

Ook de oefenstof zelf moet doelgericht zijn. Voorbeelden van effectieve oefenstof zijn:

- *Context met visuele ondersteuning van denkmodel*. De leerlingen maken hun berekeningen met behulp van het denkmodel (bijvoorbeeld bussommen, verhoudingstabel).
- *Context, denkmodel en formele bewerkingen* (sommen). Hierin worden de drie niveaus gekoppeld: van informeel, via voorstellen, naar formeel. Oefeningen daarbij zijn bedoeld voor productief oefenen.
- *Context en formele bewerkingen* (sommen). Bij deze opdrachten oefenen de leerlingen het uitvoeren van berekeningen op basis van een context (ter ondersteuning), gebaseerd op hun eigen voorstellingsvermogen. De leerlingen kunnen hierbij gebruik maken van fiches, tekeningen, eigen denkmodellen (zie paragraaf 4.5.1, afbeeldingen 4.20 en 4.21).
- *Formele bewerkingen met ondersteuning van denkmodellen* (bijvoorbeeld berekeningen uitvoeren aan de hand van percentages in een cirkeldiagram of ongelijknamige breuken vergelijken aan de hand van het pizzamodel en verhoudingstabellen).
- *Formele bewerkingen* (kale sommen, rijtjes, tafels). Bij deze opdrachten is het van belang sommen aan te bieden die onderling samenhangen en waarbij de leerling die samenhang kan ontdekken of er gebruik van kan maken.

Om resultaatgericht te kunnen werken en om rekenzwakke leerlingen goed te kunnen begeleiden is een heldere structuur van de rekenwiskunde-methode met een systematische en transparante opbouw van de leerstoflijn in de werkboeken en -boeken noodzakelijk. Oefeningen zijn gerelateerd aan de opbouw van de leerstoflijn en in die volgorde ook duidelijk herkenbaar in de methode aanwezig. Daar waar dit ontbreekt zal de leraar, of een team van leraren, de methode moeten bijstellen en aanvullende leerstof – passend bij de opbouw van de methode – ontwikkelen of elders zoeken. De leraar heeft ook extra oefenstof nodig om goed op een leerling te kunnen afstemmen.

Door te werken volgens bovenstaande aanwijzingen kan effectieve instructie en effectief oefenen worden gerealiseerd. Van belang hierbij is om de resultaten van de leerlingen regelmatig vast te leggen en hun ontwikkeling voortdurend te evalueren.

Systematisch oefenen Met systematisch oefenen bedoelen wij dat alle leerstof systematisch aan bod moet komen. Vooral zwakke leerlingen hebben hier behoefte aan. De leerling slaat leerstof die niet systematisch en regelmatig wordt geoefend minder goed op dan leerstof die wel systematisch en regelmatig aan bod komt.

De leraar analyseert de methode waarmee hij werkt om te bepalen of en hoe systematisch wordt geoefend. Hoe is de opbouw van de leerstoflijn en de oefenstof? Komen alle domeinen en leerstofonderdelen systematisch in de methode voor? Daar waar gaten vallen is aanvullende oefenstof voor zwakke rekenaars noodzakelijk.

Rekenwiskunde-methodes staan vol met oefeningen. Hoe en in welke mate er systematisch wordt geoefend is voor de gebruiker soms niet te doorzien. Vaak is niet duidelijk of een bepaald onderdeel voldoende aan bod komt (voor de zwakke leerlingen). Zowel de leraar als de leerling is gebaat bij een duidelijke structuur en opbouw van de lessen en de leerstof.

De opbouw van een leerstoflijn moet in de methode zichtbaar en gestructureerd aanwezig zijn. De leraar en de leerling zien daardoor dat het geleerde ook systematisch geoefend wordt, en wanneer en hoe dit gebeurt. Ook systematische herhaling van eerdere oefenstof moet overzichtelijk in de methode aanwezig zijn.

Voor elke school geldt dat het team van leraren een duidelijk beeld moet hebben van de leerstoflijnen in de methode. Dit is nodig om methode-overstijgend te kunnen werken wanneer de methode niet voldoet voor specifieke begeleiding van bepaalde leerlingen.

Leraren werken meestal vol vertrouwen met hun methode, maar kunnen niet altijd aangeven of bepaalde oefenstof wel vaak genoeg wordt geoefend. Voor de meeste leerlingen is dit niet zo'n probleem. Zij ontdekken zelf samenhangen en leggen verbanden.

Voor de rekenzwakke leerlingen is het echter van belang dat alle onderdelen systematisch aan bod komen, waarbij heel duidelijk is wat er wordt geoefend.

Bovendien maakt het voor rekenzwakke leerlingen zeker uit hoe de oefenstof wordt aangeboden. Soms zijn er kale sommen, soms staat er een plaatje bij. Soms is een plaatje onderdeel van een context, soms niet. Een plaatje op zich is leuk, maar niet voldoende. Afbeeldingen moeten juist voor zwakkere leerlingen functioneel zijn. Leraren doen er goed aan de methode die zij gebruiken op deze punten zorgvuldig te analyseren en waar nodig aanvulling te bieden.

KERN

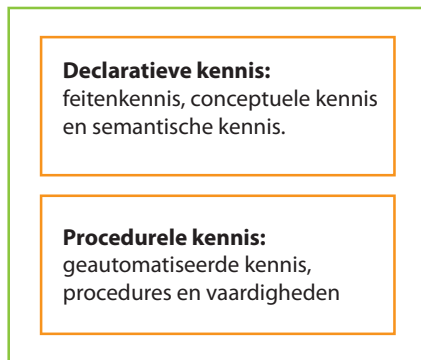
Beter geen plaatje dan een plaatje dat alleen maar leuk is en de aandacht afleidt van de opdracht.

Regelmatig oefenen Regelmatig oefenen is een *must*. Elke dag een uur rekenen, waarvan een half uur oefenen, is voor alle leerlingen belangrijk. Rekenzwakke leerlingen hebben daarbij nog een uur per week extra nodig. Dit extra uur kan op verschillende manieren en verspreid over de week worden ingevuld. Extra oefenen bestaat niet uit het maken van extra bladzijden sommen, maar uit een gevarieerd en multi-channel aanbod. Dat kan aan de hand van gevarieerde rekenopdrachten, spelletjes of rekenopdrachten op de computer. De inhoud moet aansluiten bij het niveau van de leerling.

Automatiseren en memoriseren

Automatiseren en memoriseren zijn activiteiten waarbij het geheugen een centrale rol speelt. In hoofdstuk 2 zijn enkele factoren beschreven van het werkgeheugen (inhibitie, shifting en updating) die het ontwikkelen van goede concepten en procedures beïnvloeden. Ook het georganiseerd opslaan van kennis in en het oproepen van kennis uit het langetermijngeheugen spelen daarbij een belangrijke rol. Deze factoren beïnvloeden het automatiseren en memoriseren van (nieuwe) kennis en procedures. Daar komt bij dat iedereen alleen die kennis en vaardigheden opslaat in het geheugen die voor hem of haar betekenisvol zijn. Daarmee construeert iedereen zijn eigen geheugen. Voorkennis en eigen interpretatie spelen hierbij een belangrijke rol.

Leerlingen leren beter en vlotter rekenen als nieuwe kennis en procedures worden gekoppeld aan reeds begrepen kennis en procedures die opgeslagen zijn in associatieve netwerken. De opgedane kennis wordt georganiseerd in het geheugen opgeslagen en is daardoor meestal vrij snel weer op te roepen en goed te gebruiken. Boekaerts en Simons (1995) onderscheiden de volgende associatieve netwerken:



Afbeelding 4.23 *Associatieve netwerken*

Declaratieve kennis Deze kennis is gememoriseerd en direct oproepbaar uit het langetermijngeheugen. Met *memoriseren* bedoelen wij uit het hoofd leren van:

- feitenkennis (niet gebaseerd op inzicht),
- conceptuele kennis (gebaseerd op geautomatiseerde kennis),
- semantische kennis.

Onder *feitenkennis* verstaan we kennis van losse feiten waarbij niets te begrijpen valt, bijvoorbeeld: telefoonnummers, geboortedata, een postcode, een huisnummer, de namen van klasgenoten, weten dat Amsterdam de hoofdstad van Nederland is en Parijs de hoofdstad van Frankrijk, maar ook het opzeggen van de (onbegrepen) tafelrijen als een versje uit het hoofd.

Het leren van losse feiten doet een groot beroep op het werkgeheugen. Ook onbegrepen kennis wordt ervaren als losse feiten en wordt niet associatief opgeslagen. Deze (fragmentarische) kennis wordt makkelijker weer vergeten als zij niet regelmatig wordt gebruikt. Denk bijvoorbeeld aan het uit het hoofd leren van telefoonnummers.

Onder *conceptuele kennis* verstaan we kennis die is gebaseerd op begrip en inzicht. Deze kennis kan eerst geautomatiseerd zijn en daarna gememoriseerd.

De tafels zijn geleerd op basis van inzicht en in onderlinge samenhang door herhaald optellen, verdubbelen en halveren, tweelingsommen. De tafels zijn hierbij eerst geautomatiseerd en daarna als conceptuele kennis gememoriseerd.

Het vermenigvuldigen van grotere getallen bijvoorbeeld, is gebaseerd op associatieve netwerken van conceptuele kennis. Een voorbeeld: de leerling weet dat $4 \times 25 = 2 \times 50 = 100$. De leerling weet ook de samenhang tussen vermenigvuldigen en delen. Hij weet dat $4 \times 25 = 100$ en $100 : 4 = 25$.

Ook het geautomatiseerd splitsen van getallen hoort hier bij. Weten dat 10 is $1+9$, $4+6$, $3+7$, $5+5$. Optelsommen mogen worden omgedraaid: $9+1$, $8+2$, $7+3$, $6+4$, $5+5$. Wat gebeurt er bij $5+5$? Aftreksommen mogen niet worden omgedraaid.

Maar ook weten dat $8+7 = 15$ en $28+7 = 35$ en dat een kwart liter is 25 centiliter = 250 ml = $2,5$ dl; 25% is een kwart.

Semantische kennis is gebaseerd op begrip en inzicht maar niet op automatiseren, voorbeelden zijn kennis van het kalendersysteem en het systeem van uren, minuten en seconden. Ook weten wat breuken, decimale getallen en procenten zijn en dat $\frac{1}{2} = 0,5 = 50\%$, zijn voorbeelden van semantische kennis. Weten wat een kilometer betekent en dat meter, liter en gram de standaardmaten zijn voor lengte, inhoud en gewicht. Semantische kennis kan worden opgeroepen in situaties waarin een beroep wordt gedaan op die kennis.

Procedurele kennis

Procedurele kennis is geautomatiseerde kennis die opgebouwd is uit geautomatiseerde handelingen en procedures en die in het onbewuste geheugen opgeslagen is. We kunnen die kennis direct uit het geheugen oproepen en gebruiken zonder erbij na te denken (geautomatiseerde kennis). *Automatiseren* is het proces van het zich eigen maken van kennis en vaardigheden door begrijpen, oefenen en toepassen, bijvoorbeeld het leren van algoritmes. Deze kennis gebruiken we om rekenwiskundige vraagstukken op te lossen. Om vlot te kunnen rekenen moeten rekenaars snel kunnen beschikken over zowel declaratieve als procedurele kennis.

Een som als 8×12 kunnen we uit ons hoofd weten: **96**
(direct oproepbaar - gememoriseerd: declaratieve kennis)

Maar we kunnen het ook snel uitrekenen, gebruik makend van gememoriseerde kennis: 8×10 en $8 \times 2 = 80 + 16 = 96$ (procedurele kennis).

Ook het uitvoeren van standaardalgoritmes (cijferend optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen) en het werken met formules (oppervlakte = lengte \times breedte) is procedurele kennis.

De rol van IT

Het hedendaagse onderwijs kan niet zonder IT. Informatietechnologie biedt interessante mogelijkheden voor alle aspecten van oefenen die we hierboven hebben genoemd maar ook voor instructie. Interne netwerken en interactieve borden in lokalen zijn goede middelen voor het verzamelen en aanbieden van goede oefenstof. De leraar kan contexten, denkmodellen en voorbeelden van standaardalgoritmes voorbereiden en opslaan op zijn computer. Hij kan deze oproepen tijdens de les. Bovendien kan hij tekeningen en uitgewerkte procedures bewaren die op het bord worden geschreven en getekend om deze in een volgende les weer te kunnen oproepen. De leraar kan eigen oefenstof opslaan en een complete database van goede rekenelementen aanmaken. Dit kan uiteraard ook op schoolniveau gebeuren. Zo wordt een goed en volledig systeem van contexten, denkmodellen en voorbeelden van goede oefeningen verzameld. Een goed gestructureerde en gevulde database is de helft van een goede rekenles. Het ondersteunt goede instructie tijdens de lessen aan groepen leerlingen. De leraar blijft echter de cruciale schakel voor de afstemming van de leerstof op de onderwijsbehoeften van de leerlingen en voor de wijze waarop de leerstof wordt aangeboden. Ook bij hulp aan kleine groepjes leerlingen en aan individuele leerlingen kan dit worden gebruikt.

Bij de huidige rekenwiskunde-methodes wordt steeds vaker een goede IT-ondersteuning geboden. Een kwaliteitskeurmerk voor IT-leermiddelen is er echter nog niet.

4.5.2 Knelpunten bij vlot leren rekenen

Bij oefenen, automatiseren en memoriseren gebruiken we het werkgeheugen en het langetermijngeheugen.

Problemen bij automatiseren kunnen ontstaan door overbelasting van het werkgeheugen, door afleidende informatie en door het wisselen van taken. Daardoor wordt nieuwe informatie onvoldoende verwerkt en vervolgens gebrekkig opgeslagen in het langetermijngeheugen. Dit leidt tot fragmentarische kennis. Er ontstaan geen associatieve, geordende netwerken van kennis. Dit belemmert de leerling bij het oproepen van relevante (voor)kennis uit het langetermijngeheugen wanneer hij opdrachten uitvoert en nieuw informatie verwerft en verwerkt.

Met name bij complexere taken raken rekenzwakke leerlingen de weg kwijt omdat het werkgeheugen sneller overbelast raakt. Leerlingen zijn onvoldoende in staat tijdens het werken relevante informatie uit het langetermijngeheugen op te roepen en deze te koppelen aan nieuwe informatie. Onderzoek op dit terrein is nog in volle gang (Van Lieshout, 2006; Goswami, 2007; Kroesbergen et al., 2009).

Leerlingen die de basisbewerkingen niet automatiseren, ervaren vanaf de onderbouw al problemen. Deze problemen blijven aanvankelijk vaak onopgemerkt omdat de te leren rekenstof nog gering is en de leerlingen pogingen doen het te onthouden. Neem bijvoorbeeld het splitsen van getallen tot 10 en tot 20. Leerlingen doen krampachtige pogingen om de splitsingen als losse feitenkennis te onthouden.

Het rijgen op de getallenlijn bij optellen en aftrekken is eveneens een grote opgave.

Hierop gebaseerde procedures, zoals springen over het tiental heen bij optellen en aftrekken, zijn hierdoor bij voorbaat onhaalbaar. Dit geldt ook voor het uit het hoofd leren van de tafelryn zonder onderliggend begrip en inzicht.

Dit alles kan leiden tot losse feitenkennis bij de basisbewerkingen optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen. De leerling automatiseert deze basisbewerkingen niet maar slaat deze op als losse feitenkennis. Dit leidt tot fragmentarische kennis en gebrekkige procedures waardoor een zwakke basis ontstaat. Dit wordt halverwege groep 3 al merkbaar.

Oorzaken hiervan kunnen liggen in een zwak auditief geheugen in combinatie met oefenstof die (verbaal) wordt aangeboden op formeel niveau. Het aanbieden van oefenstof zonder visuele ondersteuning van contexten of denkmodellen kan dit proces negatief versterken.

De leraar kan dan beter nagaan wat leerlingen die onvoldoende automatiseren, wèl onthouden. Zijn dat talige dingen of meer visuele dingen? Wat zijn de sterke kanten van de leerling? Als een leerling sterk visueel is aangelegd, is het raadzaam oefenstof met denkmodellen te ondersteunen en geen kale sommen aan te bieden.⁵ (S7)

Begrijpt een leerling concepten niet en hanteert hij gebrekkige procedures bij het uitvoeren van complexere berekeningen op papier, dan leidt dat tot gebrekkige oplossingsprocedures bij het handig rekenen en tot onvolledige standaardalgoritmes. Deze zijn daardoor foutgevoelig.

Ook formele berekeningen met breuken, decimale getallen en procenten die gebaseerd zijn op onbegrepen conceptuele kennis en gebrekkige procedures leiden tot fouten. (S8)

Het ontwikkelen van associatieve kennis leidt tot georganiseerd opslaan in het geheugen en is daardoor sneller oproepbaar. Niet goed georganiseerde kennis leidt tot niet goed memoriseren en is daardoor minder snel oproepbaar of wordt vergeten. Vergelijk de wijze waarop wij de gegevens op de computer organiseren door het opslaan in mappen op de harde schijf. (S9)

4.5.3 Preventie bij hoofdlijn 3

Om problemen bij oefenen, automatiseren en memoriseren te voorkomen is het van belang een goed oefenprogramma op te stellen dat past bij de leerling en zoveel mogelijk aansluit bij de methode. Hierbij zijn de volgende aandachtspunten nuttig.

- *Betekenisvol oefenen.* Houd altijd het doel voor ogen: weten wat je leert en waarvoor je het kunt gebruiken.
- *Actief en doelgericht oefenen.* Er is meer effect als de leerling begrijpt wat er beoogd wordt, zich bewust wordt van wat hij al kan en weet en wat hij nog moet leren.
- *Goede contexten en denkmodellen.* Gebruik deze ter ondersteuning van conceptontwikkeling en het oefenen van procedures.
- *Visuele ondersteuning.* Denkmodellen mogen ook bij hoofdrekenen worden gebruikt. Ze bieden gerichte ondersteuning.
- *Rekening houden met sterke en zwakke kanten van de leerlingen.* Gebruik sterke kanten van de leerling om optimaal te profiteren van oefeningen en stimuleer de ontwikkeling van zwakke kanten.
- *Associatief oefenen.* Zorg ervoor dat leerlingen associatieve getalnetwerken ontwikkelen. Zorg voor aansluiting met voorkennis. Maak gebruik van ankerpunten. Begin met een oefening van de vorige keer: *Weet je nog ...?* Oefen altijd enkele sommen van hetzelfde type achter elkaar, met context en/of denkmodel, bijvoorbeeld oefeningen op basis van eigenschappen.
- *Systematisch oefenen.* Dit is voor veel leerlingen een duidelijke steun. Elke dag een korte rekenactiviteit aan het begin van de les of op een ander moment. Kies één type opdracht. Zorg dat de

5 Ook hoogbegaafde leerlingen die alles direct begrijpen maar die niet komen tot oefenen, kunnen veel problemen ondervinden met het automatiseren van procedurele kennis en vaardigheden.

oefening aansluit bij de leerstof die de leerlingen kort daarvoor hebben gehad. Geef daarna instructie en ga vervolgens gericht oefenen met de methode. Zorg daarbij voor voldoende visuele ondersteuning.

- *Gevarieerd oefenen.* Breng afwisseling aan in oefenactiviteiten. Activiteiten kunnen ook op een speelse manier worden aangeboden.
- *Multi-channel oefenen.* Stimuleer zoveel mogelijk alle talenten van de leerlingen.
- *Regelmatig oefenen.* Maak zelf een structuur van welke leerstof elke dag in een korte activiteit extra aan de orde komt. Bijvoorbeeld:
 - maandag: getallen en getalstructuur (getallen uitspreken en opschrijven; even en oneven getallen; getalstructuur: eenheden, tientallen, getallen met een 0 erin, grote getallen);
 - dinsdag: tellen, optellen en aftrekken;
 - woensdag: vermenigvuldigen en delen;
 - donderdag: verhoudingen, breuken, procenten, decimale getallen (ook geld);
 - vrijdag: meten (kernbegrippen uit het metriek stelsel);
 - tussendoor: tijd en kalender, spelletjes.
- *Bewaar de oefeningen.* Interactieve borden kunnen oefeningen opslaan.

4.5.4 Interventie bij hoofdlijn 3

Rekenzwakke leerlingen hebben behoefte aan duidelijke structuur bij het oefenen. Het allerbelangrijkste is regelmaat. Voor rekenzwakke leerlingen is het prettig te weten wanneer zij welke opdrachten krijgen. Dan kunnen zij zich daarop instellen. Stel samen met de leerling een week-schema op dat vermeldt wanneer er wat wordt geoefend.

Rekenzwakke leerlingen hebben meer behoefte aan directe instructie. Dat betekent: voordoen - nadoen – samen doen – zelf doen. Dit geeft hen meer zelfvertrouwen.

Ook bij zelfstandig oefenen kan een korte instructie nodig zijn om de leerling te helpen relevantie voorkennis op te roepen. Bij zelfstandig oefenen moet de leerling (en de leraar) zeker weten dat hij de opdrachten echt zelfstandig kan uitvoeren, anders is de kans groot dat hij tijdens het uitvoeren van de opdracht afhaakt.

Als blijkt dat de leerling moeilijk uit zijn geheugen kan oproepen wat hij de vorige keer deed, herhaal dan zelf wat er gedaan is (eventueel met behulp van het interactieve bord). Doe één oefening van de voorgaande keer en bied daarna een opdracht aan die daarop voortbouwt.

De leraar laat de rekenzwakke leerlingen betekenisvol oefenen met de koppeling context, visueel voorstellen. Het is ook raadzaam dat hij de leerlingen erbij laat vertellen en hun handelingen laat verwoorden.

De leraar biedt leerlingen met auditieve problemen en leerlingen met leesproblemen zoveel mogelijk visuele ondersteuning aan in de vorm van goede contexten en denkmodellen.

Jonge kinderen

Bij jonge kinderen is vlot leren rekenen, dus gericht oefenen en automatiseren, nog niet aan de orde. Het accent ligt vooral op verkennen en speels oefenen.

Groep 3-5

Bij leerlingen in groep 3 en 4 ligt het accent vooral op ontwikkeling van goede concepten in combinatie met goed oefenen van de basisbewerkingen. Rekenzwakke leerlingen vallen op doordat zij blijven tellen en daardoor onvoldoende komen tot getalbegrip. In eerste instantie is het tellen op de

vingers geen probleem. Het past bij een goede ontwikkeling. Het wordt zorgelijk wanneer de leerling niet of nauwelijks komt tot het verlenen van betekenis aan het tellen, fouten blijft maken bij het synchroon tellen, steeds weer vooraan begint te tellen en niet verder telt vanaf een bepaald getal. Wees met name in het eerste halfjaar van groep 3 bedacht op leerlingen die blijven tellen en daarbij hun vingers gebruiken. Geef hen andere materialen om te tellen, zoals fiches en munten.

Munten helpen de leerling te leren structurerend te tellen. Met name munten van 1, 5 en 10 cent zijn hierbij belangrijk.

Begin het tellen altijd met de grootste munt. Laat de leerling zelf de munten op volgorde leggen van groot naar klein, van de meeste waarde naar de minste waarde. Hiermee kan het tellen tot 100 worden geoefend.

In een latere fase kunnen munten van 2 cent en munten van 20 en 50 cent worden toegevoegd. Hierbij kan de leraar ook eierdozen (met 10 eieren) gebruiken of doosjes met daarin 10 fiches. Elke doos kost 10 cent. Laat de leerling met de eierdozen (van 10 eieren) en de losse eieren synchroon tellen met munten van 10 cent en 1 cent. Laat de leerlingen afwisselend ook daarbij tekenen.

Verder tellen met munten stimuleert het rijgen met getallen, omdat dit ook is gebaseerd op verder tellen. Bij opdrachten als $7+5$ telt de leerling verder vanaf 7.

Getallen kunnen splitsen helpt bij het automatiseren van optellen en aftrekken, eerst tot 10, daarna tot 20. Gebruik bij het splitsen dubbelzijdig gekleurde fiches. Daardoor blijft het totaal in beeld en kan de leerling daarbinnen verschillende combinaties maken, bijvoorbeeld $6+4$ en $5+5$ bij het splitsen van het getal 10. Gebruik flitskaarten om het tempo te verhogen of de leerling uit het hoofd het aanvullende getal te laten benoemen.

Stimuleer het ontwikkelen van associatieve kennis en netwerken. Het automatiseren van begrepen procedures kan makkelijker associatief worden opgeslagen dan het automatiseren van onbegrepen procedures, bijvoorbeeld met een getallenspin.

Maak sommen.

The image shows two spiderweb diagrams used for math exercises. Each spiderweb has a central number and several empty boxes around it for students to write sums that equal the central number.

Spiderweb 1 (Left): The central number is 12. The boxes around it contain the following sums: 3×4 , $4 + 4 + 4$, and several empty boxes for other sums.

Spiderweb 2 (Right): The central number is 24. The boxes around it are empty for students to write sums that equal 24.

Afbeelding 4.25 Getallenspin

Koppel kennis aan relevante voorkennis: *Weet je nog ...?* Bied rekenzwakke leerlingen in de onderbouw overzichtelijke, kleine hoeveelheden oefenstof per dag.

Uitsluitend oefenen op het formele niveau heeft geen betekenis en daarom weinig zin. Het strest de rekenzwakke leerling en het maakt hem onzeker. Start altijd met een context en laat daarop aansluitend sommen maken.

Auditief/verbaal zwakke leerlingen hebben goede visuele ondersteuning nodig. In veel gevallen helpt ook het daadwerkelijk experimenteren en manipuleren met materialen, zoals eierdozen, fiches, munten en dobbelstenen.



Afbeelding 4.26 Visualiseren van opdrachten

Ga na hoe de leerling tot een antwoord komt. Wat doet de leerling? Laat hem hardop denken, tellen en rekenen. Elk leerling maakt een keuze uit wat hij al weet en wat volgens hem relevante kennis is. Bij rekenzwakke leerlingen is meestal sprake van fragmentarische kennis en gebrekkige procedures. Besteed veel aandacht aan oefenen en automatiseren van optellen en aftrekken tot 20.

In groep 4 gaat oefenen en automatiseren van optellen en aftrekken tot 20 verder. Daarnaast start de ontwikkeling van rekenen tot 100 en de tafels leren.

Voor de rekenzwakke leerlingen moet een goed plan worden opgesteld voor het stap voor stap oefenen en automatiseren van bijtellen (rijgen), optellen, terugtellen, aftrekken en splitsen.

In groep 4 starten de leerlingen met het leren van de tafels. Probeer met rekenzwakke leerlingen eerst de minimale tafeln kennis te ontwikkelen. Bouw daarna de tafeln kennis uit via verdubbelen en halveren ($2x$, $4x$, $8x$, $3x$, $6x$) en tweelingsommen tot optimale tafeln kennis (zie paragraaf 4.4.1, afbeeldingen 4.12 en 4.13). Het beheersen van de tafels is noodzakelijk voor het leren delen en om te kunnen vermenigvuldigen met grotere getallen.

In groep 5 ligt de nadruk op verder oefenen, automatiseren en memoriseren van de kennis en vaardigheden bij het rekenen tot 100. Beheersing van de tafels is daar onderdeel van. Rekenzwakke leerlingen hebben hierbij zorgvuldige begeleiding nodig. Voor sommige leerlingen zal dit verder oefenen, automatiseren en memoriseren van de tafels tijdens de hele basisschoolperiode een punt van aandacht blijven.

Aansluitend volgt het rekenen tot 1000 met bijbehorende activiteiten als handig hoofdrekenen met mooie getallen en rekenen op papier. Hierbij is vooral van belang dat leerlingen kunnen vertellen en laten zien wat ze doen (zie handelingsmodel in hoofdstuk 5). Voorkom dat leerlingen onbegrepen procedures uit het hoofd gaan leren. Dit kan leiden tot fragmentarische kennis en vaardigheden.

Groep 6-8

In de hogere leerjaren is het bij hoofdrekenen met grotere getallen en bij complexere berekeningen van belang het werkgeheugen zo min mogelijk te belasten. Hoofdrekenen kan verbaal/auditief, maar ook op papier. Opdrachten op papier waarbij leerlingen alleen de uitkomsten opschrijven, bestaan uit hoofdrekenen. Ook uitwerkingen van opdrachten op papier waarbij leerlingen tussennotaties maken zonder een berekening op papier en daarna het antwoord opschrijven, wordt gezien als hoofdrekenen. Tussennotaties dienen om het werkgeheugen te ontlasten. De volgende aandachtspunten kunnen hierbij ondersteunend werken.

- Geef de rekenzwakke leerlingen kladblaadjes waarop zij tussentijds getallen kunnen noteren, snel iets kunnen tekenen (schematiseren).
- Ondersteun het hoofdrekenen met denkmodellen op het bord.
- Voorkom stress bij klassikale beurten tijdens hoofdrekendictées.
- Flitskaarten en tempo-oefeningen (met stopwatch) kunnen de leerling frustreren en juist daardoor geeft hij foute antwoorden.
- Oefen niet uitsluitend met kale sommen bij het hoofdrekenen, maar bied altijd visuele ondersteuning van een onderliggend denkmodel. Gebruik bij voorkeur slechts enkele denkmodellen die op meerdere manieren in te zetten zijn (blokmodel en strookmodel bij procenten, decimale getallen metriek stelsel, geldrekenen).
- Zorg bij de rekenzwakke leerlingen voor een degelijke basis door juist in de onderbouw en in de middenbouw intensief en systematisch aan de basisvaardigheden te werken. In de bovenbouw is het noodzakelijk de basisvaardigheden goed te onderhouden.
- Zorg ervoor dat geboden oefenstof altijd gekoppeld wordt aan een netwerk van getallen en bewerkingen.
- Naarmate de leerling meer vertrouwd is met oplossingsprocedures zal hij kiezen voor procedures op hogere niveaus die sneller tot het juiste antwoord leiden.
- Degelijke kennis van de basisvaardigheden is de basis voor de meer complexere leerstof en oefeningen in de bovenbouw.
- Besteed bij het oefenen van complexere procedures zoals standaardalgoritmes, veel tijd aan inzichtelijk oefenen en geordend opslaan in associatieve netwerken.

4.5.5 Samenvatting

S7 - Onbegrepen procedures en losse feitenkennis in de basisvaardigheden leiden tot fragmentarische kennis en vaardigheden

Onbegrepen kennis en procedures worden niet of onvoldoende opgeslagen in het geheugen. Dit kan leiden tot losse feitenkennis binnen de basisvaardigheden optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen. Dit leidt tot fragmentarische kennis en vaardigheden waardoor een zwakke basis ontstaat (gatenkaas).

S8 - Problemen met het automatiseren van standaardalgoritmes en complexe procedures belemmeren het vlot leren rekenen

Fragmentarische kennis en vaardigheden bij de basisbewerkingen hebben als direct gevolg problemen met het automatiseren van complexere procedures, zoals de algoritmes en bij bewerkingen met verhoudingen, breuken, decimale getallen en procenten.

S9 - Problemen met het memoriseren leiden tot het niet goed georganiseerd opslaan van informatie

Het ontwikkelen van associatieve kennis leidt tot georganiseerd opslaan in het geheugen en is daardoor sneller oproepbaar. Niet goed opgeslagen informatie leidt tot niet goed automatiseren en

memoriseren en is daardoor minder snel oproepbaar of wordt vergeten. (Analogie met archiveren op de harde schijf: opslaan in mappen.)

4.6 Hoofdlijn 4: flexibel toepassen

4.6.1 Ontwikkeling van het flexibel toepassen

Het doel van leren rekenen is dat leerlingen de verworven rekenwiskundige kennis en vaardigheden in functionele situaties van het dagelijkse leven kunnen gebruiken. Hiervoor is het nodig dat leerlingen hun kennis en vaardigheden gedurende de schoolperiode vanaf het begin flexibel leren toepassen en gebruiken.

Buiten schooltijd is rekenen altijd ingebed in functionele situaties. Mensen gebruiken hun rekenwiskundige kennis en vaardigheden als gereedschap bij het uitvoeren van hun activiteiten. Taal en rekenen gaan hierbij hand in hand.

De focus in het rekenwiskunde-onderwijs ligt echter hoofdzakelijk op vlot leren rekenen als vaardigheid op zich en veel minder op de gebruikswaarde ervan. Contexten zijn bedoeld om de brug te slaan naar de wereld buiten school. Als de leraar geen expliciete aandacht aan contexten schenkt, blijven deze toch onderdeel van rekenen uit een boek. Veelal wordt verondersteld dat leerlingen vanzelf deze link gaan leggen en zelf de brug kunnen maken. Dat is echter niet vanzelfsprekend.

Dit betekent dat de gebruikswaarde van rekenen expliciet in de doelen van het rekenwiskunde-onderwijs moet worden opgenomen. De commissie Meijerink noemt dit ook nadrukkelijk in het hoofdrapport *Over de drempels met taal en rekenen* (Expertgroep Doorlopende Leerlijnen Taal en Rekenen, 2008).

Het uiteindelijke doel van het rekenwiskunde-onderwijs is functionele gecijferdheid.

Iemand die gecijferd is kan adequaat handelen in rekenwiskundige situaties in het persoonlijk en maatschappelijk leven en in het beroep. Hij is tevens in staat om zijn kennis en vaardigheden flexibel te kunnen aanpassen aan nieuwe ontwikkelingen in een continu veranderende maatschappij (Van Groenestijn, 2002, 2010).

Om dit te kunnen beschikt een volwassene over:

- 1 Functionele rekenwiskundige kennis en vaardigheden.
- 2 Competenties voor het managen van rekenwiskundige situaties.
- 3 Competenties voor het zelfstandig verwerven van nieuwe informatie.

Ad 1. *Functionele rekenwiskundige kennis en vaardigheden.*

Bij functionele rekenwiskundige kennis en vaardigheden worden de volgende domeinen onderscheiden:

- getallen en bewerkingen;
- verhoudingen, breuken, decimale getallen en procenten;
- meten en meetkunde, waaronder het metriek stelsel, geld en tijd;
- verbanden, waaronder data, kans en groei/informatieverwerking.

Hierbij wordt verondersteld dat iedere volwassene beschikt over:

- Een set van elementaire rekenwiskundige kennis en vaardigheden als basis om verder te kunnen leren.
- Specifieke rekenwiskundige kennis en vaardigheden, afhankelijk van de individuele persoon, beroep en maatschappelijke positie.

Ad 2. *Competenties voor het managen van rekenwiskundige situaties.*

Voor het kunnen managen van situaties waarin rekenwiskundige activiteiten worden verlangd, mag van een volwassene worden verwacht dat hij:

- Een algemeen rekenwiskundige houding heeft ontwikkeld met een goed 'gevoel voor getallen'. Dat betekent onder andere dat hij betekenis kan geven aan getallen in hun context, kan beredeneren of getallen kloppen, maten en afstanden kan schatten.
- Situaties kan identificeren waarin een rekenwiskundig probleem of activiteit ingebed is.
- Deze situaties kan analyseren en kan bepalen welke rekenwiskundige informatie aanwezig is en welke activiteiten nodig zijn om een probleem op te lossen of op een andere wijze adequaat kan handelen.
- Kan communiceren over rekenwiskundige informatie en vraagstukken.
- Effectieve beslissingen kan nemen op basis van berekeningen.
- Een onderzoekende houding heeft ontwikkeld voor de betekenis van getallen in nieuwe situaties.
- Een reflectieve houding heeft ontwikkeld om het eigen handelen te kunnen beoordelen op juistheid en effectiviteit.
- Constructief kan samenwerken.

Ad 3. *Competenties voor het zelfstandig verwerven van nieuwe informatie.*

De snelle ontwikkelingen in onze huidige kennismaatschappij doen een groot beroep op de flexibiliteit en het aanpassingsvermogen van elk individu. Dit betekent voortdurende bij- en nascholing, zowel formeel als informeel, ofwel *lifelong learning*. Scholing vraagt om een positieve en open attitude ten aanzien van ontwikkelingen en inzicht in eigen leervermogen en leervaardigheden. Het betekent ook kunnen samenwerken en leren van en aan elkaar in werksituaties.

In het onderwijs wordt veel aandacht besteed aan de eerste component en niet of minder aan de tweede en derde component. Waarschijnlijk wordt verondersteld dat leerlingen die laatste twee als vanzelf ontwikkelen in de *course of life*, terwijl deze juiste essentie vormen van de transfer van schoolse kennis en vaardigheden naar toepasbare bruikbare kennis en vaardigheden.

Het is een taak van het onderwijs om situaties te creëren waarin de hier genoemde componenten alle drie bewust worden ingebed. Dit is de basis voor het ontwikkelen van gecijferd gedrag en van een goede attitude voor lifelong learning. Tevens kan dit bijdragen aan verdere ontwikkeling van de samenleving.

Alleen door de hierboven genoemde drie componenten gezamenlijk in te bedden in het onderwijs kan een houding voor lifelong learning groeien. Het leren is na het verlaten van school of beroeps-onderwijs niet afgerond.

Bron: Van Groenestijn (2010, pp. 16-18)

Bij het flexibel toepassen onderscheiden we twee componenten:

- het adequaat kunnen gebruiken van verschillende oplossingsprocedures om rekenvraagstukken op te lossen, afgestemd op de situatie (zie paragraaf 4.4 en 4.5);
- ontwikkelen van strategisch denken en handelen om keuzes te kunnen maken en beslissingen te nemen bij het oplossen van rekenvraagstukken.

Oplossingsprocedures zijn de ingrediënten van strategisch denken en handelen om rekenwiskundige problemen in het dagelijkse leven en in beroepssituaties te kunnen oplossen. Om oplossingsprocedures op een efficiënte manier te kunnen gebruiken beschikt de persoon over meerdere mogelijkheden en is hij in staat goede keuzes te maken in situaties waarin iets moet worden uitgerekend. Hij weet wat hij kan en welke efficiënte oplossingsprocedures in aanmerking komen voor het oplossen van een rekenprobleem. Hij kan snel kiezen en de berekening juist uitvoeren. Daarbij controleert hij zijn berekeningen.

De keuzes die een persoon maakt zijn afhankelijk van zijn rekenwiskundige ontwikkeling en van zijn inzicht in het probleem (betekenis verlenen). Dit doet een beroep op zijn zelfkennis en zijn zelfvertrouwen. Elke persoon stuurt zijn eigen strategisch denken en handelen aan. In het onderwijs wordt hier in het algemeen weinig aandacht aan besteed.

Waarschijnlijk wordt aangenomen dat leerlingen deze zelfsturing vanuit zichzelf ontwikkelen. Juist bij rekenzwakke leerlingen is gerichte aandacht hiervoor wenselijk.

Flexibiliseren van verworven kennis en vaardigheden

Op school worden onderwerpen systematisch geleerd en geoefend aan de hand van leerstofdomeinen. Buiten school loopt alles door elkaar. Daar bestaan geen kale sommen en getallenlijnen. Er wordt gemeten of er wordt iets uitgerekend. Bijvoorbeeld bij het inrichten van een slaapkamer wordt bepaald waar het bed kan staan en waar de kast en soms ook nog een bureau. Hoe hoog kan de kast zijn? Hoe breed, hoe diep? Kiezen we voor een scharnierdeur of een schuifdeur? Gaan we eerst nog behangen? Wat hebben we daarvoor nodig? En hoeveel?

Essentiële punten voor het flexibel toepassen zijn:

- in functionele situaties kunnen bepalen of en welke rekenactiviteiten nodig zijn om adequaat te handelen;
- communiceren over rekenwiskundige onderwerpen;
- beslissingen nemen aan de hand van de resultaten (hoeveel rollen behang hebben we nodig?);
- constructief samenwerken.

Processen die hierbij een rol spelen zijn onder andere:

- Het probleem begrijpen. Informatie verwerken en betekenis geven aan een context. Wat wordt er gevraagd? Wat is het probleem?
- Informatie vertalen van een context naar een rekenwiskundige bewerking (horizontaal mathematiseren).
- Relevante kennis en vaardigheden oproepen uit het geheugen om te bepalen hoe het probleem het beste kan worden opgelost.
- Effectieve rekenwiskundige oplossingsprocedures kiezen; beslissen welke oplossingsprocedure in aanmerking komt (verticaal mathematiseren).
- Het probleem oplossen.
- Aan de hand van de context controleren of de oplossing past bij de context.

In dit protocol gebruiken wij het drieslagmodel om deze processen te analyseren en observeren. (Zie verder paragraaf 5.2)

In de schoolsituatie worden contexten gebruikt die een ‘voorstelbare’ werkelijkheid representeren. Deze zijn bedoeld voor conceptontwikkeling en voor betekenisvol leren. Zij openen tevens de weg voor het probleemoplossend leren. Contexten, met name de meer complexere contexten in de bovenbouw, bieden uitstekende mogelijkheden om voorstelbare werkelijkheidssituaties te creëren. De leerlingen leren probleemoplossend denken en handelen en hun kennis en vaardigheden flexibel gebruiken.

In de onderbouw kan al worden gestart met het flexibel toepassen van het geleerde als de leerlingen gewend zijn aan de eerste beginselen van het werken met contexten. Bij nieuwe onderwerpen wordt altijd gestart vanuit een context, bijvoorbeeld bij het splitsen. Nadat de leerlingen vertrouwd zijn met de basiscontext van het splitsen kan tijdens het oefenen al worden begonnen met flexibiliseren. Voor het flexibiliseren veranderen we afwisselend de getallen en de context. Ook hier kan het interactieve schoolbord goede diensten doen. De leerlingen kunnen hierbij ook zelf een context voor het splitsen bedenken. Als zij kunnen laten zien en kunnen vertellen wat zij doen, begrijpen zij ook wat ze doen.

Ook bij het voorbeeld van tellen met tientallen en eenheden (zie paragraaf 4.4.1, afbeelding 4.9) kan de context wisselen, bijvoorbeeld afwisselend tellen met eierdozen van 10 en losse eieren, met dozen met daarin 10 fiches en losse fiches en met munten van 10 en 1 cent.

Als de leraar de leerlingen met wisselende contexten laat werken, en deze voortdurend koppelt aan de vorige activiteit, ontwikkelen de leerlingen flexibele kennis. Leerlingen kunnen actief worden betrokken bij het flexibiliseren. Zij kunnen andere getallen bedenken bij contexten, of andere contexten bij de getallen.

Belangrijk bij al deze activiteiten is dat de leerlingen hun eigen oplossingsprocedures toelichten. De leerlingen krijgen dan ook zicht op oplossingsprocedures van andere leerlingen. Het leren van en aan elkaar wordt hiermee gestimuleerd. Dit kan in alle leerjaren worden toegepast.

Met name in de bovenbouw van het basisonderwijs kan de ontwikkeling van het strategisch denken en handelen worden gestimuleerd. Aandachtspunten hierbij zijn:

- ontwikkelen van een goede probleemaanpak; logisch denken en redeneren (oorzaak-gevolg; doel-middel);
- rekenwiskundig communiceren;
- constructief samenwerken.

Complexe opdrachten en contexten zijn hiervoor uitstekend geschikt. Hierbij gaan de leerlingen in tweetallen of in kleine groepjes samen aan het werk. In onderling overleg bespreken ze het probleem en bedenken hoe ze het kunnen oplossen. Dit bevordert het rekenwiskundig communiceren. Ook leren zij samen beslissingen nemen. Daarna voeren ze hun berekeningen uit en bespreken achteraf of de oplossing past binnen de context en of ze een juiste keuze hebben gemaakt. Ze bespreken hun stappen aan de hand van het drieslagmodel (zie paragraaf 5.2). Na afloop presenteren zij hun bevindingen aan de andere leerlingen van hun groep. Als andere groepjes aan hetzelfde onderwerp hebben gewerkt, kunnen zij hun ervaringen uitwisselen. Hierbij gaat het niet alleen om het vergelijken van de juiste oplossingen, maar ook om het verduidelijken van de gevolgde procedure.

Bij de beoordeling van deze manier van werken verdienen de leerlingen in feite twee beloningen: één voor de juiste oplossing en één voor de samenwerking. In ruimere zin kunnen deze activiteiten ook worden uitgevoerd tijdens projectweken. Zo leren zij via een informele weg rekenwiskundige situaties hanteren en *managen*. De componenten hiervan staan bij de managementvaardigheden beschreven (zie pp. 124-125). De maatschappij doet voortdurend een beroep op het vermogen tot constructief samenwerken. Op school kan hiervoor een goede basis worden gelegd.

Het flexibel toepassen van de eigen rekenwiskundige kennis en vaardigheden bij contexten in schoolsituaties, maar juist ook in werkelijkheidssituaties, leidt uiteindelijk tot functionele gecijferdheid.

Ontwikkeling van het strategisch denken en handelen

Rekenen op school is de basis voor het functioneren in de maatschappij. Daarvoor moet de leerling in staat zijn dat wat hij op school heeft geleerd flexibel toe te passen in functionele situaties. Rekenen wordt dan gebruikt als gereedschap om rekenwiskundige problemen te oplossen. Op school kan dit worden geleerd in doe-activiteiten en aan de hand van (complexere) contexten. Het is de voorbereiding op functionele gecijferdheid.

In het onderwijs wordt vaak lineair gedacht. Leerlingen van de basisschool gaan door naar het voortgezet onderwijs en worden daarop voorbereid. In het voortgezet onderwijs worden zij voorbereid op doorstroming naar het middelbaar beroepsonderwijs en/of het hoger onderwijs en daar worden zij voorbereid op het functioneren in de maatschappij. Zo ontstaan twee werelden: de schoolwereld en de buitenschoolse wereld.

Deelname aan de maatschappij vraagt om functionele kennis en vaardigheden.

In alle fasen van het onderwijs maken leerlingen deel uit van de maatschappij. De wereld begint klein bij de kleuters en wordt steeds groter naarmate de leerlingen ouder worden en verder komen in het onderwijs. Datgene wat de leerlingen op school leren moet vanaf groep 1 daarom directe gebruikswaarde hebben voor het functioneren in de wereld buiten school. Het is de taak van de school om in alle leeftijds- en onderwijsfasen voortdurend de koppeling met de werkelijke wereld te maken en zo de leerlingen te laten ervaren dat het leren op school betekenis heeft voor het functioneren in de maatschappij.

Het fundament voor functionele gecijferdheid wordt gelegd in het basisonderwijs. Daar wordt elke dag gerekend. Dit is de ideale plaats om betekenis te geven aan het rekenen als gereedschap om te kunnen functioneren in de maatschappij. Naarmate de leerlingen vorderen in het onderwijssysteem krijgt het rekenen zelf steeds minder expliciete aandacht. Men gaat er van uit dat zij het rekenen flexibel kunnen toepassen in andere vakken en in beroepsgerichte opleidingen. Om dit te oefenen is probleemoplossend leren en werken noodzakelijk. Alle opdrachten waarbij rekenwiskundige kennis en vaardigheden geïntegreerd worden toegepast zijn zinvol. Bij deze opdrachten gaat het met name om het ontwikkelen van competenties om in rekenwiskundige situaties adequaat te kunnen handelen. Dit betekent onder meer het volgende.

- In een functionele situatie rekenwiskundige elementen identificeren en er betekenis aan geven.
- Bepalen welke rekenwiskundige handelingen nodig zijn om een probleem op te lossen. Het oplossen hoeft niet altijd te bestaan uit iets uitrekenen. Het kan ook bestaan uit informatie opnemen en vervolgens een actie uitvoeren. Bijvoorbeeld: op een reistijdentabel van de spoorwegen uitzoeken hoe laat een trein vertrekt en vanaf welk perron.
- Communiceren over rekenwiskundige vraagstukken.
- Effectieve beslissingen nemen op basis van berekeningen, bijvoorbeeld bij de aankoop van meubilair.
- Een onderzoekende houding ontwikkelen voor het zelfstandig verwerven van nieuwe informatie.
- Reflecteren op het eigen handelen.
- Constructief samenwerken.

Een gecijferd persoon kan strategisch denken en handelen. Hij kan bepalen welke oplossingsprocedure in een bepaalde situatie het meest effectief is. Hij kiest bij voorkeur zijn eigen meest efficiënte manier om een probleem aan te pakken en op te lossen. Hij kan zijn kennis en vaardigheden flexibel toepassen.

4.6.2 Knelpunten bij het leren van flexibel toepassen

Op school wordt veel aandacht besteed aan de ontwikkeling van cognitieve kennis en vaardigheden en veel minder, eigenlijk niet of nauwelijks, aan de ontwikkeling van strategisch denken en handelen. Men gaat er min of meer vanuit dat dit zich als vanzelf ontwikkelt, afhankelijk van de cognitieve ontwikkeling.

Maar het kan ook andersom zijn: de cognitieve ontwikkeling wordt bevorderd of juist belemmerd door het strategisch denken en handelen. Leerlingen die over minder zelfsturing beschikken zijn minder in staat hun cognitieve handelingen aan te sturen. Zij nemen nieuwe informatie gebrekkig op en ontwikkelen daardoor fragmentarische kennis of vergeten wat ze hebben geleerd. Het auto-

matiseren en memoriseren lukt maar ten dele of helemaal niet. Zij komen daardoor niet tot flexibiliseren of probleemoplossend, ofwel strategisch, denken en handelen. (Sto)

In elke fase van het leren rekenen wordt een beroep gedaan op het gebruiken/toepassen van verworven kennis en vaardigheden. Over het algemeen wordt in het onderwijs te weinig tijd besteed aan de ontwikkeling van een probleemoplossende aanpak. Met name rekenzwakke leerlingen komen nauwelijks toe aan het toepassen van verworven kennis en vaardigheden. Leraren verwachten vaak dat rekenzwakke leerlingen dit niet kunnen en stap voor stap hulp nodig hebben om problemen op te lossen. Zij krijgen minder kansen geboden om hun kennis en vaardigheden in werkelijkheidssituaties te gebruiken. Juist om hen te 'beschermen' krijgen zij minder vaak moeilijke contexten. Deze kunnen echter juist ook motiverend en uitdagend zijn voor rekenzwakke leerlingen.

Daardoor krijgen deze leerlingen onvoldoende ervaring in het probleemoplossend denken en handelen. Zij leren onvoldoende om hun probleemoplossende aanpak te noteren, te verwoorden en te visualiseren en uit te leggen aan andere leerlingen. Juist door hun eigen probleem aanpak te bespreken en te vergelijken met die van medeleerlingen, krijgen zij meer inzicht in hun eigen denken en handelen. Voorwaarde is wel dat leerlingen werken met motiverende opdrachten waarbij haalbare succeservaringen voor de rekenzwakke leerling zijn ingebouwd. Het aanbieden van steeds rijkere (en complexere) contexten helpt om het probleemoplossend denken en handelen te ontwikkelen. Preventie en interventie zijn hierop gericht.

4.6.3 Preventie bij hoofdlijn 4

In het algemeen geldt dat in het onderwijs erg veel aandacht wordt geschonken aan de ontwikkeling van technische rekenvaardigheid. Er wordt geen of nauwelijks aandacht besteed aan het flexibel toepassen en aan de ontwikkeling van het strategisch denken en handelen.

Het flexibel toepassen is de afronding van elke leerstoffase, maar er kan al mee worden gestart tijdens het vlot leren rekenen (hoofdlijn 3). De leerlingen leren het geleerde toepassen in verschillende contexten. Daarna wordt het geleerde gereedschap voor de daaropvolgende activiteiten. Ook het gereedschap moet regelmatig worden onderhouden. Dat betekent: blijven oefenen. De verworven kennis en vaardigheden moeten regelmatig terugkomen om werkelijk ingebed te worden in het handelingsrepertoire van de leerling.

Om als gecijferde volwassene door het leven te gaan is het noodzakelijk dat leerlingen probleemoplossend leren werken. Taal en rekenen zijn hiervoor de basisingrediënten. Leerlingen kunnen van jongs af aan meer worden uitgedaagd om strategisch denken en handelen te ontwikkelen. Juist binnen het rekenwiskunde-onderwijs kan hier expliciet aandacht aan worden besteed. Ook spellen waarbij strategisch denken en handelen centraal staan zijn daarvoor geschikt (bijvoorbeeld dammen, schaken, vier-op-een-rij, reversi).

Strategisch denken en handelen kan op elke leeftijd worden afgestemd op de ontwikkeling van de leerling. Rijke contextproblemen, maar juist ook opdrachten die gerelateerd zijn aan het rekenen in buitenschoolse situaties, bieden hiervoor goede mogelijkheden. Tijdens projectweken kunnen rijke rekenactiviteiten worden ingebouwd.

Het drieslagmodel biedt goede aanknopingspunten om systematisch aan het probleemoplossend denken en handelen van leerlingen te werken (zie paragraaf 5.2).

4.6.4 Interventie bij hoofdlijn 4

Leerlingen ervaren stress en kunnen faalangst ontwikkelen als zij 'het steeds weer niet kunnen'. Dit geldt met name als zij voortdurend worden geconfronteerd met opdrachten waarbij het accent ligt op het technisch oefenen, oefenen en nog eens oefenen.

Juist verpakte opdrachten in contexten en in meer speelse situaties dagen leerlingen uit hun aandacht te richten op andere vaardigheden (bedenken hoe je een probleem kunt oplossen) en minder op de technische rekenaspecten. De rekenzwakke leerlingen kunnen op meer informele wijze op hun eigen manier rekenen. Daarbij kiezen ze vrijwel altijd voor hun eigen beste oplossingsmanieren. Zij kunnen daarbij terug grijpen naar oplossingsmanieren op een lager formeel niveau. Zij nemen bijvoorbeeld meer tussenstappen bij een vermenigvuldiging. Dat is niet erg. In ieder geval laten zij dan zien wat ze kunnen in een functionele situatie. Dit bevordert de motivatie en het zelfvertrouwen van de leerling. De beste bijdrage leveren opdrachten die binnen de mogelijkheden van de leerling passen zodat hij succeservaringen beleeft. Dit geldt voor zowel de onderbouw als middenbouw en bovenbouw.

4.6.5 Samenvatting

110 - Gebrekkige oplossingsprocedures en tekorten in het strategisch denken en handelen belemmeren het flexibel toepassen

Op school wordt veel aandacht besteed aan het ontwikkelen van cognitieve kennis en vaardigheden en veel minder, eigenlijk niet of nauwelijks, aan het ontwikkelen van strategisch denken en handelen. Zwakke rekenaars die gebrekkige oplossingsprocedures ontwikkelen profiteren niet of onvoldoende van hun oplossingsprocedures bij het uitwerken van complexere berekeningen. Dit belemmert tevens de ontwikkeling van het strategisch denken en handelen.

Maar het kan ook andersom zijn: de cognitieve ontwikkeling wordt bevorderd of juist belemmerd door het strategisch denken en handelen. Rekensterke leerlingen zijn in het algemeen sterker in het strategisch denken en handelen. Dit bevordert de cognitieve ontwikkeling. Rekenzwakke leerlingen die over minder zelfsturing beschikken zijn minder in staat hun cognitieve handelingen aan te sturen. Zij nemen nieuwe informatie gebrekkig op en ontwikkelen daardoor fragmentarische kennis en gebrekkige oplossingsprocedures of vergeten wat ze hebben geleerd. Automatiseren en memoriseren lukt maar ten dele of helemaal niet. Daardoor komen leerlingen niet tot flexibiliseren en tot probleemoplossend handelen. Het gevolg daarvan is dat zij niet of nauwelijks bruikbare rekenwiskundige kennis en vaardigheden ontwikkelen.

4.7 Doorgaande rekenwiskundige ontwikkeling en kindkenmerken

Alle leerlingen hebben goed onderwijs nodig op de vier hoofdlijnen. Voor rekenzwakke leerlingen is dit zeker noodzakelijk om te voorkomen dat hun ontwikkeling stagneert. Grote problemen beginnen bij kleine problemen. Deze vallen aanvankelijk niet op maar als kleine problemen lang aanhouden en niet verdwijnen, is waakzaamheid noodzakelijk. Dat begint al in groep 1 als leerlingen blijven tellen en niet tot begrip van hoeveelheid komen. Vier fiches is direct vier en niet een,

twee, drie, vier. Sommige leerlingen kunnen heel snel in hun hoofd tellen, maar tellen kost altijd meer tijd dan weten of begrijpen. Leerlingen die naar een hoeveelheid blijven kijken en pas na 1 of 2 seconden het antwoord geven, kunnen ook in hun hoofd aan het tellen zijn geweest.

Aan het eind van groep 2 kunnen de meeste leerlingen gestructureerde hoeveelheden tot 10 in één oogopslag benoemen. Twee dobbelstenen kunnen hierbij eenvoudig als testje dienen. Kan de leerling het aantal stippen op één dobbelsteen direct benoemen? Wat doet de leerling bij twee dobbelstenen? Telt hij verder vanaf de eerste dobbelsteen? Weet hij direct het antwoord? Dit kan al signalen geven van de ontwikkeling en mogelijke problemen bij de leerling.

Goed observeren is noodzakelijk. Het eerste advies luidt dan ook: wees alert vanaf het allereerste begin in groep 1, zelfs al in VVE. Wat valt op bij sommige kinderen in vergelijking met andere kinderen? Bij twijfel kan de leraar de *Utrechtse Getalbegrip Toets-Revised (UGT-R)* (Van Luit & Van de Rijt, 2009) afnemen.

Onvoldoende aandacht voor en gebrekkige kwaliteit van het onderwijs op de vier hoofdlijnen kan met name bij rekenzwakke leerlingen leiden tot (ernstige) stagnatie in het leren rekenen. Als het lukt op een natuurlijke manier afstemming op de onderwijsbehoeften van rekenzwakke leerlingen vorm te geven en het leerproces niet te forceren, kunnen grotere problemen worden voorkomen. De leerling blijft dan van zijn eigen kracht gebruikmaken en er is sprake van een doorgaande rekenwiskundige ontwikkeling, ook al gaat dit soms via allerlei omwegen en in een langzamer tempo. Zo ontstaan er geen (secundaire) emotionele problemen.

Behalve specifieke aandacht op bovengenoemde hoofdlijnen is er voor rekenzwakke leerlingen ook verdere afstemming nodig op specifieke onderwijsbehoeften. In de praktijk is het echter niet gemakkelijk een subtiele balans te vinden tussen actief stimuleren vanuit het onderwijs en ondersteunen van de eigen kracht van de leerling. Dit vereist veel vakmanschap.

Uit de literatuur en hedendaagse onderzoeken, met name binnen orthopedagogiek en neurowetenschappen, komt naar voren dat niet alleen specifieke onderwijsbehoeften van de leerling op het gebied van de rekenwiskundige ontwikkeling een rol spelen. Ook belemmerende kindfactoren van meer algemene aard zijn van invloed op de rekenwiskundige ontwikkeling. In deze studies gaat de aandacht vooral uit naar:

- de ontwikkeling van het brein;
- de rol van het werkgeheugen en executieve functies;
- de werking van het langetermijngeheugen.

In de komende jaren is nader onderzoek nodig om de grote lijn van goed onderwijs voor alle leerlingen verder te verfijnen en beter af te stemmen op de specifieke onderwijsbehoeften van rekenzwakke leerlingen. Hiervoor is het noodzakelijk dat benaderingen vanuit vakdidactiek, orthopedagogiek en neurowetenschappen elkaar aanvullen en versterken.

4.8 Overzicht van signalen bij het leren van rekenen-wiskunde

In de voorgaande paragrafen hebben we de aandachtspunten voor mogelijke knelpunten aangegeven met S: signaal. De signalen duiden op de aandachtsgebieden waarbinnen leraren rekenzwakke leerlingen in beeld krijgen. Aan de hand van voorbeelden lieten we zien waar en hoe reken-

zwakke leerlingen vast lopen. Potentiële rekenzwakke leerlingen geven vaak nog meer en andere signalen af, ook bij andere vakken dan bij rekenen-wiskunde. Rekenzwakke leerlingen kunnen weerstand en faalangst ontwikkelen tijdens de rekenlessen. Ook op andere manieren laten zij in hun gedrag zien dat hun (rekenwiskundige) ontwikkeling niet vlekkeloos verloopt.

In deze paragraaf staan de signalen geordend bij elkaar. De genoemde knelpunten komen veelvuldig voor in de rekenwiskundige ontwikkeling van leerlingen. Het kunnen 'normale' problemen zijn bij het leren van rekenen-wiskunde. Deze zijn doorgaans van tijdelijke aard. Dezelfde signalen zien we echter ook bij rekenzwakke leerlingen en kunnen een voorbode zijn van ernstige problemen. Bij aanhoudende problemen raden we dan ook aan snel en adequaat te handelen.

Het overzicht biedt aanknopingspunten voor signalering en aanpak van mogelijke rekenwiskunde-problemen. Tijdig signaleren is de eerste stap om te kunnen ingrijpen en daardoor erger te voorkomen.

Hoofddlijn 1: begripsvorming

S1 - Problemen met het verlenen van betekenis

Rekenzwakke leerlingen hebben moeite met het verlenen van betekenis aan getallen en bewerkingen.

S2 - Gebrekkige conceptvorming

Rekenzwakke leerlingen ondervinden vaker problemen bij de ontwikkeling van rekenwiskundige concepten. Ze vinden het moeilijk het concrete, informele handelen te koppelen aan formele bewerkingen. Daardoor kunnen gebrekkige concepten ontstaan.

Hoofddlijn 2: ontwikkelen van oplossingsprocedures

S3 - Problemen met het verwerven van de basisbewerkingen

Sommige leerlingen blijven hardnekkig tellen en komen niet tot echt rekenen. Daardoor ontstaat een gebrekkige basis voor het leren optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen.

S4 - Problemen met het leren van de tafels

Als de leerling de basisbewerkingen onvoldoende beheerst, wordt het leren van de tafels een onmogelijke opgave. Rekenzwakke leerlingen kunnen hier al in hun ontwikkeling stagneren.

S5 - Problemen met het uitvoeren van complexere bewerkingen

Het verwerven van meer complexe rekenwiskundige concepten verloopt moeizaam. Rekenzwakke leerlingen komen niet of moeizaam tot begripsvorming en ontwikkeling van complexere oplossingsprocedures op het gebied van breuken, procenten, verhoudingen, decimale getallen en meten.

S6 - Problemen met het verwerven van algoritmes

Rekenzwakke leerlingen hebben vaak moeite met het verwerven van de complexe procedures van algoritmes.

Hoofddlijn 3: vlot leren rekenen

S7 - Onbegrepen procedures en losse feitenkennis in de basisvaardigheden leiden tot fragmentarische kennis en vaardigheden

Onbegrepen kennis en procedures worden niet of onvoldoende opgeslagen in het geheugen. Dit kan leiden tot losse feitenkennis binnen de basisvaardigheden optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen. Dit leidt tot fragmentarische kennis en vaardigheden waardoor een zwakke basis ontstaat (gatenkaas).

S8 - Problemen met standaardalgoritmes en complexe procedures automatiseren belemmeren het vlot leren rekenen

Fragmentarische kennis en vaardigheden bij de basisbewerkingen heeft als direct gevolg problemen met het automatiseren van complexere procedures, zoals de algoritmes en bij bewerkingen met verhoudingen, breuken, decimale getallen en procenten.

S9 - Problemen met het memoriseren leiden tot het niet goed georganiseerd opslaan van informatie

Het ontwikkelen van associatieve kennis leidt tot georganiseerd opslaan in het geheugen en is daardoor sneller oproepbaar (weten). Niet goed opgeslagen informatie leidt tot niet goed automatiseren en memoriseren en is daardoor minder snel oproepbaar of wordt vergeten. (Analogie met archiveren op de harde schijf: opslaan in mappen.)

Hoofdlijn 4: flexibel toepassen

S10 - Gebrekkige oplossingsprocedures en tekorten in het strategisch denken en handelen belemmeren het flexibel toepassen

Zwakke rekenaars die gebrekkige oplossingsprocedures ontwikkelen profiteren niet of onvoldoende van hun oplossingsprocedures bij het uitwerken van complexere berekeningen. Dit belemmert tevens de ontwikkeling van het strategisch denken en handelen.

Rekenzwakke leerlingen die over minder zelfsturing beschikken zijn ook minder in staat hun cognitieve handelingen aan te sturen. Zij nemen nieuwe informatie gebrekkig in zich op en ontwikkelen daardoor fragmentarische kennis en oplossingsprocedures of vergeten weer wat ze hebben geleerd.

5 Observeren en analyseren van leerprocessen

In hoofdstuk 4 hebben we de vier hoofdlijnen van de rekenwiskundige ontwikkeling besproken. Daarbij hebben we regelmatig verwezen naar paragrafen van hoofdstuk 5. In dit hoofdstuk bespreken wij twee modellen: *het handelingsmodel* en *het drieslagmodel*.

Deze twee modellen bieden aanknopingspunten om de rekenwiskundige ontwikkeling van leerlingen te volgen, observeren en analyseren.

Beide modellen bieden aanknopingspunten om te bepalen wanneer en hoe problemen in de ontwikkeling van leerlingen ontstaan. Door de ontwikkeling van leerlingen goed te volgen en tijdig in te grijpen als er zich problemen voordoen, kunnen leraren preventief te werk gaan. Op basis van hun analyses en interpretaties kunnen zij het rekenwiskunde-onderwijs afstemmen op de ontwikkeling en de onderwijsbehoeften van leerlingen.

De twee modellen worden in paragraaf 5.3 aan elkaar gekoppeld. Beide modellen worden in hoofdstuk 6 als basis gebruikt voor diagnosticerend onderwijzen.



5.1 Het handelingsmodel

5.1.1 De betekenis van het handelingsmodel voor rekenen-wiskunde

In de wetenschap bestaan diverse theorieën over hoe kinderen leren. Wij kiezen voor de handelingsstheorie als de theoretische onderbouwing van de rekenwiskundige ontwikkeling van leerlingen omdat het daarvan afgeleide handelingsmodel verhelderend werkt bij het in beeld brengen van deze ontwikkeling¹ (Van Groenestijn, 2002, 2009a, 2009b).

Een ander model dat veel wordt gebruikt is de ijsbergmetafoor (Boswinkel & Moerlands, 2003). Waar de ijsberg vooral een inhoudelijke gelaagdheid verbeeldt (het wat), legt het handelingsmodel meer de nadruk op de processen die plaatsvinden (het hoe). Ook het verwoorden en de rol van het mentaal handelen zijn in het handelingsmodel nadrukkelijk benoemd.

Het handelingsmodel is een schematische weergave van de rekenwiskundige ontwikkeling, zoals die geldt voor alle leerlingen. Aan de hand van dit model kan de leraar gericht observeren en signaleren hoe de rekenwiskundige ontwikkeling van de leerlingen verloopt. Daardoor biedt het model ook aanknopingspunten voor het afstemmen van het rekenwiskunde-onderwijs op de ontwikkeling van de leerlingen.

Het model geeft de opbouw van en de samenhang tussen de verschillende niveaus van handelen systematisch en in detail weer (zie afbeelding 5.8). Het model biedt drievoudige ondersteuning.

- Het biedt de leraar ondersteuning bij het observeren van leerlingen tijdens het rekenen, waardoor hij de overgangen van het ene naar een volgende niveau van handelen kan herkennen.
- Het biedt aanknopingspunten om het onderwijsaanbod nauwkeuriger af te stemmen op de onderwijsbehoeften van leerlingen bij het leren van rekenen-wiskunde.
- Het biedt aanknopingspunten voor de begeleiding van de leerlingen die meer ondersteuning nodig hebben bij hun rekenwiskundige ontwikkeling.

Kinderen leren van volwassenen en van elkaar op vier verschillende niveaus van handelen. Daarom spreken we van *handelingsniveaus*. Op het laagste, eerste niveau, leren kinderen op informele wijze door samen iets te doen of te beleven. Dit kan tijdens de rekenles, maar ook tijdens het spelen en tijdens het dagelijkse omgaan met andere leerlingen (informeel, concreet handelen in werkelijkheidssituaties).

Op het tweede niveau leren zij door met elkaar over een concrete situatie te praten en daarbij gebruik te maken van afbeeldingen van werkelijke objecten of situaties (concreet voorstellen, foto's, tekeningen).

Op het derde niveau leren zij op een meer abstract niveau te redeneren aan de hand van schematische voorstellingen van de werkelijkheid (denkmodellen, schematiseren).

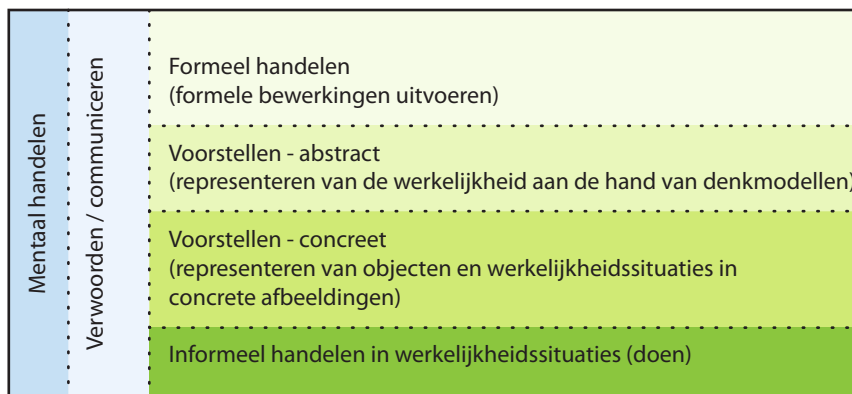
Ten slotte leren zij op het hoogste, vierde niveau redeneren op basis van tekst, getallen of een combinatie van beide (formeel handelen, berekeningen uitvoeren, symboliseren).

Dit proces is een wisselwerking tussen het mentaal handelen (denken) en het werkelijke handelen (doen, waarnemen). Het mentaal handelen stuurt het werkelijke handelen aan, maar het mentaal handelen wordt ook steeds verder ontwikkeld tijdens het doorlopen van deze vier niveaus. Op

¹ De rekenwiskundige ontwikkeling van leerlingen kan theoretisch worden onderbouwd en ondersteund met de handelingsstheorie (Van Oers, 1987; Van Groenestijn, 2002). Het handelingsmodel is afgeleid van de oorspronkelijke handelingsstheorie van Galperin (Van Parreren & Nelissen, 1977).

dezelfde wijze ontwikkelt het kind ook het logisch redeneren. In dit verband spreken we van logisch-mathematisch denken (Gardner, 1983).

Voorgaande wordt in afbeelding 5.1 weergegeven als het *handelingsmodel*.



Afbeelding 5.1 Het handelingsmodel

Jonge kinderen doorlopen de handelingsniveaus aanvankelijk van concreet handelen in informele situaties, via concreet voorstellen en schematiseren naar het maken van formele berekeningen (sommen). Een goede ontwikkeling op de twee laagste handelingsniveaus is voorwaarde voor het handelen en functioneren op de twee hoogste niveaus. Al vrij snel ontstaat er een iteratief proces waarbij leerlingen van het ene niveau kunnen teruggaan of vooruitspringen naar een ander niveau van handelen. Ook ontstaan er combinaties als een leerling bijvoorbeeld tijdens het uitvoeren van bewerkingen op het hoogste niveau gebruik maakt van denkmodellen, concrete voorstellingen of activiteiten op de onderliggende niveaus.

Naarmate leerlingen meer kennis en vaardigheid ontwikkelen en complexere bewerkingen kunnen uitvoeren, functioneren zij steeds meer op de hoogste twee niveaus. De koppeling met de lagere, concrete niveaus blijft echter belangrijk omdat het informele handelen op deze niveaus de schakel zijn met het functioneel gebruiken van rekenkennis en rekenvaardigheid in het dagelijkse leven.

5.1.2 Het handelingsmodel als model voor observatie

De leraar kan het handelingsmodel gebruiken om vast te stellen op welk niveau een leerling rekent. Om dat te kunnen heeft de leraar beelden nodig van het handelen van leerlingen op de verschillende niveaus. Dat lijkt eenvoudig, maar in werkelijkheid vraagt dat om de nodige voorkennis en oefening, en om een aanbod dat de leerlingen mogelijk maakt op die verschillende niveaus te handelen.

Op handelingsniveau 1 observeert de leraar hoe een leerling omgaat met getallen en rekenwiskundige begrippen in informele, speelse situaties. Kan de leerling vertellen wat hij doet? Hoe gebruikt hij de rekentaal?

Tijdens de rekenles is het de vraag of een leerling in staat is een gespeelde situatie te herkennen en te vertellen wat er gebeurt. Kan de leerling betekenis geven aan de getallen en aan de rekentaal die wordt gebruikt? Bijvoorbeeld bij het begrip delen en eerlijk delen. Hoeveel krijgt ieder kind als vier

kinderen 8 munten van 1 euro eerlijk delen? En wat gebeurt er als acht kinderen 4 munten van elk 1 euro willen delen? De handelingen kunnen worden uitgevoerd met echte munten. Kan de leerling vertellen wat er gebeurt? Begrijpt de leerling dat in de laatste situatie de munten van 1 euro eerst gewisseld moeten worden in bijvoorbeeld munten van 50 cent? Als het laatste niet lukt kan de leerling deze handelingen dan wel uitvoeren met appels?

Op handelingsniveau 2 is het de vraag of een leerling op een foto, in een filmpje of op een tekening de werkelijkheid herkent en kan benoemen. Kan de leerling laten zien aan de hand van een afbeelding van 8 munten van 1 euro hoe hij de munten verdeelt over vier kinderen? En kan hij ook tekenen hoe 4 euro kan worden verdeeld over acht kinderen? Wat gebeurt er? Kan de leerling dit verwoorden? Als het niet lukt met munten kan de leerling de verdeling dan wel laten zien met appels?

Op handelingsniveau 3 is het de vraag of een leerling in staat is die werkelijkheid te vertalen naar een model of schematische tekening of, omgekeerd, achter zo'n model de werkelijke situatie te herkennen? Ook speelt op dit niveau de vraag of de leerling – zonder vertaling naar niveau 2 of 1 – de kenmerken van het model kan gebruiken om tot een passende redering of een juiste oplossing te komen.

Kan de leerling schematisch weergeven wat er gebeurt als vier kinderen 8 munten van 1 euro verdelen? En omgekeerd: kan hij schematisch tekenen wat er gebeurt als acht kinderen 4 euro verdelen? Kan hij ook beredeneren wat er gebeurt als drie kinderen 6 euro verdelen?

Op handelingsniveau 4 ten slotte is het de vraag of de leerling – zonder modellen van de werkelijkheid of modellen voor het structureren van bewerkingen – in staat is de passende redering te gebruiken of de juiste procedure voor het berekenen te volgen.

Kan de leerling 8 delen door 4 verwoorden en schrijven als som? Kan hij ook een som bedenken bij 4 delen door 8? Hoe schrijf je dat?

Als de leerling dit kan, kan hij dezelfde berekening dan ook toepassen bij 6 delen door 3 en bij 3 delen door 6?

Als de leerling dit niet als som kan schrijven, kan hij de berekening dan wel verwoorden en met woorden schrijven? Bijvoorbeeld: *ieder krijgt een halve euro of 50 cent.*

Het materiaal dat voorhanden is, moet de leerling faciliteren op een passend niveau te handelen. Daarmee is een kritische succesfactor voor observatie genoemd. Niet alles wat een leerling laat zien, zegt iets over zijn vaardigheden. De leerling die ogenschijnlijk alles uit het hoofd doet en dus ogenschijnlijk handelingsniveau 4 bereikt heeft, kan op allerlei (niet of nauwelijks waarneembare) manieren toch op lagere niveaus bezig zijn. De omstandigheden, zoals het beschikbare materiaal en de acceptatie in de groep, moeten het een leerling mogelijk maken het bij hem passende niveau te laten zien.

Voor een verdere verdieping van dit onderwerp verwijzen we naar hoofdstuk 7, paragraaf 7.3, over het diagnostisch gesprek.

5.1.3 Het handelingsmodel als model voor afstemming van de didactiek

Op basis van de interpretaties van observaties zoals hiervoor beschreven kan de leraar met behulp van het handelingsmodel het onderwijs nauwkeurig afstemmen op het handelingsniveau van de leerling. De vier niveaus van handelen vormen elk een ingang om in te spelen op de onderwijsbe-

hoeften van de leerlingen. Dit is met name van toepassing bij de ontwikkeling van begripsvorming (hoofdlijn 1) en van rekenwiskundige procedures (hoofdlijn 2) zoals beschreven in hoofdstuk 4.

De leraar start op het niveau waarvan hij zeker weet dat de leerling het aankan, bijvoorbeeld op niveau 1. Om de leerling te stimuleren om op een hoger handelingsniveau te werken koppelt hij de uitwerking van de opdracht tegelijkertijd aan het daarop aansluitende hogere niveau. In het voorbeeld van de munten koppelt de leraar werken met de echte munten aan een opdracht op papier met afbeeldingen van dezelfde munten. Hij kan de leerling ook vragen om zelf een som te bedenken en bij de uitwerking te schrijven. De leraar bewaakt het proces van concreet handelen, het werken op voorstellingsniveau, verwoorden en het formuleren en schrijven van een berekening op papier.

Handelingsniveau 1: informeel handelen in werkelijkheidssituaties

Jonge kinderen leren het beste door te handelen in informele situaties. Op school kunnen bepaalde situaties doelbewust worden gecreëerd zodat leerlingen ervaring op kunnen doen, bijvoorbeeld als start voor een nieuw onderwerp.

Een voorbeeld is het busspel uit groep 3, waarbij in en uit een bus stappen als start van leren optellen en aftrekken wordt gespeeld. De kinderen beleven wat er gebeurt tijdens het in- en uitstappen bij een bushalte. Al spelend leren zij begrippen als erin, erbij, eruit en eraf gebruiken en onderscheiden. Zij leren tijdens het in- en uitstappen via de haltebordjes ook de tekens + en – gebruiken. Door de leerlingen te laten vertellen wat er gebeurt bij de bushalte, leren zij die begrippen hanteren en koppelen aan het plus- en minteken.

De symbolen krijgen hierdoor betekenis. Deze ervaringen en de verwoording daarvan vormen de basis voor de concepten optellen en aftrekken.

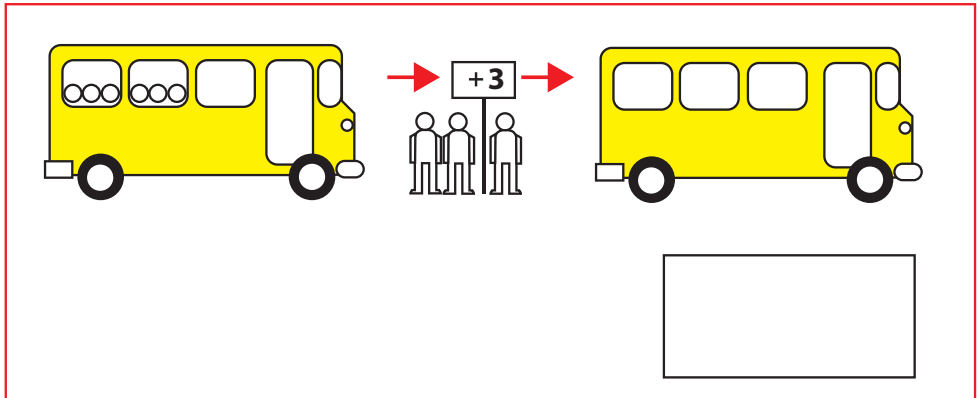


Afbeelding 5.2 *Handelingsniveau 1: informeel handelen in werkelijkheidssituaties*

Handelingsniveau 2: voorstellen – concreet

De werkelijkheidssituaties van niveau 1 komen op niveau 2 terug in de vorm van foto's of tekeningen. Leerlingen maken zich hierbij een voorstelling op papier (zelf tekenen) of vanaf papier (het leerlingenboek) van zo'n situatie. Ze leren een relatie te leggen tussen de afbeelding van een bus en de 'bus' die eerder door de klas reed. Ze ervaren dat het er op papier anders uitziet, maar dat het toch over hetzelfde verschijnsel gaat als bij niveau 1. De bus die na de halte is getekend is dezelfde bus als voor de halte, alleen zitten er meer of minder kinderen in en staan er minder of meer bij

de halte. Deze afbeelding is voor sommige leerlingen duidelijk, voor anderen niet of niet meteen. Dat is niet zo vreemd, doordat juist de handeling die centraal stond in het spel bij de afbeelding is weggelaten.



Afbeelding 5.3 Handelingsniveau 2: voorstellen – concreet

Handelingsniveau 3: voorstellen – abstract

Dezelfde situatie als bij niveau 1 en 2 wordt bij niveau 3 met abstracte symbolen weergegeven. Leerlingen kunnen situaties abstracter weergeven met behulp van bijvoorbeeld fiches of door rondjes of streepjes te tekenen in plaats van echte mensen in de bus. De bus zelf kan ook schematisch worden getekend. Dit schematiseren is de eerste stap op weg naar abstract/formeel denken en handelen. De leerling laat zien dat hij op een hoger, abstract niveau kan denken.

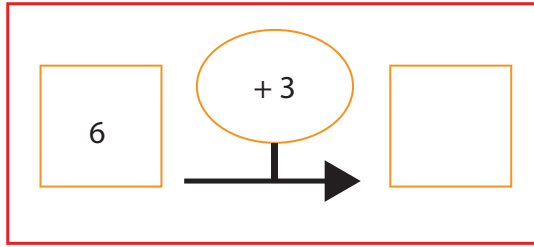
Ook in rekenwiskunde-methodes worden situaties zoals die van de bus, vanaf een bepaald moment meer schematisch weergegeven. Fiches of abstracte figuren geven het aantal personen in de bus weer.

Deze stap is niet meteen voor alle leerlingen duidelijk. Als de leerling de schematische weergave begrijpt, kan de leraar hier later naar verwijzen door een opmerking als *Hoe ging het ook weer met de bus?* De leerling kan de situatie met de werkelijke bus of de afbeelding ervan mentaal oproepen en gebruiken als model van de werkelijkheid. Op basis daarvan kan het worden gebruikt als een model om mee te rekenen. Het is een denkmodel geworden.

Op dit niveau worden eveneens rekenkundige bewerkingen geschematiseerd. Dit gebeurt bijvoorbeeld bij de introductie van ‘pijlentaal’ in de context van de bus. De feitelijke handelingen (niveau 1) of de herkenbare weergave (niveau 2) van erbij en eraf worden vertaald in een meer abstracte notatie (een pijl), die vervolgens wordt vervangen door de formele notaties + en –.

Voor veel leerlingen is deze pijlentaal erg abstract. Het is noodzakelijk de pijlentaal te verwoorden. De pijl geeft de rijrichting aan van de bus. Het bushaldebordje laat zien wat er gebeurt bij de bushalte. Daarna wordt in het lege hokje het resultaat genoteerd. Als de leerling dit niet begrijpt is het noodzakelijk terug te gaan naar de vorige handelingsniveaus en steeds aandacht te blijven schenken aan de relatie tussen dit schema en de bus in de klas, het plaatje in het boek en de fiches op tafel. De leraar helpt de leerling terug te schakelen naar het handelingsniveau dat de leerling wel beheerst en dat verband vervolgens onder woorden te brengen.

Op deze wijze ontwikkelen leerlingen denkmodellen die ondersteunend zijn voor de bewerkingen op het hoogste, vierde niveau.



Afbeelding 5.4 Handelingsniveau 3: voorstellen – abstract

Handelingsniveau 4: formele bewerkingen uitvoeren

Op niveau 4 worden berekeningen gemaakt met behulp van de gebruikelijke rekenwiskundige notaties. In het voorbeeld kan de leerling de kale som $6+3 = \dots$ oplossen. Aanvankelijk nog met, later zonder ondersteuning van denkmodellen.

The diagram shows a red rectangular box containing the mathematical expression $6 + 3 =$.

Afbeelding 5.5 Handelingsniveau 4: formele bewerkingen uitvoeren

Verwoorden/communiceren en mentaal handelen

Essentieel bij bovenstaande stadia is dat leerlingen hun schema's en denkmodellen kunnen toelichten. Kunnen zij vertellen wat zij zelf hebben getekend en waarom zo? Kunnen zij zo ook de afbeeldingen in het rekenboek toelichten, met andere woorden, begrijpen zij welke 'vertaling' de tekenaar voor hen heeft gemaakt?

Als de leerlingen de niveaus van het handelingsmodel doorlopen, ontwikkelen zij stapsgewijs rekenwiskundige concepten en procedures. Zij verlenen betekenis aan dagelijkse situaties die om rekenvaardigheid vragen en zij gebruiken de benodigde concepten en procedures.

De leraar is de cruciale schakel in het proces van leren rekenen. Hij is degene die met de leerlingen de relatie tussen de handelingsniveaus bespreekt en opdrachten laat uitvoeren op verschillende handelingsniveaus. Doordat de leraar voortdurend de leerlingen uitdaagt linken te leggen tussen de niveaus, ervaren de leerlingen dat sommen maken altijd gerelateerd is aan iets dat in de werkelijkheid kan voorkomen.

Het voorbeeld dat wij hier gebruiken betreft de basis van al het rekenen: leren optellen en aftrekken. Bij nieuwe leerstof, bijvoorbeeld vermenigvuldigen en delen, breuken en procenten, maar ook bij meten, is het noodzakelijk dat de leerling opnieuw alle niveaus doorloopt. Alleen op deze manier ontwikkelt de leerling goede concepten. Informeel handelen (niveau 1) blijft een onmisbare stap bij rekenen-wiskunde leren, omdat de leerling op dit concrete niveau de relatie van rekenen met de werkelijkheid van alledag ziet. Ervaren, begrijpen en herkennen zijn de basis voor het leren rekenen.

De leerling kan – als alles goed gaat – rekenwiskundige handelingen verrichten op de twee hoogste niveaus. Hij hoeft niet steeds terug te grijpen naar de lagere niveaus, maar kan deze wel oproepen. De leraar laat de leerling geregeld terugschakelen naar lagere niveaus, om dat verband levend te houden. Zo blijft de leerling zich bewust van de link met de werkelijke leefwereld. Dit is de basis voor functionele gecijferdheid. Dergelijke schakelopdrachten zijn ook noodzakelijk om de leraar in staat te stellen eventuele problemen te signaleren.

Dat de leerling kan vertellen en verwoorden hoe en waarom hij bepaalde handelingen verricht, draagt wezenlijk bij aan zijn rekenwiskundige ontwikkeling. In communicatie met anderen leert de leerling zijn gedachten logisch te ordenen en verwoorden. Door de reacties van anderen gaat de leerling steeds beter logisch redeneren. Dit levert een essentiële bijdrage aan de beheersing van de rekenwiskundige vaardigheden die op dat moment aan de orde zijn.

Elke handeling op elk van de niveaus, in combinatie met het vertellen over en het verwoorden van deze handelingen, wordt aangestuurd door het mentaal handelen (denken). Het mentaal handelen stuurt cognitieve processen aan zoals waarnemen, observeren, identificeren, analyseren, structureren (ordenen), construeren, reconstrueren, redeneren, interacteren en reflecteren. Bij de rekenwiskundige ontwikkeling passen de leerlingen deze algemene cognitieve vaardigheden specifiek toe op onderwerpen van rekenwiskundige aard.

Het doorlopen van de vier niveaus van rekenwiskundig handelen in combinatie met het erover communiceren, draagt op zijn beurt weer bij aan de ontwikkeling van het mentaal handelen.

Eerlijk delen. Hoeveel krijgt ieder? Teken en schrijf.

..... ieder krijgt pizza

Afbeelding 5.6 Eerlijk delen (2)

Afbeelding 5.6: Vier kinderen gaan drie pizza's eerlijk delen. Op het niveau van concreet handelen kan de leraar kartonnen pizza's gebruiken. De leerlingen kunnen actief manipuleren met de pizza's. Wat gebeurt er?

Op het niveau van de concrete afbeeldingen zijn drie pizza's getekend en vier kinderen. Elke pizza is verdeeld in vier stukken. De leerlingen schetsen dit zelf.

Het is de taak van de leraar om de relatie te leggen tussen de verschillende handelingsniveaus. En ook later (bij het maken van kale sommen) om deze weer op te roepen.

5.1.4 Het handelingsmodel als model voor interventie

In de vorige paragrafen is het handelingsmodel geïntroduceerd waarmee de rekenwiskundige ontwikkeling van leerlingen in beeld wordt gebracht en de didactiek van rekenen-wiskunde wordt beschreven. Er is vooral gesproken over de normale rekenwiskundige ontwikkeling.

Het model kan ook worden gebruikt om bij problemen in de rekenwiskundige ontwikkeling de handelingen van leerlingen te observeren, analyseren en interpreteren. Op basis daarvan kan worden bepaald wanneer welke interventies worden gepleegd. Hiertoe voert de leraar of een andere deskundige rekengesprekken met de leerling. Hij observeert hoe de leerling op de verschillende handelingsniveaus functioneert, waar knelpunten zitten en wat hij eraan kan doen (zie paragraaf 6.3.2).

Zoals we in paragraaf 5.1.2 al hebben opgemerkt, is het essentieel dat een leerling de mogelijkheid krijgt geboden op het passende niveau te handelen. Dat dit niet vanzelf spreekt, blijkt uit het feit dat in groep 3 de rekenlessen meestal direct beginnen met een rekenboek en een werkboek of schrift. Leerlingen werken daarbij met een getallenlijn, een rekenrek en een kralenketting, en leren sommen maken. In het handelingsmodel staan deze materialen op het derde niveau. Het maken van sommen (formele bewerkingen) staat op het hoogste niveau. Dit vraagt van de leerlingen al vrij snel een hoog abstractieniveau. Activiteiten en handelingen op de laagste twee niveaus, die in veel gevallen beter aansluiten bij de ontwikkeling van kinderen in die fase, worden in de praktijk vrij vroeg losgelaten. Het gevolg is ook dat concreet handelen in de ogen van leerlingen al gauw betekent dat ze niet echt rekenen.

Voor het ontwikkelen van goede, inzichtelijke procedures en notatiesystemen is het noodzakelijk dat de relatie tussen het concrete handelen, het concrete voorstellen en schematiseren regelmatig wordt gelegd en geoefend. Op alle niveaus is verwoorden van de handelingen en (wiskundig) communiceren tijdens en over rekenhandelingen essentieel.

KERN Bij het leren uit een boek wordt verondersteld dat leerlingen als vanzelf de stap maken van werkelijkheid (niveau 1) naar concrete voorstellingen (niveau 2), schema's en denkmodellen (niveau 3) en sommen (niveau 4). Dit is echter niet zo vanzelfsprekend. De leraar heeft hier een cruciale rol. Hij legt de verbanden tussen de verschillende niveaus. Door interactie (communicatie) en het laten verwoorden van handelingen die de leerling doet, stuurt de leraar het mentale proces aan en begeleidt hij de leerling van het ene naar het andere niveau.

Formeel rekenen speelt zich af op het formele vierde niveau. Rekenwiskunde-problemen ontstaan als de leraar de leerlingen (te) snel op de hogere niveaus laat werken en (te) weinig aandacht besteedt aan de relaties tussen de verschillende niveaus. De onderliggende niveaus zijn de basis voor

begrip en inzicht. Op de hoogste niveaus worden het formele rekenen en de rekenwiskundige procedures geoefend. Hierbij gaat het om het leren en automatiseren van de basisbewerkingen, de tafels, hoofdrekenen, het werken met algoritmes. Ook berekeningen met breuken, procenten, decimale getallen en met maten horen daarbij – in al deze gevallen los van hun context. Formele rekenwiskundige procedures begrijpen wordt ontwikkeld door voortdurende koppeling met de onderliggende niveaus.

KERN

Sommige leerlingen hebben veel moeite met de stap naar het formele niveau. Juist voor hen is het belangrijk systematisch de relatie te blijven leggen met de onderliggende niveaus. De leraar koppelt bewerkingen op het formele niveau aan een context, hij laat de leerlingen visualiseren of laat hen werken met denkmodellen en hulpmaterialen. Een systematische aanpak op alle niveaus in een tempo dat afgestemd is op de individuele leerling kan meer en beter resultaat opleveren dan het alleen maar laten maken van sommen op het formele niveau.

De handelingstheorie leert ons dat leerlingen actief bij hun eigen ontwikkeling betrokken moeten zijn voor een optimaal leerrendement. Leren moet tevens betekenis hebben voor leerlingen. Rekenen-wiskunde leren is niet alleen leren uit een boek en sommen maken. Experimenteren en ervaringen opdoen in samenwerking met anderen is de basis van functionele kennis en vaardigheden verwerven.

Natuurlijk is het niet zo dat leren op school ‘alleen maar’ moet bestaan uit experimenteren en samenwerkend leren. Het is belangrijk een balans te vinden tussen experimenteren aan de ene kant en uitleg, begeleid leren, instructie, voordoen - nadoen, samenwerkend leren en oefenen aan de andere kant.

Met oefenen bedoelen we zelfstandige verwerking van de leerstof: vaardigheid ontwikkelen, automatiseren en memoriseren. Ook dat is een onmisbaar deel in het leerproces. De ene leerling heeft echter meer oefentijd nodig dan de andere. Daarnaast moet de leraar zich bewust zijn van het verschil tussen informeel en formeel leren.

De rol van de leraar is die van essentiële schakel tussen formeel leren op school en informeel leren in buitenschoolse situaties. Een leraar die zich hiervan bewust is, probeert informeel leren steeds in te bouwen in formeel leren. Tijdens het leerproces legt hij verbanden met buitenschoolse ervaringen van leerlingen en laat leerlingen experimenteren met werkelijkheidsmaterialen. Leren op school krijgt daardoor betekenis vanuit het dagelijkse leven van de leerlingen en omgekeerd.

5.2 Het drieslagmodel

5.2.1 Het drieslagmodel als model voor probleemoplossend handelen

Het ultieme doel van rekenwiskunde-onderwijs is functionele gecijferdheid. Leerlingen kunnen buiten school, en later als volwassenen, hun rekenvaardigheid optimaal gebruiken in dagelijkse situaties. Daarvoor moeten zij in staat zijn zelfstandig beslissingen te nemen. In hoofdstuk 4 hebben wij dit beschreven bij hoofdlijn 4: flexibel toepassen (zie paragraaf 4.6.1). Daarvoor is de ontwikkeling van het strategisch denken en handelen cruciaal.

Om in het dagelijkse leven adequaat te kunnen handelen in rekenwiskundige situaties is het een eerste vereiste over goede en efficiënte rekenwiskundige procedures te beschikken. Het kunnen identificeren en analyseren van de aard van de situatie en het kunnen toepassen van flexibel geautomatiseerde en gememoriseerde kennis en vaardigheden, zijn daar onderdeel van. In hoofdstuk 4 hebben wij dat beschreven bij de vier hoofdlijnen.

In deze paragraaf koppelen we deze hoofdlijnen aan het drieslagmodel. Dit model wordt gebruikt voor het analyseren van probleemoplossend handelen van de leerling (Van Groenestijn, 2002) en biedt aanknopingspunten voor het didactisch handelen van de leraar.

Rekenen in het dagelijkse leven is altijd ingebed in authentieke en functionele situaties. Zo'n situatie is vaak een complex, samenhangend geheel van tekst en beeld – soms in combinatie met geluid – waaruit informatie moet worden afgeleid (zoals in een reclamefolder, een tv-spot of een handleiding). Op basis daarvan neemt iemand een beslissing, geeft een reactie of voert een handeling uit. Zie afbeelding 5.7.

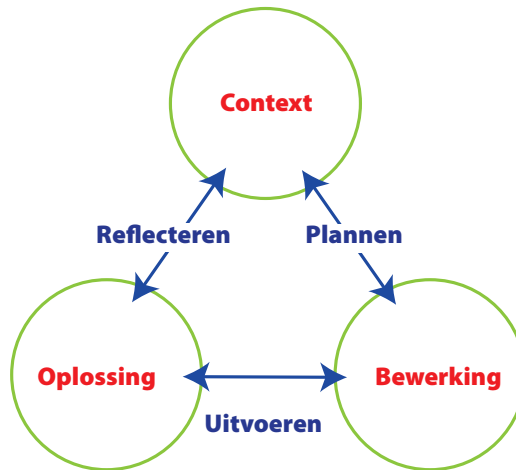
Om dat te kunnen doen moet hij de situatie eerst identificeren en begrijpen, de getalsmatige informatie eruit filteren en deze betekenis geven. Dat hij zelf deel uitmaakt van de situatie en er soms emotioneel bij betrokken is, maakt een analyse extra ingewikkeld.

Vervolgens bepaalt hij wat hij met de informatie gaat doen. In veel situaties zal hij daarbij iets moeten uitrekenen. Op grond van de uitkomst gaat hij dan al of niet tot actie over. Daarna kan hij beoordelen of zijn actie juist of verstandig is geweest.



Afbeelding 5.7 Televisie in de aanbieding

In dergelijke situaties doorloopt iedereen altijd drie vaste stappen: plannen (op basis van identificatie van de situatie), uitvoeren (iets doen, bijvoorbeeld uitrekenen) en reflecteren (nagaan of het resultaat van onze actie klopt en past bij situatie). Het eigenlijke rekenen is slechts een onderdeel van het probleemoplossend handelen, maar meestal wel essentieel voor het resultaat. Dit proces visualiseren we in het *drieslagmodel* voor probleemoplossend handelen (zie afbeelding 5.8).



Afbeelding 5.8 *Het drieslagmodel*

De *context* in het drieslagmodel representeert een dagelijkse situatie, bijvoorbeeld een advertentie van een televisie. De potentiële koper ziet de advertentie en bedenkt dat hij wel een nieuwe televisie nodig heeft.

Tijdens het *plannen* bedenkt hij wat hij allemaal moet weten en doen voordat hij de beslissing neemt de televisie aan te schaffen. Hij identificeert en analyseert getalsmatige informatie, tekst en symbolen in de advertentie en geeft daaraan betekenis. Onderdeel daarvan is het berekenen van de aanbiedingsprijs. Hiervoor roept hij zijn kennis over procenten op uit zijn geheugen en bedenkt hoe hij de korting en de nieuwe prijs kan berekenen (bewerking). Vervolgens rekt hij de nieuwe prijs uit zoals hij dat het beste kan (uitvoeren) en komt tot een antwoord (de oplossing). Hij relateert zijn antwoord aan de gegevens in de advertentie en bepaalt of het interessant is om deze televisie te kopen (reflecteren).

In het dagelijks leven gaan dit soort processen vrij snel. We zijn ons meestal niet bewust van de tussenstappen die we nemen, de interpretaties die we maken en van de rekenactiviteiten die we uitvoeren. Het is een samenhangend geheel, de stappen zijn geïntegreerd. Het eigenlijke rekenen is onderdeel van dit proces.

In vertrouwde situaties maken we gebruik van bekende procedures die we eerder met succes hebben toegepast. Het toepassen van oplossingsprocedures verloopt heel snel en we bewaken (monitoren) voortdurend of het goed gaat. Meestal gaat dat goed, maar er zijn momenten dat een oplossingsprocedure spaak loopt of dat we twijfelen over de oplossing. Meestal is dat binnen een context waarin we ons niet vertrouwd voelen (zoals voor het eerst een hypotheek afsluiten). Als er iets mis gaat of we ons onzeker voelen, worden we gedwongen na te denken over wat er mis ging of mis kan gaan en hoe het dan anders kan.

In veel situaties moeten we gedurende dit proces onze handelingen bijstellen. Als we halverwege een berekening constateren dat er iets niet klopt, beginnen we opnieuw. We reflecteren tussentijds op ons eigen handelen en we stellen ons handelen bij. Vervolgens voeren we onze berekening opnieuw uit of bedenken we een andere oplossingsprocedure. Daarna controleren we onze berekening nog een keer. Het bijsturen tijdens dit proces verloopt meestal in een flits, hooguit in enkele

seconden (even nadenken). Als ervaren rekenaars gaan we voortdurend heen en weer in zo'n proces, zonder dat we ons dit bewust zijn. De pijlen in het drieslagmodel wijzen daarom in twee richtingen: op alle momenten kunnen we terug gaan naar een andere stap.

5.2.2 Het drieslagmodel als didactisch model

Het rekenen op school verloopt meestal anders dan daarbuiten. Op school wordt probleemoplossend handelen (impliciet) geleerd met behulp van rekenen met contextopdrachten. Dit leidt uiteindelijk tot functionele gecijferdheid. Het verschil met dagelijkse situaties zoals wij hebben beschreven in de vorige paragraaf, is dat het probleem slechts 'voorstelbaar' is. De leerling is zelf (meestal) geen deel van de situatie. Het doel van rekenen met contexten is meestal ook niet intentioneel gericht op functionele gecijferdheid. Doorgaans hebben de contexten een didactisch doel. Het zijn betekenisvolle en voorstelbare situaties die de start zijn nieuwe rekenwiskundige kennis en vaardigheden te leren, toe te passen of te oefenen.

Leerlingen hebben er echter baat bij de problemen die in de contextopdrachten verwerkt zijn op een systematische en gestructureerde manier aan te pakken en op te lossen. Het drieslagmodel biedt zo'n systematische aanpak voor probleemoplossend handelen (Van Groenestijn, 2002). Het is daarom aan te bevelen leerlingen te leren hoe zij met behulp van dit model opdrachten kunnen oplossen. Leerlingen leren dit aan de hand van drie sleutelwoorden:

- 1 Plannen (identificeren, analyseren, betekenis verlenen, voorkennis activeren, oplossing bedenken, ...).
- 2 Uitvoeren (doen).
- 3 Reflecteren (controleren).

KERN Het proces van het probleemoplossend werken start met 'wat-vragen'.
 Stap 1: Wat is het probleem? Wat ga je doen om het probleem op te lossen?
 Deze vragen leiden tot het plannen van een actie of een bewerking.
 Stap 2: Wat ga je doen? Wat ga je uitrekenen? Wat doe je eerst?
 De uitvoering van de gekozen bewerking(en) leidt tot het vinden van een oplossing.
 Stap 3: Wat heb je gedaan? Wat betekent deze oplossing binnen de context waarmee je begon?
 Heb je de bewerking correct uitgevoerd?

De reflectie leidt ten slotte tot het accepteren of bijstellen van de gevonden oplossing. Ook kan op grond hiervan een conclusie worden getrokken over de manier van uitrekenen of over de interpretatie van het probleem.

De leerling leert aan de hand van deze vragen zijn rekenwiskundig redeneren en handelen te ordenen, te organiseren en systematisch te werken.

Stap 1: plannen

De leerling bestudeert de informatie in de context (tekst, beeld, eventueel geluid), haalt de rekenwiskundige (of getalsmatige) informatie uit de context, analyseert deze informatie en beoordeelt de informatie op relevantie. Daarmee geeft de leerling betekenis aan de informatie binnen deze context. Hij kan hierbij teruggrijpen op eerdere ervaringen en gebruik maken van verworven kennis. De problematiek krijgt hierdoor betekenis. Hij kan zich de situatie voorstellen en op zichzelf betrekken. Daarna kan hij bepalen wat hij met de relevante informatie gaat doen.

Hij stelt zich vragen als: Wat is het probleem? Welke gegevens heb ik nodig? Welke gegevens uit de context zijn nuttig? Wat ga ik uitrekenen? Welke berekening past daarbij?

Aan de hand van deze vragen maakt de leerling de stap van context naar bewerking. Dit proces van betekenis verlenen aan informatie, het analyseren van deze informatie uit een context en het omzetten daarvan naar een rekenwiskundige bewerking of actie, noemen we *horizontaal mathematiseren* (Treffers, 1991, 2005; Gravemeijer, 1994, 2005). Het woord *horizontaal* verwijst naar het feit dat het probleem niet verandert, maar wordt ‘vertaald’ naar een rekenwiskundige actie: het blijft als het ware op dezelfde hoogte.

Stap 1: plannen

In afbeelding 5.7, *voorbeeld televisie in de aanbieding*, bedenkt de leerling dat hij 20% korting en de nieuwe prijs gaat uitrekenen en ook op welke wijze hij dat gaat doen. Hij activeert zijn kennis over procenten en bepaalt hoe hij dit probleem kan uitrekenen. Hierbij kan hij zich afvragen of hij dat uit het hoofd kan, op papier, met een rekenmachine.

Afbeelding 5.9 Stap 1 bij de probleemoplossing

Stap 2: uitvoeren

De leerling voert de bewerking uit en komt tot een oplossing. De berekening is gebaseerd op zijn eigen kennis en vaardigheden. Naarmate hij een efficiëntere procedure gebruikt, zal hij sneller tot een juiste oplossing komen. Zijn manier van oplossen past in het handelingsmodel (zie paragraaf 5.1). Dit noemen we *verticaal mathematiseren* (Gravemeijer, 1994, 2005). Het woord *verticaal* verwijst naar het niveau van handelen tijdens het uitvoeren van een bewerking. (zie afbeelding 5.8).

Hier staan vragen centraal als: Welke oplossingsprocedure gebruikt de leerling? Begrijpt hij die procedure? Voert hij de berekening goed uit? Het gaat hier om technisch rekenen. De gebruikte oplossingsprocedure is afhankelijk van zijn kennis en vaardigheden.

Stap 2: uitvoeren

In afbeelding 5.7, *voorbeeld televisie in de aanbieding*, kan de leerling op verschillende manieren de korting en het nieuwe bedrag uitrekenen.

20% korting op een tv van € 220,-

- via de 1% regel (het bedrag delen door 100 en dan keer 20);
- door eerst 10% uit te rekenen (delen door 10) en daarna te verdubbelen tot 20%;
- door het bedrag te delen door 5;
- door het bedrag te vermenigvuldigen met 0,2.

Tot slot mag de leerling niet vergeten om de korting af te trekken van het oorspronkelijke bedrag.

In dit voorbeeld worden vier oplossingsprocedures genoemd die alle vier efficiënt zijn. Iedereen kiest, min of meer vanzelfsprekend, de procedure die hij het beste beheerst.

Technische rekenvaardigheid staat hier centraal.

Afbeelding 5.10 Stap 2 bij de probleemoplossing

Stap 3: reflecteren

Ten slotte koppelt de leerling de oplossing terug naar het oorspronkelijke probleem binnen de oorspronkelijke context. Begrijp ik wat het antwoord betekent? Is het antwoord juist? Als het antwoord niet juist is, gaat de leerling na wat er fout is gegaan tijdens de oplossingsprocedure en voert de berekening opnieuw uit (terug naar stap 2). In sommige situaties kiest hij voor een ander type bewerking (terug naar stap 1) en een andere manier van uitrekenen (opnieuw stap 2). Ook kan hij ter controle de rekenmachine gebruiken (stap 3).

Dit is de fase van reflectie. Juist tijdens de reflectie kan er een werkelijk leermoment optreden voor de leerling. Hij ervaart wat er goed of niet goed is gegaan tijdens deze hele procedure en kan op basis daarvan in een volgende vergelijkbare situatie sneller en efficiënter handelen.

Stap 3: reflecteren

In afbeelding 5.7, *voorbeeld televisie in de aanbieding*, is er slechts één eenduidig juist antwoord: € 176,00. Leerlingen die als antwoord € 44,00 hebben (het antwoord van hun kortingsberekening), moeten in deze stap ontdekken dat dit nooit het gevraagde bedrag kan zijn. De reflectie vraagt dus niet alleen of het berekende bedrag goed of fout is, maar ook hiermee antwoord is gegeven op de vraag. In andere situaties kunnen er soms meerdere oplossingsmogelijkheden zijn of is de oplossing minder expliciet. In alle gevallen is het terugplaatsen in de context voorwaarde om te kunnen bepalen of de berekening en het antwoord kloppen.

Afbeelding 5.11 *Stap 3 bij de probleemoplossing*

Soms is het nodig tussentijds een berekening bij te stellen als de leerling merkt dat zijn berekening niet klopt. Dat is een moment van reflectie. Daarna gaat hij verder met de uitvoering. Hij kan ook opnieuw bedenken (plannen) of hij dezelfde berekening op een andere manier kan uitvoeren. Bij complexere berekeningen gaat de leerling meerdere keren door deze drieslag heen. Daarbij kan hij heen en weer gaan tussen plannen, uitvoeren en reflecteren.

Het drieslagmodel laat zien hoe een leerling de oplossingsprocedure doorloopt. De leerling gaat stapsgewijs van context naar een bewerking (plannen), vandaar naar een oplossing (uitvoeren van de bewerking) en van de oplossing terug naar het oorspronkelijke probleem (reflecteren).

De leraar kan de leerlingen uitleggen hoe zij het model kunnen gebruiken, controleren of ze de drieslag begrijpen en systematisch toepassen en hen op hun handelen laten reflecteren. De leraar zal steeds de leerlingen onderzoekend bevragen en hen laten expliciteren (visualiseren of verwoorden) hoe ze tot een oplossing zijn gekomen. Daardoor kan hij nagaan in welke stap het goed of juist niet goed gaat. Hij kan zijn didactisch handelen daarop afstemmen.

5.2.3 Het drieslagmodel als model voor observatie en interventie

Het drieslagmodel biedt tevens aanknopingspunten voor de leraar om het rekenen van de leerlingen bij contexten, maar ook bij kale bewerkingen, systematisch te analyseren en indien nodig in te grijpen in het leerproces. Dat kan door vragen te stellen tijdens het oplossingsproces. We onderscheiden hierbij twee typen hoofdvragen: wat en hoe.

De 'wat-vragen' die we in de vorige paragraaf hebben besproken, zijn de standaardvragen en helpen de leerling zijn denken te organiseren. Bij het voorbeeld van de aanbieding van de televisie kan de leerling bijvoorbeeld aangeven dat hij gaat rekenen met procenten.

KERN Bij het observeren en bij interventie gaat het er met name om te ontdekken hoe een leerling handelt tijdens de drie stappen. Om greep te krijgen op het denkproces van een leerling kan de leraar 'hoe-vragen' stellen.

Stap 1: Hoe ga je het doen? Hoe ga je dit probleem oplossen?

Stap 2: Hoe doe je het? Hoe reken je het uit?

Stap 3: Hoe heb je het gedaan? Hoe heb je het uitgerekend?

Hierbij vraagt de leraar om een kwalitatieve uitleg van het handelen van de leerling. Dit biedt aanknopingspunten om zijn instructie beter af te stemmen op dat wat de leerling al weet. Zijn afstemming hangt samen met het handelingsniveau van de leerling (zie paragraaf 5.1).

Tijdens de reflectie probeert de leraar de leerlingen op een hoger handelingsniveau te brengen. Hij kan dit doen door de leerlingen hun oplossingen te laten vergelijken en te laten bedenken welke oplossingsmanieren efficiënt zijn door bijvoorbeeld de volgende vragen te stellen:

- *Kun je nog een andere manier bedenken om het probleem op te lossen?*
- *Kun je het ook op een andere manier uitrekenen?*
- *Kun je een kortere manier bedenken om het uit te rekenen?*

Door zulke vragen laat de leraar de leerling nadenken over de (misschien onbewust) gemaakte keuzes. Daarmee doet hij een beroep op metacognitieve vaardigheden van de leerling en stimuleert daarmee het leren. Hij vraagt de leerling zijn verworven rekenwiskundige concepten toe te lichten en verbanden te leggen met andere kennis en vaardigheden die hij al eerder heeft verworven.

Als de leerling bijvoorbeeld bij de berekening van de korting op de prijs van de televisie (zie afbeelding 5.7) die korting heeft uitgerekend aan de hand van de 1% regel, kan de leraar vragen om het via 10% uit te rekenen. Hij kan daarbij de leerling de koppeling laten maken met $\frac{1}{10}$ deel.

Ook kan hij de leerling uitdagen om hetzelfde probleem met de rekenmachine op te lossen. Hoe gaat het dan? Kan de leerling dit uitrekenen met de procenttoets? Kan de leerling gebruik maken van decimale getallen?

Wat gebeurt er als de leerling $0,8 \times 220$ invoert? En wat gebeurt er bij $0,9 \times 220$?

Kan de leerling dat uitleggen?

Hierbij doet de leraar een beroep op het rekenwiskundig inzicht van de leerling. Door de leerling ook op een andere manier hetzelfde probleem te laten oplossen werkt de leraar tevens aan het bouwen van associatieve netwerken. Daardoor is de kans groter dat de leerling nieuwe informatie zo opslaat in het langetermijngeheugen, dat hij het de volgende keer weer kan benutten.

Doordat de leraar met de leerling in gesprek gaat over zijn rekenwiskundige kennis en vaardigheden, leert de leerling beter kijken en reflecteren op zijn eigen handelen (monitoren). Op basis van zulke gesprekken kan de leraar bovendien zijn instructie beter afstemmen op de onderwijsbehoeften van de leerling.

Het drieslagmodel biedt hem de mogelijkheid het strategisch denken en handelen en de oplossingsprocedures van de leerling te observeren, te waarderen en te beïnvloeden.

Om het denkproces van de leerling goed te analyseren kan de leraar zich tijdens dit proces bijvoorbeeld de volgende vragen stellen.

- Kan de leerling bij een context een bewerking bedenken?
- Kan de leerling tijdens het uitrekenen hardop vertellen/laten zien hoe hij rekent?
- Kan de leerling achteraf vertellen wat hij heeft gedaan en hoe hij het heeft gedaan?
- Kan hij ook toelichten waarom hij het zo heeft gedaan? Kan het ook anders?
- Wat heeft de leerling ervan geleerd?
- Weet hij van een vorige keer nog hoe hij toen een soortgelijke opdracht heeft uitgevoerd? Is hij daarin vooruitgegaan?
- Kan hij nieuwe kennis en vaardigheden koppelen aan reeds geleerde en geoefende kennis en vaardigheden?

Antwoorden op bovenstaande vragen leveren informatie op voor de leraar. Op basis daarvan kan hij zijn didactisch handelen bijstellen. Waar let hij zelf op? Welke accenten legt hij in het onderwijs? Voor het verkrijgen van antwoorden kan de leraar op verschillende manieren een contextopdracht laten uitvoeren.

De leraar kan met de leerling gericht oefenen door bij verschillende stappen van het drieslagmodel te beginnen en bewust linken te leggen met een volgende of vorige stap.

Van stap 1 naar stap 2

De leraar start met een context en laat de leerling daarbij een bewerking bedenken en uitvoeren (van stap 1 naar stap 2). De leraar onderzoekt of de leerling de context kan lezen en of hij die begrijpt. Hij probeert er achter te komen of de leerling de informatie kan omzetten naar een rekenwiskundig probleem en een rekenwiskundige bewerking.



Er zijn 36 ballen.
Hoeveel kokers heb je nodig voor deze ballen?
Kun je hier een som voor bedenken?

Van stap 2 naar stap 1

De leraar start bij de uitvoering en biedt de leerling een kale som aan. Hij vraagt de leerling een context bij die som te bedenken (een verhaal of een tekening). Hij gaat na of de leerling met die context betekenis kan geven aan de kale som.

$$36:3 =$$

*Kun je hier een verhaal bij bedenken?
Of: Kun je hier een tekening bij maken?*

Afbeelding 5.13 *Van stap 2 naar stap 1*

Van stap 3 naar stap 2

De leraar herhaalt een eerdere opdracht en start met reflectie op een vorige situatie, met dezelfde opdracht. Hij vraagt bijvoorbeeld: *Weet je nog hoe je het de vorige keer hebt gedaan?* De leraar gaat na of de leerling het eerder geleerde kan terugroepen uit zijn langetermijngeheugen. Hij laat daarna de bewerking toepassen op een nieuwe opdracht.

Herhaling: $36:3 =$

Daarna een nieuwe som: $39:3 =$

Weet je nog hoe we het gisteren hebben gedaan? Dat gaan we nu nog een keer doen, maar dan met een andere som.

Afbeelding 5.14 *Van stap 3 naar stap 2*

Van stap 3 naar stap 1

De leraar biedt een nieuwe opdracht aan en start met reflectie op een vorige situatie waarbij een vergelijkbaar probleem aan de orde was. Daarbij werkt de leraar naar een hoger handelningsniveau of naar een nieuw onderwerp.

$$39:3 =$$

De leerling weet het niet.

Reflectie: *Weet je nog welke som we gisteren hebben gedaan? ($36:3 =$)*
 Betekenis verlenen: *Kun je een tekening bedenken bij $39:3 =$?*
 Uitrekenen: *Kun je nu vertellen hoe je het gaat uitrekenen?*

Afbeelding 5.15 *Van stap 3 naar stap 1*

Voor de leraar is het eveneens van belang te letten op de koppelingen tussen de drie stappen in dit proces. Kan de leerling de stap maken van context naar bewerking? Van bewerking naar context? Reflecteert de leerling echt op zijn eigen handelen? Kan de leerling het geleerde onthouden? Wat maakt dat hij iets goed kan onthouden? Wanneer lukt dat niet? Heeft de leerling tussenstappen nodig bij een complexe opdracht? Is hij zich daarvan bewust? Kan hij die hulpstappen zelf kiezen?

5.2.4 Wat betekent het drieslagmodel voor rekenwiskunde-problemen?

Nog altijd overheerst in het onderwijs de opvatting dat leerlingen het technisch rekenen moeten beheersen om contextproblemen te kunnen oplossen. In dit protocol gaan we uit van nieuwe inzichten, waaruit juist het omgekeerde blijkt. Al langer is bekend dat bij leesproblemen juist het aanbieden van betekenisvolle contexten bevordert dat de (technische) leesvaardigheid zich verder ontwikkelt.

Bij rekenvraagstukken hebben we een vergelijkbare situatie. Veel rekenvraagstukken doen een beroep op begrijpend lezen. Voor het ontwikkelen van functionele gecijferdheid is het rekenen aan de hand van betekenisvolle contexten essentieel. Begrijpend lezen, informatie in een context analyseren, praten over contexten en, daarop aansluitend, berekeningen uitvoeren leiden tot inzichtelijke procedures. Dit is de basis voor de ontwikkeling van betekenisvolle rekenwiskundige concepten en oplossingsprocedures.

Door tijdens het rekenen met contexten met het drieslagmodel te werken wordt het betekenisvol leren en oefenen bevorderd. Ook het handelingsmodel draagt hieraan bij. Zie paragraaf 5.3 voor de samenhang en afstemming tussen beide modellen.

Bij rekenwiskunde-problemen wordt echter nog te vaak alleen gekeken naar de technische rekenvaardigheid van de leerling. Wanneer de leerling een bepaalde (technische) bewerking niet beheerst, herhaalt de leraar dezelfde (technische) bewerking steeds met nieuwe opdrachten. Vaak tevergeefs, want herhalen heeft geen zin zolang de leerling geen blijk geeft van inzicht en begrip. Het drieslagmodel helpt juist bij het verwerven van begrip en inzicht door (technische) opdrachten te verbinden met betekenisvolle contexten en dan daarop door de leerling te laten reflecteren.

Leren rekenen beperkt zich niet tot de onderste lijn in de driehoek (de technische stap 2: uitvoeren). Het drieslagmodel laat zien dat de stappen plannen en reflecteren onlosmakelijk verbonden zijn met stap 2. Door hun samenhang dragen ze bij aan het verwerven van functionele gecijferdheid. Enerzijds leert de leerling zijn (technische) vaardigheid te verbinden met werkelijkheidssituaties (stap 1: plannen en betekenis verlenen). Anderzijds leert hij om gevonden oplossingen terug te koppelen naar de vertreksituatie (stap 3: reflecteren). Hij leert de relevantie of juistheid te beoordelen binnen de context en eventueel zijn oplossingsprocedure bij te stellen.

Rekenwiskunde-problemen kunnen optreden op elk van de drie zijden van de driehoek. De leraar kan ze aanpakken door specifieke begeleiding, maar zal in zijn begeleiding steeds teruggrijpen op het geheel van de driehoek. Voor de leraar is het daarom van belang te analyseren waar de problemen (vooral) zitten. Heeft de leerling juist moeite met het verlenen van betekenis aan de context of gaat de uitvoering van de bewerkingen moeizaam? Dat vraagt in beide gevallen om een verschillende aanpak en specifieke begeleiding, afgestemd op de onderwijsbehoeften van de leerling.

Het drieslagmodel biedt ook aanknopingspunten voor de leraar om te reflecteren op zijn eigen didactisch handelen. Hij kan zich afvragen op welke zijden van de drieslag hij voldoende of onvol-

doende accenten heeft gelegd. Hij weet dan waar hij de volgende keer meer aandacht aan moet besteden om een beter leerrendement te bewerkstelligen.

5.3 Samenhang en afstemming tussen beide modellen

De leraar kan het handelingsmodel en het drieslagmodel beide gebruiken in reguliere lessituaties, maar ze zijn ook uitermate geschikt voor het observeren van leerlingen in onderzoekssituaties. Hij kan het handelingsmodel en het drieslagmodel koppelen. Tijdens de stappen van het probleemoplossend werken, voeren leerlingen hun rekenactiviteiten op verschillende handelingsniveaus uit. Dit gaat als volgt.

- Bij stap 1: plannen

Het gebruik van het drieslagmodel helpt om scherp te krijgen op welk terrein de problemen liggen. Soms heeft een leerling geen idee welke berekening hij kan uitvoeren bij een context. Dit betekent dat de leerling geen betekenis kan geven aan de context. Wanneer de leraar de leerling de informatie in de context laat tekenen, schematiseren of verwoorden, kan hij inzicht krijgen in het probleem. Hier worden de twee modellen met elkaar verbonden. Door te schakelen tussen de handelingsniveaus stimuleert de leraar de leerling tot nadenken op het formele niveau (handelingsmodel) en kan hij de leerling een bewerking laten bedenken (drieslagmodel). Hierdoor werkt de leraar aan begripsontwikkeling.

- Bij stap 2: uitvoeren

Soms begrijpt de leerling wel wat hij moet doen, maar kan hij de berekening niet of niet goed of alleen op een lager handelingsniveau uitvoeren. Hierbij gaat het om de technische rekenvaardigheid. Niet goed ontwikkelde concepten en onbegrepen procedures spelen hier een rol. Het handelingsmodel biedt uitkomst doordat de leraar zijn leerling weer op verschillende handelingsniveaus laat werken en daarbij zelf de relaties tussen de niveaus laat leggen. Door de leerling uit te dagen de overstap te maken naar een hoger niveau van handelen, ervaart de leerling wat er voor hem te leren is in de zone van de naaste ontwikkeling.

- Bij stap 3: reflecteren

De terugkoppeling van het antwoord naar de context geeft informatie over wat de leerling heeft geleerd van de opdracht. Kan de leerling aangeven of het antwoord goed of fout is en waarom? Kan de leerling het antwoord visualiseren of verwoorden (in termen van het handelingsmodel: schematiseren – concreet)? Als de leraar zijn leerling laat reflecteren, leert de leerling een relatie leggen tussen de context, de getallen, de berekening en het antwoord. Hierdoor krijgt het rekenen voor hem betekenis.

Door het onderwijs met behulp van de handelingsniveaus en het drieslagmodel zo goed mogelijk af te stemmen op de ontwikkeling en de onderwijsbehoeften van de leerling, kunnen al veel problemen worden voorkomen. Mocht de leraar toch problemen signaleren, dan bieden de twee modellen aanknopingspunten voor interventies.

5.4 Kindkenmerken en de samenhang met beide modellen

Bij goed onderwijs stemt de leraar het onderwijsaanbod zo goed mogelijk af op de onderwijsbehoeften van de leerling. Als er dan toch problemen ontstaan, kijkt de leraar niet alleen naar onderwijsfactoren maar ook naar kindkenmerken.

Kinderen hebben altijd sterke(re) en zwakke(re) kanten. Kindkenmerken zijn in principe positieve ontwikkelingsfactoren. Als deze echter onvoldoende ontwikkeld zijn, kunnen dezelfde kindkenmerken belemmerend werken tijdens het leerproces. Bij het leren van rekenen-wiskunde gaat het erom optimaal gebruik te maken van de sterkere kindkenmerken die het leerproces positief beïnvloeden. Tegelijkertijd moet ook energie gestoken worden in activiteiten die verbetering van de zwakkere kindkenmerken opleveren. De leraar besteedt bewust aandacht aan alle factoren die het leerproces beïnvloeden. Het handelingsmodel en het drieslagmodel kunnen de leraar hierbij ondersteunen.

De kindkenmerken die in huidige onderzoeken een belangrijke rol spelen voor een goede rekenwiskundige ontwikkeling zijn (zie ook hoofdstuk 2):

- de ontwikkeling van numerieke cognitie (gevoel voor getallen, getalbegrip);
- de taalontwikkeling;
- de ontwikkeling van het visueel waarnemen;
- geheugenfuncties:
- het werkgeheugen (executieve functies);
- het langetermijngeheugen (het georganiseerd opslaan van informatie en de oproepsnelheid);
- motivationeel-affectieve factoren (zelfvertrouwen, angst, weerstand).

Een goede ontwikkeling van numerieke cognitie is de basis voor het leren rekenen. Dit gaat samen met taalontwikkeling en de ontwikkeling van het visueel waarnemen (zie paragraaf 4.3.1). Deze ontwikkeling kunnen we met behulp van het handelingsmodel al vanaf jonge leeftijd goed volgen en stimuleren op de niveaus 1 en 2, in combinatie met het verwoorden/communiceren en het mentaal handelen. Met name in de kleuterperiode kan de leraar hier veel systematische aandacht aan schenken.

Het tellen, zoals al eerder vermeld in hoofdstuk 4, is een verbaal/auditief gebeuren. Kinderen met een zwak auditief geheugen kunnen moeite hebben met het onthouden van de volgorde van getallen. Zij slaan getallen over bij het tellen. Ondersteuning door bijvoorbeeld dobbelsteenpatronen kan helpen om de telrij wel te leren. Een dobbelsteenpatroon doet namelijk een beroep op het visuele geheugen. Ook liedjes en motorische activiteiten helpen om de telrij te onthouden.

Een ander voorbeeld is het leren van de tafels. Voor leerlingen met een zwak auditief geheugen is dat een extra taakverzwaring. Daarom is het goed om bij het aanbieden van oefenvormen te zorgen dat er voldoende varianten zijn die een beroep doen op visuele en motorische geheugenaspecten. Zo biedt het gebruik van een tafelkaart (zie afbeelding 4.13) visuele steun. Ook rekenspellen die een beroep doen op het visuele, het verbale en/of sensomotorische geheugen bieden meer leerlingen wat zij nodig hebben.

Door zowel verbale als visuele en motorische ondersteuning te bieden bij rekenopdrachten krijgen leerlingen optimale kansen een goed gevoel voor getallen, getalstructuren en relaties tussen getallen te ontwikkelen.

Het onderwijs is sterk talig ingesteld. Veel taken in het rekenwiskunde-onderwijs zijn talige taken. Afbeeldingen bij opdrachten in rekenboeken zijn vaak illustratief in plaats van functioneel en daardoor niet ondersteunend aan de opdracht. Kinderen die talig zwak zijn, maar visueel sterk, zijn hierbij dubbel in het nadeel.

Taalvaardigheid heeft een grote invloed op de ontwikkeling van rekenwiskundige kennis en vaardigheden. Het begrijpen van rekentaal is onderdeel van leren rekenen. Het kunnen koppelen van rekentaal aan ervaringen, getallen en formele bewerkingen is voorwaarde om rekenbewerkingen op het formele niveau te begrijpen en uit te voeren. Een goede technische leesvaardigheid en begrijpend lezen zijn een vereiste om opdrachten in rekenwiskundeboeken te begrijpen. Als een leerling leesproblemen heeft, heeft dat gevolgen voor het begrijpen van (context)opdrachten bij rekenen-wiskunde. In zo'n geval kan ten onrechte de conclusie worden getrokken dat een leerling moeite heeft met leren rekenen.

5.4.1 De samenhang in beeld

Bij het uitvoeren van oplossingsprocedures spelen zowel de niveaus van handelen (zie paragraaf 5.1) als kindkenmerken een rol. De handelingsniveaus laten zien tot op welk niveau een leerling oplossingsprocedures kan uitvoeren. Ook de wijze waarop de leerling zijn handelingen kan verwoorden is geeft belangrijke informatie.

Het drieslagmodel kan daarbij worden gebruikt om te zien hoe een leerling profiteert van de reeds opgedane kennis en vaardigheden en hoe hij nieuwe informatie opneemt, daarmee aan het werk gaat, in het geheugen opslaat en ook weer kan oproepen uit het geheugen in nieuwe situaties. Waar liggen dan de cruciale momenten?

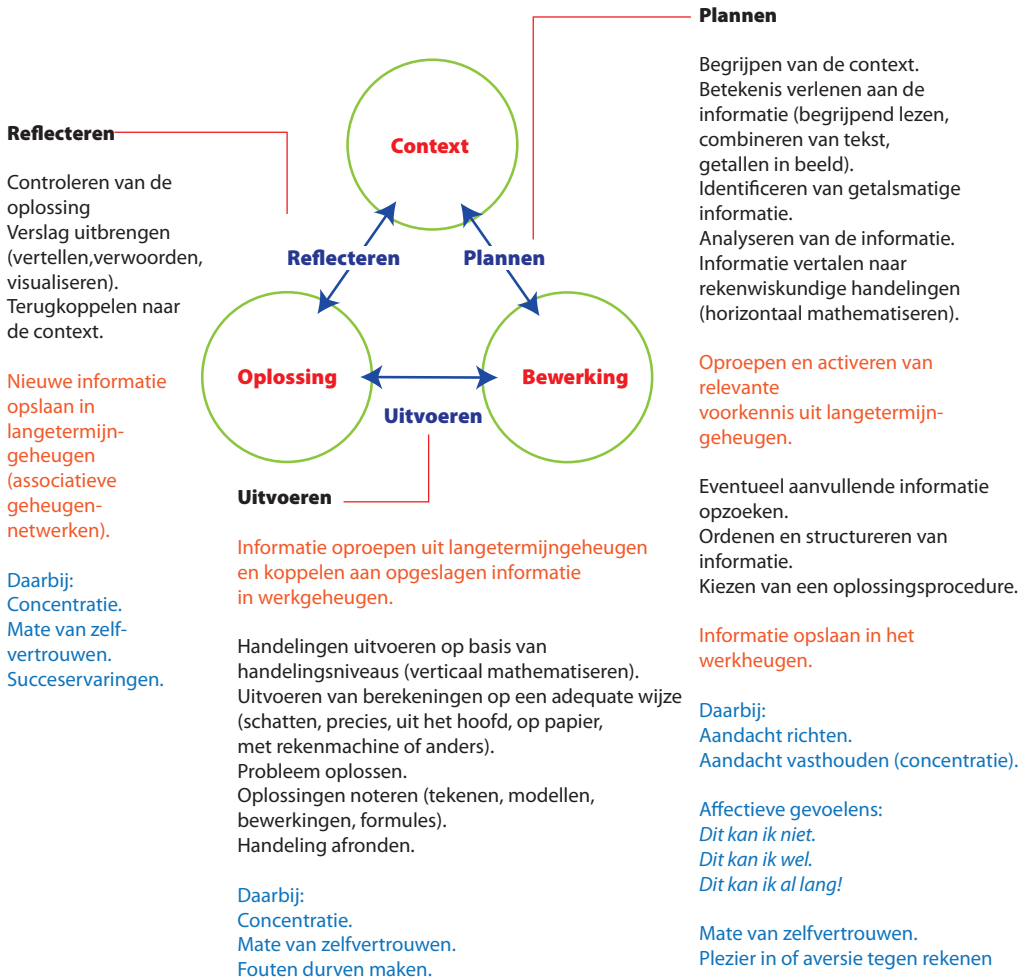
Een sterk analytisch vermogen helpt de leerling bij het ontdekken van details in een contextopdracht. Bij een zwak analytisch vermogen neemt de leerling globaler waar en zal hij minder snel details ontdekken, waardoor hij relevante informatie in een opdracht kan missen.

Een goed werkgeheugen helpt de leerling de volgorde van tussentijdse bewerkingen te onthouden. Een zwak werkgeheugen kan juist belemmerend werken, omdat de leerling dan bijvoorbeeld de volgorde van de bewerkingen minder snel of onvolledig kan uitvoeren.

Georganiseerd opslaan in het langetermijngeheugen (in associatieve netwerken) helpt de leerling om opgeslagen kennis weer snel op te roepen.

In het totale proces van leren rekenen is het welbevinden van de leerling de meest cruciale factor. Hoe staat hij emotioneel in dit proces? Heeft hij plezier in rekenen? Heeft hij vertrouwen in zijn eigen kunnen? Hoe gaat hij om met succeservaringen en met fouten? Hoe begint hij aan een nieuwe taak? De mate van zelfvertrouwen en de emotionele binding met of de aversie tegen rekenen spelen een grote rol tijdens het verwerven van nieuwe rekenwiskundige kennis en vaardigheden en tijdens het oplossen van rekenwiskundige vraagstukken.

In afbeelding 5.16 laten we zien welke factoren een rol spelen tijdens het oplossen van rekenwiskundige vraagstukken.



Afbeelding 5.16 De samenhang in beeld: combinatie van drieslagmodel, handelingsmodel en kindkenmerken

Bij het plannen en uitvoeren van de handeling speelt het werkgeheugen een belangrijke rol (Van Lieshout, 2006, 2010; Van Lieshout & Berends, 2009). Bij complexere problemen kan een *overload* ontstaan voor het werkgeheugen waardoor de leerling fragmenten van informatie mist en verkeerde berekeningen uitvoert. Dit wordt soms geïnterpreteerd als 'slordig'. De leerling maakt 'vergeetfouten'. Bij het berekenen van de nieuwe prijs voor de tv met korting vergeet hij bijvoorbeeld de berekende 10% te verdubbelen en vervolgens de korting af te trekken van het oorspronkelijke bedrag, waardoor het antwoord niet klopt.

Tijdens de reflectie worden de voorafgaande acties in het geheugen opgeslagen. Hoe gebeurt dat? Welk informatie slaat de leerling op? In feite is het opslaan van het geleerde in het langetermijngeheugen het belangrijkste moment van het leerproces. Als de leerling tijdens de reflectie nog kan vertellen wat hij gedaan heeft en hoe hij iets heeft uitgerekend, is de kans groter dat hij dit goed opslaat in het langetermijngeheugen. De kans daarop is groter als die leerling vooraf weet en onder woorden kan brengen wat en hoe hij het gaat aanpakken. Anders gezegd: als het handelen van de

leerling doelgericht en bewust is, zal de kans op een zinvolle reflectie en opname in het langetermijngeheugen groter zijn. Als hij bovendien koppelingen kan maken met wat hij al weet, ontstaan er betere netwerken van kennis en vaardigheden. Bij een volgende rekenopdracht kan de leerling beter gebruik maken van hetgeen hij opgeslagen heeft in het langetermijngeheugen, zeker als hij wordt gestimuleerd die voorkennis eerst te activeren.

De kwaliteit van de reflectie is daarom een belangrijk aandachtspunt bij onderzoek naar rekenwiskunde-problemen.

5.5 Aandachtspunten voor het signaleren van rekenwiskunde-problemen

Tot slot bieden wij enkele aandachtspunten voor het signaleren van rekenwiskunde-problemen, gerelateerd aan beide modellen en ten aanzien van kindkenmerken. Deze lijst is niet volledig, maar kan helpen in de praktijk scherper en genuanceerder te kijken naar de rekenwiskundige ontwikkeling bij leerlingen. In combinatie met de signalen die geformuleerd zijn in paragraaf 4.8, kunnen de leraar en de interne rekenexpert leerprocessen het leren rekenen in grote mate analyseren.

Hierdoor kunnen problemen wellicht in een vroeg stadium worden ontdekt, waardoor de leraar tijdig kan ingrijpen en zijn onderwijs beter kan afstemmen.

5.5.1 Aandachtspunten ten aanzien van het leerproces van de leerling

A1 - Waar let de leraar op bij een leerling met betrekking tot handelingsniveaus (handelingsmodel)?

- Begrijpt de leerling rekenbegrippen? (Hoe) Kan hij daaraan betekenis verlenen?
- (Hoe) Kan de leerling hoeveelheden bepalen?
- (Hoe) Kan de leerling rekenhandelingen uitvoeren? (informeel: bijvoorbeeld erbij doen, verde-len)
- (Hoe) Kan hij bij de situatie passende rekentaal gebruiken? (bijvoorbeeld het verwoorden van handelingen)
- (Hoe) Kan de leerling op een rekenwiskundige manier onderbouwen of beredeneren wat hij doet (wil gaan doen)?
- (Hoe) Kan de leerling rekenhandelingen uit- of afbeelden? (voorstellingsniveau)
- (Hoe) Kan de leerling overschakelen van het ene naar een ander (hoger/lager) handelingsniveau? Kan de leerling flexibel switchen tussen de niveaus?
- (Hoe) Kan de leerling gebruik maken van zijn gevoel voor getallen, getalstructuren en getalnetwerken bij het schakelen tussen de verschillende handelingsniveaus?

A2 - Waar let de leraar op bij een leerling met betrekking tot oplossingsprocedures (drieslagmodel)?

Bij stap 1 (planning):

- Kan de leerling betekenis geven aan de rekenwiskundige informatie in een context?
- Kan de leerling informatie analyseren en ordenen?
- Kan de leerling relevante voorkennis oproepen uit zijn geheugen?
- Kan de leerling een passende berekening of oplossingsprocedure bedenken?

Bij stap 2 (uitvoering):

- Hoe organiseert de leerling de gekozen oplossingsprocedure?
- Is er sprake van gebrekkige of onbegrepen concepten en procedures?

Bij stap 3 (reflectie):

- Is de leerling voldoende in staat tot reflectie op het eigen handelen?
- Kan de leerling vertellen wat hij heeft gedaan en hoe hij de opdracht heeft uitgevoerd?

A3 - Wat neemt de leraar waar met betrekking tot kindkenmerken?

Met betrekking tot geheugen:

- Kan de leerling relevante voorkennis activeren? (oproepen uit het langetermijngeheugen)
- Kan de leerling resultaten van tussentijdse berekeningen onthouden? (overload van het werkgeheugen)
- Kan de leerling nieuwe rekenwiskundige kennis onthouden?
- Kan de leerling oplossingsprocedures automatiseren en memoriseren? (opslaan van nieuwe kennis in het langetermijngeheugen)
- Kan de leerling een volgende keer de nieuwe verworven kennis weer oproepen uit het geheugen?

NB. Maak onderscheid tussen niet goed begrepen concepten en procedures en fouten als gevolg van overbelasting van het werkgeheugen.

Met betrekking tot affectie, emotie en zelfreflectie (emotioneel welbevinden):

- Hoe begint de leerling aan een taak?
- Hoe gaat de leerling om met fouten?
- Hoe gaat de leerling om met succeservaringen?
- Hoelang kan de leerling zich concentreren op een taak?
- Geeft de leerling uiting aan emoties? Hoe en op welk moment? Is dat incidenteel of structureel? (denk aan opgewekt, weerstand, angst, faalangst, blokkade)

5.5.2 Aandachtspunten voor reflectie op afstemming van het onderwijsaanbod

De volgende vragen helpen de leraar bij het reflecteren op de afstemming van het onderwijsaanbod op de onderwijsbehoeften van leerlingen.

- Wordt in de methode voldoende geoefend op de verschillende handelingsniveaus?
- Bied ik in mijn instructie de leerstof aan op verschillende handelingsniveaus?
- Bied ik gerichte aandacht aan de overgang van het ene niveau naar een volgend niveau door te werken in combinaties van niveaus?
- Stem ik de handelingsniveaus af op de individuele leerling?
- Probeer ik met zwakke rekenaars voldoende niveauverhogend te werken?
- Op welk niveau beheerst de leerling bepaalde leerstof?
- Zie ik voldoende ontwikkeling van informeel naar formeel niveau in het handelen van de leerling?
- Wordt er in de methode aandacht besteed aan de koppeling van context met bewerking?
- Op welke wijze kunnen de leerlingen oefenen? Alleen met (kale) sommen of ook op andere manieren?

- Besteed ik voldoende aandacht aan planning? (horizontaal mathematiseren)
- Besteed ik voldoende aandacht aan reflectie?
- Wat doe ik als ik zie dat een opdracht erg complex (overload) is voor een leerling?

Bij bovenstaande vragen is altijd de volgende vraag belangrijk: (Hoe) kan ik dat (nog verder) verbeteren? Hoe kan ik als ik beter afstemmen op de onderwijsbehoeften van deze leerling?

Enkele aanbevelingen voor het didactisch handelen:

- Ga altijd met de leerling in gesprek en vraag na wat hem beweegt of wat hij doet of denkt.
- Onderzoek rekenwiskunde-problemen niet alleen door het analyseren van rekenfouten bij kale sommen. Analyseer ook oplossingsprocedures van leerlingen bij contextopdrachten.
- Leg daarbij de focus op het strategisch denken en handelen van de leerling tijdens het plannen, het uitvoeren en tijdens de reflectie.
- Bied betekenisvolle contexten aan. Het rekenen krijgt daardoor betekenis. De rekenvaardigheid wordt daardoor verbeterd.
- Leer effectieve planningsstrategieën en slimme controlestrategieën aan. Dat is net zo belangrijk als het aanleren van technische rekenvaardigheid.

In opvallende situaties is het belangrijk direct goed te observeren en eventueel collega's te raadplegen. Ook overleg met de ouders/verzorgers is raadzaam. Zij kunnen waardevolle informatie bieden. In de volgende hoofdstukken gaan we uitgebreid in op het handelen in de praktijk.

6 **Diagnosticerend onderwijzen**

In de eerste twee hoofdstukken staan de achtergronden en uitgangspunten die aan het protocol ERWD ten grondslag liggen. De hoofdstukken 3 en 4 behandelen de ontwikkeling van leerlingen en vier hoofdlijnen in de leerprocessen binnen het rekenwiskunde-onderwijs. Hoofdstuk 5 besteedt aandacht aan twee observatiemodellen die centraal staan in het protocol. In het verlengde daarvan behandelen wij in dit hoofdstuk het concept *diagnosticerend onderwijzen*. Inzichten uit de vorige hoofdstukken verbinden wij met elkaar om deze wenselijke manier van lesgeven te schetsen.

Diagnosticerend onderwijzen is een didactische aanpak die voortdurend inspeelt op wat leerlingen doen en zeggen en hoe zij denken en handelen. In plaats van het verzorgen van een standaard aanbod vindt er een continu proces plaats van observeren, signaleren, analyseren, registreren, interpreteren en afstemmen.

Deze didactische aanpak staat voor goed rekenwiskunde-onderwijs en heeft consequenties voor de leerling, de leraar, de klas en de school. Hij past binnen onderwijsconcepten voor passend onderwijs zoals opbrengstgericht werken en handelingsgericht werken (HGW) (Pameijer, Van Beukering & De Lange, 2009).

6.1 De drie pijlers van het protocol

In het protocol spelen drie variabelen een grote rol: de rekenwiskundige ontwikkeling van de leerling, het rekenwiskunde-onderwijs en de leraar. De samenhang hiertussen vormt de kern van dit protocol. Elk van de pijlers beïnvloedt de andere. Het protocol verwijst steeds naar de optimale combinatie om de rekenwiskundige ontwikkeling van leerlingen zo goed mogelijk te laten verlopen. Eerst worden de drie pijlers afzonderlijk gepresenteerd, daarna in hun onderlinge samenhang.

6.1.1 De rekenwiskundige ontwikkeling van de leerling

Rekenwiskundige ontwikkeling gaat samen met onderwijsbehoeften van de leerling. Bij een normale ontwikkeling laat de leerling geleidelijke vooruitgang zien in zijn ontwikkeling. Als zich problemen voordoen zal de leraar het onderwijs beter op de onderwijsbehoeften van de leerling moeten afstemmen. Naarmate problemen ernstiger worden, worden de onderwijsbehoeften specifiek. Het onderwijsaanbod wordt dan ook steeds nauwkeuriger afgestemd.

In het protocol onderscheiden wij vier fasen in (specifieke) onderwijsbehoeften van leerlingen bij het leren van rekenen-wiskunde. De fasen duiden op de mate waarin de leraar rekenwiskunde-problemen bij een leerling heeft gesignaleerd en welk onderwijsaanbod daarbij past. Elke fase heeft een eigen kleurcode. In afbeelding 6.1 staan de vier fasen met hun kleurcodes bijeen. In de volgorde van groen naar rood nemen de specifieke onderwijsbehoeften en dus ook de behoefte aan specifieke afstemming toe. De bovengemiddelde leerlingen, de goede rekenaars, blijven in dit protocol buiten beschouwing.

Een leerling kan tijdens een bepaalde periode van zijn rekenwiskundige ontwikkeling in de ene fase functioneren (bijvoorbeeld geel) en op een ander moment in een andere fase (bijvoorbeeld groen). Ook kan een leerling tegelijkertijd op verschillende leerstofonderdelen in een verschillende fase functioneren. De afbeelding laat zien welk type ondersteuning de leerling in welke fase nodig heeft.

In principe kan een leerling met een normale rekenwiskundige ontwikkeling (fase groen) uit de voeten met het onderwijsaanbod dat de leraar vanuit de methode aanreikt. De leraar zal steeds proberen de leerling in fase groen te krijgen of te houden.

Diagnosticerend onderwijzen helpt de leraar geringe problemen te signaleren en vast te stellen in de ontwikkeling van rekenwiskundige inzichten, kennis en vaardigheden van een leerling (fase geel). De rekenwiskundige ontwikkeling vraagt dan om meer afstemming van het aanbod op specifieke onderwijsbehoeften. Door deze gerichte afstemming zijn de problemen oplosbaar en kan de leerling weer aansluiten bij de groep (groen). Sommige leerlingen functioneren wisselend in fase groen en fase geel.

Soms heeft een leerling in fase geel onvoldoende baat bij dat afgestemde aanbod. Zijn rekenwiskundige ontwikkeling laat ondanks de maatregelen van de leraar aantoonbaar onvoldoende vooruitgang zien, gemeten over een periode van maximaal zes maanden. De school voert dan aanvullend (intern) diagnostisch onderzoek uit om de aard van de rekenwiskunde-problemen nog beter in kaart te brengen. Dit onderzoek kan uitwijzen dat er sprake is van ernstige rekenwiskunde-problemen (fase oranje).



Afbeelding 6.1 Fasen-indeling rekenwiskunde-problemen

De school stelt vervolgens een individueel handelingsplan op voor de afstemming van het onderwijs op de specifieke onderwijsbehoeften van de leerling. Gaat de leerling dankzij deze begeleiding voldoende vooruit, dan kan hij terug gaan naar de begeleiding die nodig is bij fase geel. Begeleiding binnen fase oranje duurt in eerste instantie niet langer dan een half jaar. Ook hier geldt dat leerlingen bij verschillende domeinen of onderdelen daarvan, wisselend behoeften hebben aan begeleiding volgens fase geel of fase oranje.

Soms laat de rekenwiskundige ontwikkeling van deze leerling, ondanks de intensieve begeleiding, geen aantoonbare vooruitgang zien. Dan volgt fase rood.

De leerling wordt aangemeld voor extern onderzoek. Dit onderzoek wordt uitgevoerd door een externe diagnosticus die tevens rekenexpert is of die nauw samenwerkt met een rekenexpert. Het handelingsadvies van de externe diagnosticus leidt tot een individueel begeleidingstraject binnen de school en/of door een externe expert. De externe diagnosticus verleent deze leerling een *ERWD-indicatie*. De leerling heeft de meest specifieke vorm van deskundige begeleiding nodig. Dit begeleidingstraject in fase rood wordt na een half jaar geëvalueerd.

Als er aantoonbare vooruitgang is, en daarmee expliciet duidelijk is onder welke condities dit wordt bereikt, kan de leerling terug naar fase oranje. De school zorgt voor realisatie van deze specifieke afstemming binnen de eigen school voor leerlingen in fase oranje.

Als blijkt dat er geen positieve verandering optreedt, is er sprake van ernstige en hardnekkige rekenwiskunde-problemen (fase rood). De begeleiding wordt structureel en blijft intensief, ondersteund door een interne of externe rekenexpert. Als de problemen ernstig en hardnekkig blijven, komt de leerling vanaf groep 6 in aanmerking voor een dyscalculieverklaring. Een dyscalculieverklaring is geldig gedurende de schoolcarrière om specifieke begeleiding en faciliteiten mogelijk te maken.

Wij gaan ervan uit dat bij toepassing van de voorgaande stappen slechts een zeer beperkt aantal leerlingen in aanmerking hoeft te komen voor een dyscalculieverklaring (zie verder de hoofdstukken 8 en 10).

Hoewel een dyscalculieverklaring pas vanaf groep 6 wordt verstrekt, verdient het aanbeveling bij signalering van ernstige problemen al in een eerder stadium extern onderzoek te laten plaatsvinden, bijvoorbeeld in groep 4 of 5. Met een specifiek afgestemde, deskundige en intensieve begeleiding kan dan de ontwikkeling van rekenen-wiskunde nog goed worden bijgestuurd. Pas vanaf groep 6 kan een extern diagnosticus vaststellen of een leerling baat heeft bij een dyscalculieverklaring. Ook daarna blijft de hulp in de school intensief en structureel. De school zet alle zeilen bij om het onderwijs optimaal op specifieke onderwijsbehoeften van deze leerling af te stemmen.

6.1.2 Het rekenwiskunde-onderwijs

Rekenwiskunde-problemen kunnen in veel situaties worden voorkomen of gereduceerd door diagnosticerend onderwijzen. Met deze didactische aanpak stemt een leraar het rekenwiskunde-onderwijs optimaal af op de rekenwiskundige ontwikkeling van de leerling en de daaruit voortvloeiende onderwijsbehoeften. Afhankelijk van eventueel optredende problemen leidt dat tot passend, handelingsgericht didactisch handelen.

Het begrip diagnosticerend onderwijzen lijkt uit te gaan van het perspectief van de leraar. De nadruk ligt echter op *diagnosticerend*, de leraar concentreert zich op het denken en handelen van de leerling en stemt zijn eigen pedagogisch en didactisch handelen daar zo goed mogelijk op af.

Om die afstemming op de ontwikkeling van de (individuele) leerling te realiseren, zijn zorgvuldige analyses van de vorderingen van de leerling en programmering van onderwijsactiviteiten noodzakelijk. De leraar kan differentiatie toepassen, zodat leerlingen niet allemaal op hetzelfde ogenblik, in hetzelfde tempo, op dezelfde wijze hetzelfde werk doen. Leerlingen worden op grond van hun onderwijsbehoeften in subgroepjes ingedeeld. In elk van deze groepjes stemt de leraar werktempo, leerstofonderdeel en werk-/denkniveau op elkaar af en zet daartoe zinvolle werkvormen in. In bijzondere gevallen wordt deze differentiatie zelfs tot op het niveau van de individuele leerling doorgevoerd.

In de praktijk zijn de gebruikte vormen van differentiatie niet altijd gericht op dit type brede afstemming. Zo is het verlengen van instructietijd niet hetzelfde als het bieden van een specifieke instructie, optimaal afgestemd op onderwijsbehoeften van de (individuele) leerlingen. Deze analyse en de daarop gebaseerde afstemming staan centraal in diagnosticerend onderwijzen.

6.1.3 De leraar

Uit het voorgaande blijkt dat het didactisch handelen van de leraar cruciaal is voor het succes van preventie van ernstige rekenwiskunde-problemen. In het didactisch handelen van de leraar onderscheiden wij een aantal stappen. Net als het leerproces waarop deze stappen gericht zijn, vormen de stappen een (zich steeds weer herhalende) cyclus. Het gaat om:

- het denken en handelen van de leerling observeren;
- eventuele knelpunten en herkenbare beheersing signaleren;
- bevindingen en (toets)resultaten analyseren;
- uitkomsten interpreteren;
- de afstemming voorbereiden, uitgesplitst in:
 - onderwijsbehoeften bepalen;
 - leerstof selecteren;
 - instructie- en werkvormen kiezen;
- de afgestemde les(sen) uitvoeren;
- resultaten registreren.

Bij de uitvoering begint de cyclus weer opnieuw: de leraar observeert het denken en handelen van de leerling en signaleert eventuele problemen enzovoort. De invalshoek van het leraargedrag en van het gedrag van de leerling raken elkaar permanent – dat is de kern van didactiek, zeker van op afstemming gerichte didactiek.

Dit vraagt van de leraar een onderzoekende houding, waardoor hij voortdurend op het eigen handelen en het effect daarvan reflecteert. De leraar kan alleen dan op basis van zijn waarnemingen en analyses, het eigen didactisch handelen zonodig bijstellen.

In dit protocol onderscheiden wij drie manieren van lesgeven, die wij ‘sporen’ noemen. Spoor 1 zien wij als de startfase voor beginnende leraren die vertrouwd raken met het rekenwiskunde-onderwijs in de praktijk en nog niet voldoende bekend zijn met de gebruikte rekenwiskunde-methode. De leraar kan omgaan met geringe verschillen in de groep.

Diagnosticerend onderwijzen krijgt vorm op spoor 2. Daardoor wordt afstemming op de onderwijsbehoeften van de groep gerealiseerd. Spoor 2 is daarom de basis voor passend onderwijs.

Op spoor 3 voert de leraar diagnosticerend onderwijzen verder door om, waar nodig, tot afstemming op specifieke onderwijsbehoeften van individuele leerlingen te komen.

Deze drie sporen sluiten aan op de werkwijze van de zogenaamde 1-zorgroute (Clijsen, Förer & Leenders, 2007), die inmiddels op veel scholen wordt gehanteerd. Wij beschrijven het leraargedrag dat bij elk van deze drie sporen hoort, de consequenties voor leerlingen en de wenselijke ondersteuning voor de leraar.

Met name de manier waarop de leraar in staat is af te stemmen op onderwijsbehoeften van leerlingen is onderscheidend. De mate van afstemming waartoe een leraar in staat is, wordt beschouwd als een maat voor vakbekwaamheid. Een leraar kan groeien in deze bekwaamheid. Wij spreken in dit protocol over drie sporen om deze verschillen aan te duiden. In afbeelding 6.2 staat een korte typering van de drie sporen. Deze worden verderop uitgebreider beschreven. Afbeelding 6.7 op pagina 184 laat zien hoe deskundigheid en ondersteuning samenhangen.

Mate van afstemming	Indicaties
Spoor 1	De leraar ... <ul style="list-style-type: none"> • is startbekwaam; • benadert de klas als een homogene groep; • gebruikt een goede rekenwiskunde-methode; • kan conform de methode observeren, toetsresultaten interpreteren en problemen inschatten; • kan omgaan met geringe verschillen in de groep; • krijgt structurele ondersteuning van de interne reken-expert bij de begeleiding van leerlingen in de fasen geel, oranje en rood.
Spoor 2	De leraar ... <ul style="list-style-type: none"> • zie spoor 1, plus • differentieert binnen de groep met subgroepen; • kan spelen met de methode, gebaseerd op inzicht in leerstoflijnen en ontwikkelingslijnen van kinderen; • kan lesinhoud en lesmateriaal afstemmen op de onderwijsbehoeften van leerlingen; • kent de verschillende handelingsniveaus en spreekt leerlingen op het juiste niveau aan; • krijgt regelmatige ondersteuning van de interne rekenexpert bij de begeleiding van leerlingen in de fase oranje en de fase rood.
Spoor 3	De leraar ... <ul style="list-style-type: none"> • zie spoor 2, plus • differentieert binnen de groep met subgroepen en individuele leerlingen; • legt individuele accenten in de (sub)groepsplannen; • kan individuele hulp binnen de groep geven; • kan een diagnostisch gesprek voeren; • werkt voor de begeleiding van leerlingen in de fase oranje en de fase rood 'op maat' samen met de interne rekenexpert en indien nodig met externe deskundige(n).

Afbeelding 6.2 Drie sporen

6.1.4 Samenwerken in het team

In een professioneel team wordt samenwerken als iets vanzelfsprekends ervaren. De verschillen in het team worden erkend, benoemd en benut. Dit is een voorwaarde om inhoud te geven aan de gedeelde verantwoordelijkheid voor een goede ontwikkeling van alle leerlingen (Van Emst, 1999). Elk team bestaat uit meer en minder ervaren leraren met verschillende specialismen. De een is gespecialiseerd in taal, de ander in rekenen-wiskunde. Ook zijn er binnen elk team leraren die heel goed kunnen differentiëren bij rekenen-wiskunde en andere leraren die daar meer moeite mee hebben. De school kan het werk zo organiseren dat leraren elkaar ondersteuning bieden. Ondersteuning wordt ook geboden door de interne rekenexpert. Wij gebruiken in het vervolg de term interne rekenexpert (zie hoofdstuk 10, afbeelding 10.2).

Taal- en rekenwiskunde-lessen kunnen groepsdoorbrekend worden georganiseerd en leraren kunnen elkaar coachen. De vorderingen en individuele problemen in de ontwikkeling van leerlingen worden regelmatig doorgenomen tijdens respectievelijk groepsbesprekingen en leerlingbesprekingen. De ontwikkeling van individuele leerlingen wordt hierdoor een verantwoordelijkheid van het hele team en niet alleen van de individuele leraar.

De ervaring die een leraar heeft met de afstemming op onderwijsbehoeften bij het ene vak, kan een positieve uitstraling hebben op het leren afstemmen bij andere vakken. Leraren werken aan professionalisering door samenwerking en reflectie op hun didactisch handelen en kunnen zo doorgroeien naar afstemmingsmogelijkheden op spoor 2, en mogelijk zelfs op spoor 3. Dit heeft vooral een duurzaam effect als de schoolleiding dit actief ondersteunt en faciliteert (Denis & Van Damme, 2010).

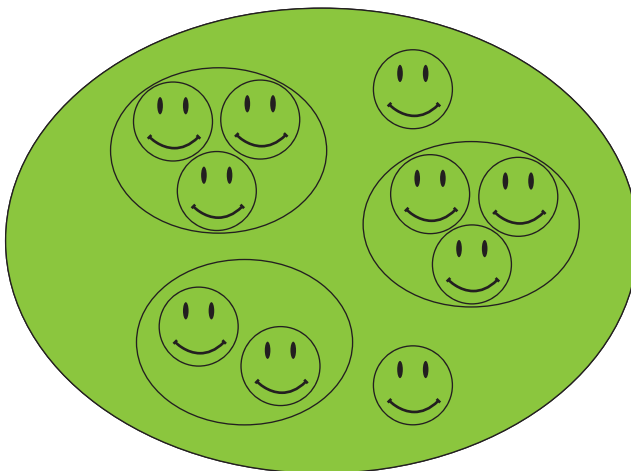
6.2 Lesgeven op spoor 1: de klas als homogene groep

De leraar op spoor 1 is startbekwaam en gebruikt een goede rekenwiskunde-methode. Hij werkt volgens de richtlijnen van de methode en volgt de aanwijzingen in de handleiding op. De methode biedt al vaak aanwijzingen voor differentiatie. Hij volgt de methode en wijkt daarvan vrijwel niet af, ook niet in situaties waarin dat wenselijk is. Afstemming op specifieke onderwijsbehoeften van leerlingen is daardoor niet of slechts beperkt aan de orde. De leraar benadert de leerlingen hoofdzakelijk als homogene groep, alsof alle leerlingen functioneren in fase groen.

De leraar op spoor 1 kan aan de hand van de aanwijzingen in de methode rekenlessen geven, observeren, toetsresultaten vastleggen en eventuele problemen signaleren. Hij kan extra hulp bieden:

- door dezelfde stof nog een keer aan te bieden (instructie);
- met behulp van extra oefenstof (van de methode).

In afbeelding 6.3 onderscheiden wij groepjes leerlingen met specifieke onderwijsbehoeften. De leraar op spoor 1 kan daar (nog) niet op inspelen. Hij kan leerlingen met achterblijvende resultaten signaleren met behulp van de bloktoetsen, maar hij vindt het moeilijk om de kern van de problemen te herkennen en op basis daarvan te differentiëren.



Afbeelding 6.3 Lesgeven op spoor 1. De homogene groep

Het rekenwiskunde-onderwijs op spoor 1 kenmerkt zich door de volgende punten.

Groepsplan opstellen

Voordat de leraar op spoor 1 aan een nieuw lesblok begint, stelt hij een groepsplan op gebaseerd op de leerstof van dat blok en niet op de onderwijsbehoeften van de leerlingen. Hij volgt de opbouw van de methode. Hij brengt niet of nauwelijks individuele accenten aan. Alle leerlingen krijgen dezelfde leerstof aangeboden, conform de methode, waarbij in geringe mate rekening gehouden wordt met verschillen tussen leerlingen.

Observeren

De leraar op spoor 1 observeert dagelijks de leerlingen tijdens interactiemomenten en als zij zelfstandig werken. De meeste methoden bieden observatiepunten per les. Sommige aanwijzingen richten zich op het resultaat (op productniveau). Bijvoorbeeld: Hebben de leerlingen de tafels geautomatiseerd? Welke leerlingen hebben wel of niet de goede oplossingen?

Andere observatiepunten richten zich op het leerproces. Welke leerlingen begrijpen de instructie wel? Wie niet? Welke leerlingen hebben verlengde instructie nodig? De leraar houdt de vorderingen bij.

Evaluatie

De leraar neemt methodegebonden toetsen af en registreert de toetsresultaten in het leerlingvolgsysteem. Hij inventariseert de leerlingen die onvoldoende toetsresultaat behalen. Hiermee krijgt hij zicht op de vooruitgang van zijn leerlingen op productniveau. Vrijwel alle methoden geven na elke toets aanwijzingen voor vervolgvactiteiten (verrijkingsstof/herhalingsopdrachten). De leraar volgt deze aanwijzingen op.

Signaleren

De leraar op spoor 1 vermoedt wellicht dat er leerlingen in de groep zitten die rekenwiskunde-problemen ervaren. Hij kan in zijn onderwijs niet adequaat inspelen op dit gegeven. Het is dan ook van belang dat deze leraar tijdig ondersteuning krijgt van de interne rekenexpert. Gebeurt dit niet dan bestaat het risico dat hij leerlingen met rekenwiskunde-problemen niet tijdig herkent. Dit heeft tot gevolg dat deze leerlingen geen of niet tijdig gerichte begeleiding ontvangen.

6.2.1 Spoor 1: ondersteuning van de leraar

Een leraar die de klas als een min of meer homogene groep benadert (spoor 1), heeft waarschijnlijk nog niet de bekwaamheid diagnostiserend te onderwijzen. Hij kan aan de hand van de methode enigszins inspelen op natuurlijke verschillen in de ontwikkeling van de leerlingen, maar mist de vaardigheid knelpunten in de ontwikkeling te signaleren en op hun specifieke onderwijsbehoeften in te gaan.

Bij het lesgeven op spoor 1 mist de leraar de ervaring of bekwaamheid om:

- te bepalen of en hoe rekenwiskunde-problemen ontstaan;
- te signaleren of een leerling problemen ervaart met rekenen-wiskunde;
- in te spelen op gevarieerde onderwijsbehoeften van leerlingen (differentiëren);
- instructie te geven op een andere wijze dan de methode aanreikt (methodeoverstijgende kennis).

De leraar die lesgeeft volgens spoor 1 heeft daarom behoefte aan ondersteuning van een interne rekenexpert of van een collega die deze bekwaamheid al wel heeft ontwikkeld. Als de school zich als doel stelt om het onderwijs af te stemmen op (de onderwijsbehoeften van) de leerlingen, vraagt dat een investering in collegiale samenwerking. Samen met de collega analyseert de leraar toetsresultaten en andere observatiegegevens. Hierdoor kunnen zij verschillen tussen leerlingen betekenis geven en (dreigende) problemen in de rekenwiskundige ontwikkeling van leerlingen identificeren (vanaf fase geel). Dat is het geval als een leerling bijvoorbeeld een of meer onderdelen van de methodegebonden toets (bij herhaling) niet blijkt te beheersen.

Alle rekenzwakke leerlingen worden regelmatig besproken in het team. Het team zet samen met de groepsleraar een passende ondersteuning op voor deze leerlingen. Zo ontstaat collegiale coaching van de leraar. Hij krijgt zicht op welke leerlingen in de groep rekenwiskunde-problemen ervaren en op individuele verschillen tussen leerlingen.

De ondersteuning voor deze leerlingen vindt plaats binnen de groep en wordt geboden vanuit het team. Zo scheidt het team de voorwaarden om voor deze groep leerlingen de vinger aan de pols te houden en om de leraar verder te bekwamen. Tevens weten de leraren van elkaar wat er speelt in elke groep en kunnen gebruik maken van elkaars expertise. Zo ontstaat teamdeskundigheid.

Met name in de onderbouw is het van cruciaal belang leerlingen met potentiële rekenwiskunde-problemen tijdig te signaleren en goed te begeleiden. Leerlingen die ernstige rekenwiskunde-problemen (fase oranje of fase rood) ervaren, worden begeleid door de interne rekenexpert. De rekenexpert bespreekt de vorderingen met de leraar.

6.2.2 Spoor 1: Wat betekent dit voor rekenzwakke leerlingen?

De meeste methoden worden geschreven voor de gemiddelde leerling, maar bieden mogelijkheden voor differentiatie. Als de leraar trouw de methode volgt, kan hij de indruk krijgen dat het tempo en de hoeveelheid oefenstof voor de meeste leerlingen goed zijn.

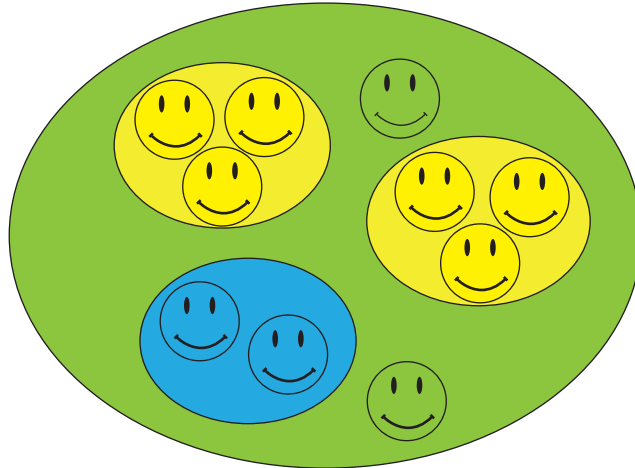
In een rekenwiskunde-methode is het onderwijsaanbod echter nooit optimaal afgestemd op de specifieke onderwijsbehoeften van (individuele) leerlingen. Dat is een taak voor de leraar.

Wanneer alle leerlingen dezelfde leerstof aangeboden krijgen, is er geen sprake van differentiatie. De leraar houdt geen rekening met de verschillende onderwijsbehoeften van de individuele leerlingen. Dit kan leiden tot onvoldoende afstemming waardoor onnodig problemen kunnen ontstaan. Leerlingen met specifieke onderwijsbehoeften lopen het risico dat zij niet tijdig worden gesignaleerd en geen voor hen adequaat onderwijsaanbod krijgen. Dat heeft al snel consequenties voor hun competentiegevoel en hun zelfvertrouwen bij rekenen-wiskunde.

Leerlingen ontwikkelen tijdens de lessen rekenwiskundige concepten en oplossingsprocedures. De vraag is dan steeds of die concepten de juiste inhoud hebben en of die procedures worden ingezet op basis van de juiste signalen en uitgevoerd in de bedoelde volgorde. Op het moment dat een leraar dit niet in de gaten heeft, krijgt de leerling niet de feedback die nodig is om goede elementen te verankeren en onjuiste te corrigeren. Rekenzwakke leerlingen lopen daardoor het risico dat zij fragmentarische kennis en gebrekkige oplossingsprocedures ontwikkelen, zoals beschreven bij hoofdlijn 1 en 2 in hoofdstuk 4. Dit leidt tot een wankel basis voor verder ontwikkeling. Deze leerlingen lopen hierdoor het risico steeds grotere problemen te gaan ervaren.

6.3 Lesgeven op spoor 2: differentiatie in subgroepen

De leraar op spoor 2 handelt doelgericht. Hij werkt binnen de groep met enkele subgroepjes die specifieke ondersteuning nodig hebben op deelgebieden. De basisgroep bestaat uit leerlingen die in hun ontwikkeling geen problemen ervaren (fase groen). In afbeelding 6.4 staan twee subgroepjes met zwakkere rekenaars (fase geel) en een subgroepje (blauw) met de goede rekenaars. De laatste subgroep laten wij in het protocol als aparte groep buiten beschouwing, maar zij lopen bij het ontbreken van afstemming wel degelijk ook risico's.



Afbeelding 6.4 Lesgeven op spoor 2. Differentiatie in subgroepen

De leraar op spoor 2 kent het normale verloop (de ideale lijn) van de rekenwiskundige ontwikkeling van leerlingen van groep 1 tot en met de uitstroom naar het voortgezet onderwijs. Hij is goed vertrouwd met de methode en heeft methodeoverstijgende kennis van leerstoflijnen over de gehele schoolperiode. Hij gebruikt de methode om zijn instructie, de leerstof en de denkmodellen af te stemmen op de onderwijsbehoeften van de (subgroepjes) leerlingen. Hij kan dit doen omdat hij inzicht heeft in de ontwikkeling van de leerlingen. Hij kan de onderwijsbehoeften van de leerlingen in kaart brengen.

De leraar houdt de vorderingen bij, kan resultaten van toetsen interpreteren en daar conclusies uit trekken voor het volgende groepsplan (de volgende les of het volgende lesblok). Hij kan op groepsniveau of op leerlingniveau (toets)prestaties vergelijken met landelijke normen. Hierbij gebruikt hij methodeoverstijgende toetsen. Hij kan zelf toetsen selecteren of samenstellen om een specifieke vraagstelling te onderzoeken (signalerings-toetsen). Bijvoorbeeld een toets die een periode van een half jaar bestrijkt.

De leraar maakt gebruik van de aanwijzingen in de methode, gebruikt zijn kennis van de vier hoofdlijnen (begripsvorming, ontwikkelen van oplossingsprocedures, vlot leren rekenen, flexibel toepassen; zie hoofdstuk 4) en van de twee didactische modellen (het handelingsmodel en het drieslagmodel; zie hoofdstuk 5). Hij verwerft inzicht in de denkprocessen, handelingsniveaus en procedures van zijn leerlingen. Zijn (dagelijkse) observaties, signaleringen en analyses zijn van invloed op zijn didactisch handelen en onderwijsactiviteiten. Deze stemt hij af op de rekenwiskun-

dige ontwikkeling van de leerlingen. De leraar werkt met subgroepjes en probeert alle rekenaars leervorderingen te laten ervaren, zodat zij niet gedemotiveerd raken. Door situaties te creëren waarin leerlingen van verschillend niveau zinvol samenwerken, voorkomt hij stigmatisering en isolement van bepaalde leerlingen.

De leraar zorgt ervoor dat elke leerling tijdens elke les bewust bezig is met het behalen van een herkenbare en haalbare opbrengst (als doel van de les). De leraar zorgt er daarom voor dat hij het doel van de les heel concreet maakt voor de leerling. Samen met de leerlingen evalueert hij of zij dat doel hebben bereikt.

Werken op spoor 2 stelt hoge eisen aan de professionele bekwaamheid van de leraar. Hij heeft kennis van leerstoflijnen, rekendidactiek en de methode.

Hij kent zijn leerlingen en de methode door en door en heeft hoge, maar wel realistische verwachtingen van zijn leerlingen. Hij kan observeren, differentiëren en het programma afstemmen op de leerlingen. Hij kent bevorderende en belemmerende factoren van de leerlingen. Hij is in staat om in subgroepjes leerlingen met specifieke onderwijsbehoeften doelgericht en effectief te helpen. Hij is vaardig in het maken van plannen op blokniveau waarmee hij zijn onderwijs differentieert. Bij de uitvoering tijdens de les zorgt hij voor flexibele en verder verfijnde afstemming. De leraar laat tijdens de lessen de leerlingen in de subgroepjes op verschillende handelingsniveaus werken. Hij past de stappen van het drieslagmodel toe in rekengesprekken.

6.3.1 Spoor 2: op blokniveau

De leraar op spoor 2 werkt met een groepsplan dat hij heeft verfijnd naar subgroepen. Voordat de leraar aan een nieuw lesblok begint, evalueert hij zijn vorige groepsplan. Welke doelen werden beoogd? Welke hebben de leerlingen wel en welke hebben zij niet bereikt? Zijn de eigen aandachtspunten uit de verf gekomen? Bij deze evaluatie betreft hij ook de evaluatie-uitkomsten van eerdere (sub)groepsplannen.

Analyseren, signaleren en interpreteren

De leraar op spoor 2 verzamelt informatie door observaties tijdens zijn lessen en door bestudering van de toetsresultaten en de overzichten van leerlingegegevens. Hij analyseert zijn bevindingen en gaat de vorderingen en de belemmeringen van de leerlingen na. Hij leidt hun onderwijsbehoeften voor het komende lesblok af uit zijn analyse. Hij vormt opnieuw een basisgroep en subgroepjes. Ook kan hij vanuit deze analyse leerlingen opmerken die onvoldoende vooruitgang laten zien of zelfs stagneren. Bij zulke leerlingen bereikt hij, ondanks al zijn inspanningen, toch niet de juiste afstemming. Hij vraagt de interne rekenexpert om advies bij het nemen van meer verfijnde maatregelen voor de begeleiding van zulke leerlingen.

Afstemmen

De leraar op spoor 2 stemt zijn onderwijsprogramma voor het komende lesblok af op de onderwijsbehoeften van de groep en met name op die van de subgroepen. Hij beschrijft de doelen en de extra aandachtspunten voor de subgroepen op deelgebieden. Hij beschrijft specifieke aandachtspunten voor een bepaalde subgroep, zoals extra aandacht voor betekenisverlening of juist specifieke aandacht voor uitvoering van oplossingsprocedures. Hij past zijn onderwijsprogramma aan, bijvoorbeeld door het aantal rekenwiskunde-opdrachten te beperken, andere leerstof of leerstof op een ander handelingsniveau aan te bieden. Vervolgens stelt hij hiermee zijn groepsplan op voor de komende periode.

6.3.2 Spoor 2: op lesniveau

De leraar op spoor 2 werkt op basis van een groepsplan, dat hij heeft verfijnd naar de onderscheiden subgroepen. Hij heeft duidelijk voor ogen welke doelen de leerlingen moeten bereiken. Hij probeert alle leerlingen hun doelen te laten behalen. Hij observeert, signaleert, analyseert en interpreteert voortdurend de handelingen van de leerlingen. Hij geeft extra aandacht aan de leerlingen die dat nodig hebben en stemt zijn didactisch handelen en zijn onderwijsactiviteiten nauwkeurig op hen af. Hij volgt de vorderingen van de leerlingen en houdt deze bij. Hij neemt toetsen af en hij registreert de resultaten in het leerlingvolgsysteem.

Observeren en signaleren

De leraar op spoor 2 observeert om beter zicht te krijgen op het leerproces van de leerlingen en hierbij aan te sluiten. Daartoe voert hij ook rekengesprekken met de subgroepjes. Deze gesprekken zijn onderdeel van de dagelijkse routine van diagnosticerend onderwijzen. Hij gebruikt hiervoor de observatiemodellen uit hoofdstuk 5 (handelingsmodel en drieslagmodel). Hij kijkt en luistert naar leerlingen. Hij noteert zijn bevindingen in het leerlingvolgsysteem.

Hij gebruikt de rekengesprekken op verschillende momenten: voorafgaand aan en tijdens of na het uitvoeren van rekenwiskunde-opdrachten. Maar ook na een toets wanneer hij de resultaten heeft geanalyseerd kan hij met (individuele) leerlingen een rekengesprek houden. Hij gaat dan na waardoor de leerlingen onvoldoende gescoord hebben. Dit is zowel product- als procesanalyse. Naar aanleiding van zo'n rekengesprek besluiten de leraar en de interne rekenexpert of verder diagnostisch onderzoek nodig is.

Twee voorbeelden van mogelijke toepassingen van het rekengesprek zijn:

- In plaats van direct iets uit te leggen in een subgroepje begint de leraar met een gesprek en stelt vragen om eerder verworven kennis en vaardigheden op te halen en te activeren. Hiermee krijgt hij zicht op wat de leerlingen in het subgroepje werkelijk kunnen zodat hij hierop kan aansluiten. Dit betekent bijvoorbeeld dat hij insteekt op een lager handelingsniveau en probeert de leerling naar het gewenste niveau te brengen.
- Tijdens het uitvoeren van rekenwiskunde-opdrachten observeert de leraar hoe leerlingen verworven kennis inzetten bij het uitvoeren van hun opdrachten. Verder onderzoekt hij de denkprocessen en oplossingsprocedures van leerlingen en de handelingsniveaus waarop leerlingen werken. Hij gaat in gesprek, kijkt en luistert, laat ze vertellen, verwoorden en tekenen wat ze denken, om zo te kunnen evalueren of de beoogde opbrengst al is bereikt.

De leraar kan andere momenten en middelen plannen om extra informatie te krijgen over de vorderingen in de rekenwiskundige ontwikkeling van de leerlingen. Hij kan gebruik maken van de observatiepunten en toetsen uit de lesmethode of van methodeonafhankelijke (signalerings)toetsen.

Zoals uit het tweede voorbeeld blijkt, maakt de leraar niet altijd gebruik van formele toetsen. Informele evaluatie gebeurt vooral aan de hand van voortdurende observatie tijdens de lessen en door na te vragen hoe leerlingen taken aanpakken, zowel bij goede als bij minder goede resultaten. Niet alleen het antwoord levert de leraar informatie op, maar juist ook de gevolgde denkwijze en werkwijze. Dus niet (alleen) het product, maar vooral het proces geeft informatie over de mate van beheersing. De leraar gaat na of de leerling mogelijk onbegrepen procedures hanteert, of er sprake is van hiaten in de kennis van bijvoorbeeld rekenwiskundige begrippen of concepten. Oorzaken

daarvan kunnen schuilen in onbegrepen instructie en of in een leerstofaanbod dat niet aansluit bij het niveau van de leerling.

Verder biedt zo'n informele evaluatie een beeld van de mate waarin een leerling al beschikt over geautomatiseerde procedures of gememoriseerde rekenfeiten. Dat kan zelfs met korte rekenwiskunde-opdrachten tussendoor, zonder dat daaraan het gewicht van een toets wordt gehangen. De leraar kan bijvoorbeeld bepaalde leerstofonderdelen die eerder klassikaal aan de orde zijn geweest, laten terugkomen in herhalingstaken. Hij kan bij deze opdrachten observeren hoe de leerlingen deze opdrachten uitvoeren. Daarbij maakt hij een keus voor observatie bij de hele groep of juist bij een subgroepje. Ook maakt hij een keus tussen observeren en een interactieve evaluatie op proces- of op productniveau. Wat kan de leerling al vlot en snel? Wat gaat moeizaam? Hoe voert hij een oplossingsprocedure uit? De leraar kan hierbij gebruik maken van het handelingsmodel en het drieslagmodel. Op deze wijze krijgt hij de specifieke onderwijsbehoeften van de leerling in beeld.

Analyseren, interpreteren en afstemmen

De leraar op spoor 2 gebruikt de informatie uit de observaties en de rekengesprekken voor het plannen van volgende lessen. Hij evalueert of de resultaten van de vorige les overeenstemmen met de doelen van die les. Hij neemt eventuele verschillen mee in de evaluatie en de daarop aansluitende analyse van het resultaat. Bij het bepalen van het doel van de komende lessen houdt hij extra rekening met specifieke behoeften en kenmerken van bepaalde leerlingen. Dit kan ertoe leiden dat hij de subgroepjes opnieuw indeelt of bepaalde leerlingen een extra zetje geeft. Hij beslist voorafgaand aan de les welke leerstof, instructie en oefenvormen de leerlingen nodig hebben. Hij past zijn onderwijsprogramma aan, bijvoorbeeld door het aantal rekenwiskunde-opdrachten te beperken, de leerstof op een ander handelingsniveau of zelfs andere leerstof aan te bieden of bepaalde leerstof(onderdelen) nog uit te stellen. Hij stelt zich hierbij vragen als:

- Wat weet ik van de leerlingen en welke bevorderende of belemmerende factoren zijn in het spel?
- Is de (sub)groep wel toe aan een nieuwe leerstap of ontbreekt de nodige voorkennis (eerder verworven kennis en vaardigheden)? Hoe ga ik daaraan werken?
- Welke specifieke aandacht vraagt elk van de subgroepen?
- Welke activiteiten uit de methode zijn geschikt om bij te dragen aan het bereiken van de beoogde lesdoelen in zo'n subgroep?
- Zijn die daarvoor in aanmerking komende rekenwiskunde-opdrachten toereikend om de leerlingen het beoogde te laten bereiken?
- Wat hebben de leerlingen met specifieke onderwijsbehoeften nog meer nodig?
- Is er (andere) specifieke oefenstof nodig?
- Hoe kan ik de huidige oefenstof zo aanpassen dat de leerling op een ander niveau ermee kan werken?

Reflectie op eigen didactisch handelen

De leraar heeft de dagelijkse doelen voor de subgroepen goed voor ogen en probeert die met alle subgroepen te bereiken. De leraar kan tijdens instructiemomenten procesgericht differentiëren waardoor hij beter zicht krijgt op het leren van alle leerlingen. Hierdoor kan hij optimaal afstemmen op de ontwikkeling van alle leerlingen. Hij gebruikt hierbij het handelingsmodel en het drieslagmodel.

Het drieslagmodel stelt de leraar ook in staat regelmatig te reflecteren op die dagelijkse praktijk met vragen als:

- Kunnen de leerlingen zelfstandig bepalen wat de essentie van de opdracht is en hoe ze die rekenwiskunde-opdracht moeten uitvoeren?
- Ben ik geneigd het probleem al bij voorbaat voor hen te structureren?
- Zijn ze in staat (wanneer ze het niet meteen weten) om hun aanpak te tekenen, te schetsen, op een getallenlijn of met een ander denkmodel of materiaal te representeren?
- Kunnen de leerlingen de bewerking uitvoeren?
- Indien niet, wat gaat daarin dan goed en wat niet goed?
- Kunnen de leerlingen reflecteren op hun keuzes? (En doen ze dat ook?)

Hiermee bewaakt de leraar het proces van zijn eigen didactisch handelen. Hij analyseert het lesverloop door zichzelf vragen te stellen als:

- *Wat ga ik vandaag met de leerlingen doen? Wat is het doel van de les? Wat wil ik bereiken? Wat wil ik dat elke subgroep bereikt?*
- *Waar leg ik vandaag het accent op? (Bijvoorbeeld: op een systematische uitvoering of op betekenisverlening)*
- *Heb ik vandaag gedaan wat ik van plan was? (En zo nee, waardoor kwam dat?) Heb ik mijn doelen bereikt?*

De leraar stelt zichzelf vanuit een onderzoekende houding voortdurend reflectieve vragen. Die zijn in de eerste plaats gericht op wat de leerlingen nu werkelijk leren tijdens de les en wat hij kan doen om een optimaal leerrendement te bereiken voor alle leerlingen. Concrete vragen hierbij kunnen zijn:

- Hoe werken de leerlingen aan de rekenwiskunde-opdrachten?
- Leren zij van de onderwijsactiviteit?
- Leren zij ook van elkaar en welke condities maken dat vooral mogelijk?
- Hoe gaan de leerlingen om met de drie stappen van het drieslagmodel?
- Welke handelingsniveaus beheersen zij?
- Begrijpen de leerlingen de relatie tussen de verschillende handelingsniveaus?
- Waar lopen ze tegenaan?
- Welke belemmeringen ervaren de leerlingen?
- Passen de opgedragen rekenwiskunde-opdrachten bij de onderwijsbehoeften van de subgroep?
- Is de taak te moeilijk, te complex?

De leraar zal bij voorkeur ook aan de leerlingen zelf dergelijke vragen over hun leerrendement stellen. Hierdoor zullen zij zich competentier en actiever voelen en meer autonoom leren omgaan met de rekenwiskunde-opdrachten. Met hun antwoorden kan hij bovendien reflecteren op zijn eigen handelingen en het rendement daarvan.

De leraar analyseert zijn lessen (zijn onderwijsaanbod) op productniveau en op procesniveau.

- Op productniveau: Welke leerlingen hebben het doel van de les gehaald?
- Op procesniveau:
 - Hebben de leerlingen het goed begrepen?
 - Heeft de onderwijsactiviteit de leerlingen in staat gesteld gericht en actief te oefenen?
 - Heb ik ervoor gezorgd dat de leerlingen de relatie tussen de verschillende handelingsniveaus herkenden en/of konden benutten? Hebben de leerlingen procedures gebruikt die ik voor hen gewenst vind op dit moment?

- Zijn de subgroepjes goed samengesteld?
- Hebben de leerlingen zelf de essentie van de opdracht ontdekt of herkend?
- Welke leerlingen hebben een andere of meer uitgebreide instructie nodig?
- Wat ga ik de volgende keer anders doen?

6.3.3 Spoor 2: ondersteuning van de leraar

De leraar op spoor 2 is goed in staat het rekenonderwijs af te stemmen op de ontwikkeling en de onderwijsbehoeften van de leerlingen. Hij realiseert dat door de groep onder te verdelen in subgroepjes en daarop zijn groepsplan in te richten. Hij kan, met behulp van het handelingsmodel en het drieslagmodel, de leerlingen goed observeren, knelpunten analyseren en het onderwijsprogramma aanpassen. Hij is in staat zijn rekenwiskunde-onderwijs af te stemmen op de onderwijsbehoeften van leerlingen in fase groen en fase geel.

De leraar overlegt met de interne rekenexpert (eventueel de interne begeleider) over het begeleiden van leerlingen die geringe rekenwiskunde-problemen op deelgebieden ervaren (fase geel). Hij bespreekt zijn vermoedens over leerlingen waarbij de rekenwiskundige ontwikkeling zich ernstiger laat aanzien (fase oranje) of dreigt te stagneren (fase rood). Net als op spoor 1 wordt de begeleiding voor deze leerlingen en de collegiale ondersteuning voor de leraar gemobiliseerd.

Leerlingen in fasen geel, oranje of rood worden begeleid volgens de regels van het rekenbeleid. De leraar voert in principe zelf de begeleiding van de leerlingen in fase geel uit binnen de geplande rekenlessen. Voor de leerlingen in de fase oranje en de fase rood geldt dat de begeleiding wordt uitgevoerd volgens de individuele handelingsplannen en dat bij deze begeleiding altijd wordt samengewerkt met de deskundigen binnen het team. Dat gebeurt preventief en niet pas als de leraar zelf geen alternatieven meer voor handen heeft.

De leraar en de interne rekenexpert bespreken de individuele aanpassingen en handelingsplannen voor leerlingen waarbij een extern diagnostisch onderzoek loopt naar ernstige rekenwiskunde-problemen of die een dyscalculieverklaring hebben (fase rood). Zij bespreken gezamenlijk de uitkomsten van overleg met externe deskundigen. Daar waar specifieke instructie nodig is, krijgt hij assistentie van bijvoorbeeld een (externe) remedial teacher.

6.3.4 Spoor 2: Wat betekent dit voor de rekenzwakke leerlingen?

De rekenzwakke leerlingen doen meestal met een subgroep mee, maar werken soms tijdelijk met een individueel programma. Daar waar ze met de groep mee doen, zal de leraar de opdracht zonnig voor hen aanpassen. Het aanbod van verschillende oplossingsprocedures kan voor sommige van deze leerlingen verwarrend werken. Beperking of uitstel van bepaalde aanpakken helpt de leerlingen zich eerst basisvaardigheden eigen te maken en daaraan zelfvertrouwen te ontnemen.

Heel vaak vraagt juist betekenisverlening en het herkennen van de best passende oplossingsprocedure voor rekenzwakke leerlingen extra aandacht. In zo'n geval zal de leraar in de subgroepjes vooral werken aan het versterken van de betekenisverlening. Hij verwoordt voortdurend de relaties tussen de verschillende handelingsniveaus en stimuleert de leerlingen dat ook zelf te doen. Daarnaast besteedt de leraar ruim aandacht aan goede rekenwiskundige procedures en aan reflectie van de leerling op de effectiviteit van zijn eigen handelen.

Kortom, op spoor 2 kan de leraar het rekenwiskunde-onderwijs al zoveel mogelijk adequaat afstemmen op de onderwijsbehoeften van zijn leerlingen op groeps- en subgroepniveau.

6.4 Lesgeven op spoor 3: (ook) een individuele benadering

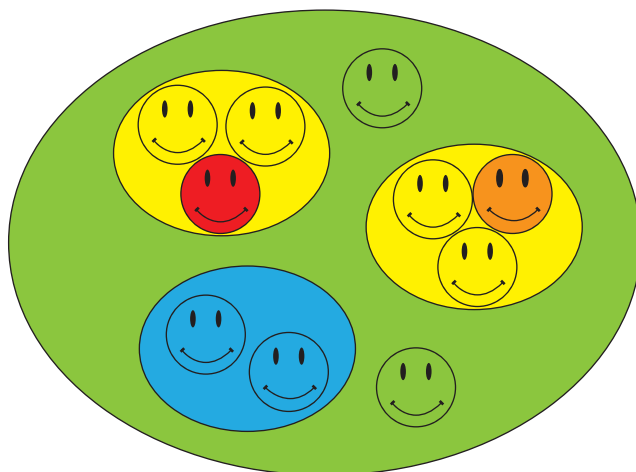
In deze paragraaf gaan wij ervan uit dat de leraar op spoor 3 minstens alle bekwaamheid bezit van de leraar op spoor 2. Wij beschrijven alleen de onderdelen die er bij komen.

Een leraar die op spoor 3 kan werken, beheerst het diagnosticerend onderwijzen (spoor 2) en bezit eveneens de competenties om diagnostiek voor rekenen-wiskunde uit te voeren. Met de bevindingen uit deze diagnostiek kan hij zijn onderwijsactiviteiten beter afstemmen op de leerling. Hij beschikt over de kennis en vaardigheden die nodig zijn om een leerling bij wie de rekenwiskundige ontwikkeling dreigt vast te lopen (fase oranje) te herkennen. Ook is hij in staat een eerste diagnose te stellen en die te vertalen in concreet afgestemd handelen. Hij heeft inzicht in zowel kindkenmerken als omgevingskenmerken die de rekenwiskundige ontwikkeling van zo'n leerling beïnvloeden. Dit is een leraar die leerlingen binnen zijn klas ook op basis van kindkenmerken kan herkennen en benaderen. Hij kan afstemmen op de onderwijsbehoeften van individuele leerlingen in de verschillende fasen van een problematische rekenwiskundige ontwikkeling (fase geel, oranje en rood). Hij werkt volgens een groepsplan, aangevuld met individuele handelingsplannen. Hij bespreekt het groepsplan en de ondernomen acties met de interne rekenexpert. Zij analyseren de gegevens uit het leerlingvolgsysteem met betrekking tot de ontwikkeling van de rekenwiskundige vaardigheid van de leerlingen. Op spoor 3 wordt gebruik gemaakt van alle deskundigheid die binnen de school aanwezig is.

Een leraar op spoor 3 stemt zijn onderwijs af op de onderwijsbehoeften van subgroepen en op de specifieke behoeften van individuele leerlingen. Hij maakt gebruik van de aanpak van diagnosticerend onderwijzen op spoor 2 (zie paragraaf 6.3). Hij verfijnt deze op basis van zijn diagnose van de problematiek en met behulp van specifieke kennis over rekenwiskunde-didactiek. Daardoor herkent hij in interactie met deze leerlingen het rekenwiskundig denken en handelen van hen en specifieke kindkenmerken die bij hen het leerproces mogelijk belemmeren of juist bevorderen. De leraar op spoor 3 heeft hierdoor meer zicht op de specifieke onderwijsbehoeften van individuele leerlingen (fase oranje en fase rood) en op mogelijkheden hieraan tegemoet te komen. Gezien de complexiteit van de problematiek bij deze leerlingen werkt hij hierbij voortdurend nauw samen met andere deskundigen binnen en (waar nodig) buiten de school.

Hij kan hierdoor zelf leerlingen met ernstige rekenwiskunde-problemen (fase oranje) en leerlingen met een dyscalculieverklaring (fase rood) een passend onderwijsaanbod bieden. Wanneer de ontwikkeling van een leerling in de fase oranje na maximaal een half jaar – ondanks alle hulp – geen of nauwelijks vooruitgang laat zien, wordt de leerling verwezen naar een externe deskundige voor een uitgebreid diagnostisch onderzoek.

In afbeelding 6.5 staan twee subgroepjes met zwakkere rekenaars (fase geel). Hierbinnen onderscheidt hij de leerlingen met ernstige rekenwiskunde-problemen (fase oranje) en stagnerende rekenwiskundige ontwikkeling (fase rood). Hij biedt hen individuele hulp op maat. Het subgroepje (blauw) met bovengemiddelde leerlingen, de goede rekenaars, blijft in dit protocol buiten beschouwing. Wel zal de leraar op spoor 3 alert zijn dat ook zij dagelijks voldoende te leren hebben in de rekenwiskundelessen.



Afbeelding 6.5 Lesgeven op spoor 3. (Ook) een individuele benadering

6.4.1 Spoor 3: extra kenmerken ten opzichte van spoor 2

De leraar heeft een goed beeld van de totale ontwikkeling van individuele leerlingen. Hij kan kindkenmerken nader onderzoeken en hierop inspelen bij het lesgeven. Hij is bovendien in staat om binnen de (sub)groep leerlingen op individuele basis ondersteuning te bieden met specifieke instructie- en oefenvormen en met het geven van (procesgerichte) feedback. Hij kan, in overleg met de interne rekenexpert, rekenproblemen analyseren door middel van diagnostische gesprekken met de leerling en kan op basis daarvan specifieke hulp bieden aan de leerling. Samen met de interne rekenexpert trekt de leraar conclusies en beslissen zij samen hoe de leraar deze individuele leerlingen nog meer optimale ontwikkelkansen kan bieden. Op deze manier kan de leraar (ook in overleg met het team) leerlingen die dat nodig hebben onderwijs op maat leveren. In bijzondere gevallen (bijvoorbeeld in fase rood) spelen ook externe experts mogelijk een rol. De leraar houdt in alle gevallen de coördinatie.

Om de specifieke onderwijsbehoeften van de individuele leerlingen te achterhalen, voert de leraar naar aanleiding van de rekgesprekken in de subgroepen (spoor 2) ook diagnostische gesprekken met individuele leerlingen (spoor 3). Zie verder hoofdstuk 7. Om beter te kunnen observeren en meer te weten te komen over kindkenmerken kan de leraar meer gedetailleerd observeren aan de hand van de voorbeeldvragen in afbeelding 6.6, gebaseerd op het drieslagmodel.

Vragen voor het observeren op spoor 3

Stap 1: plannen (taakaanpak)

- Begrijpt de leerling (de essentie van) de rekenwiskunde-opdracht?
- Kan de leerling betekenis geven aan de getallen in de informatie?
- Kan de leerling de rekenwiskunde-opdracht analyseren?
- Pakt hij het bedenken van een oplossingsprocedure systematisch aan?
- Kan de leerling tekst (en/of beeld) omzetten in formules (getallen, symbolen enzovoort)?
- Toont de leerling eigen initiatief bij het bedenken van oplossingen?
- In hoeverre stelt de leerling zich afhankelijk op van anderen?
Is die opstelling te verklaren uit (het ontbreken van) de condities om autonoom te kunnen handelen?

Stap 2: uitvoeren (technische beheersing van rekenwiskundige procedures)

- Heeft de leerling moeite met het noteren van getallen? Dit kan onder andere wijzen op een gebrekkig inzicht in het positionele stelsel.
- Heeft de leerling de basisvaardigheden geautomatiseerd (bijvoorbeeld direct gebruik maken van een passende hulpsom of bij optellen en aftrekken tot 100 gebruik maken van de juiste procedure) of al gememoriseerd (optellen en aftrekken tot 20, vermenigvuldig- en deeltafels tot 100)?
- Voert de leerling de algoritmes goed uit (cijferend optellen, aftrekken vermenigvuldigen en delen; oude of nieuwe manier)?
- Kan de leerling uit het hoofd rekenen op basis van inzicht?
- Maakt de leerling gebruik van 'handig rekenen' (schatten, afronden, rekenen met mooie getallen, (compensatie)strategieën kiezen)?
- Kan de leerling in passende gevallen efficiënt gebruik maken van een kladblaadje/aantekeningen?
- Kan de leerling verstandig gebruik maken van de rekenmachine?

Stap 3: reflecteren (controleren van de eigen aanpak en van het antwoord)

- Controleert de leerling zichzelf (nakijken eigen werk; nagaan of het antwoord goed is en of de manier goed is)?
- Vergelijkt de leerling zijn antwoord met de oorspronkelijke rekenwiskunde-opdracht/context?
- Kan de leerling onder woorden brengen en/of demonstreren hoe hij te werk is gegaan – zowel bij het plannen als bij het uitvoeren?
- Hoe reageert de leerling op gemaakte fouten? Analyseert de leerling de gemaakte stappen als hij fouten heeft gemaakt?
- Heeft de leerling inzicht in het probleem? Snapt hij wat hij doet?
- Kan hij uitleggen waarom iets voor hem lastig is of waarom hij iets goed of fout doet?

6.4.2 Spoor 3: ondersteuning van de leraar

De leraar bespreekt de vorderingen van individuele leerlingen met de interne rekenexpert. Samen bepalen zij de vervolgpunten. De leraar ontvangt van deze collega's hulp op maat. De interne rekenexpert is ook de schakel naar de volgende leraar wanneer de leerling van groep wisselt. Alle leraren blijven betrokken bij de ontwikkeling van individuele leerlingen. Zij delen gevraagd en ongevraagd hun kennis, ervaringen en expertise.

6.4.3 Spoor 3: Wat betekent dit voor de leerling?

Het bijzondere van spoor 3 is dat de specifieke onderwijsbehoeften van individuele leerlingen in kaart worden gebracht. Op spoor 2 wordt al gewerkt met subgroepjes, maar op spoor 3 worden daarbinnen specifieke individuele accenten gelegd.

De diagnostische gesprekken met de leraar kunnen leiden tot een persoonlijk handlingsplan voor ondersteuning op maat. Daar waar mogelijk vinden de activiteiten plaats binnen het (sub)groepsproces. Daar waar nodig krijgt de leerling individuele ondersteuning buiten de (sub)groep.

6.5 Evalueren

6.5.1 Groepsbespreking over vorderingen van leerlingen

Alle leraren bespreken enkele keren per jaar (op daartoe geplande momenten) de vorderingen van hun leerlingen in een groepsbespreking. Dat kan met het hele team of in kleiner verband, afhankelijk van het doel van de bespreking en de grootte van het team. De leraar levert volgens afspraak toetsgegevens met een analyse aan.

Het gesprek wordt gevoerd aan de hand van een van tevoren opgesteld format. Hierbij komen aan de orde:

- de toetsresultaten van de totale groep met de bijbehorende analyses (zowel methode-afhankelijk als methode-onafhankelijk);
- mogelijke knelpunten in de methode gerelateerd aan de onderwijsbehoeften van de groep of met betrekking tot de deskundigheid van de leraar;
- het groepsplan voor de eerstvolgende periode;
- de overwegingen bij de samenstelling van subgroepjes (gebaseerd op resultaten van reken gesprekken, vorderingen, instructie);
- begeleiding van individuele leerlingen (mogelijke diagnostische gesprekken, afstemming leerstof en instructie, overleg met ouders/verzorgers, eventueel ontwikkelperspectief);
- behoefte aan een nadere diagnose en de eventuele aanvraag van extern diagnostisch onderzoek;
- mogelijke professionaliseringsvragen van de leraar;
- gewenste coaching voor de leraar.

De evaluatie levert concrete inhoudelijke aanknopingspunten op die de leraar in de volgende periode kan gebruiken voor de leerstofkeuze en de afstemming van zijn instructie op de onderwijsbehoeften van subgroepen en aan individuele leerlingen. Indien nodig kunnen ook tussendoor evaluatiebesprekingen worden ingelast.

6.5.2 Formeel signaleren met methodeoverstijgende toetsen

Los van de methodegebonden toetsen staan op bijna alle scholen ook wel één of meer methodeoverstijgende toetsen op de toetskalender. Wat is in het kader van dit protocol de meerwaarde van dergelijke toetsen?

- Genormeerde methode-onafhankelijke toetsen stellen een school in staat hun resultaten op leerling-, groeps- en schoolniveau te vergelijken met een landelijke norm. Zo'n vergelijking past in het kader van de kwaliteitszorg van een school en voorkomt dat een team op basis van de eigen leerlingen een vertekend beeld krijgt van wat een 'gemiddeld' niveau is in Nederland.
- De resultaten van het rekenwiskunde-onderwijs worden getoetst over een langere periode (meestal een half jaar). Hierdoor krijgt de leraar (de school) inzicht in de ontwikkeling van elke leerling over een langere periode.
- Rekenzwakke leerlingen worden gesignaleerd, onafhankelijk van de norm die de school hanteert.

Bij de keuze van genormeerde methodeonafhankelijke toetsen is het van belang te kiezen voor toetsen die werkelijk inzicht bieden in de prestaties en vorderingen van leerlingen. De toets dient ook informatie op te leveren die ondersteunend kan zijn voor het schoolbeleid. De toetsgegevens dienen zowel kwantitatieve als kwalitatieve informatie te bieden over zowel groepen als individuele leerlingen.

Dergelijke methodeoverstijgende toetsen zijn een aanvulling op de eerder beschreven signalering in de klas. Ze kunnen niet als vervanging worden beschouwd. Als de leraar dagelijks zijn leerlingen observeert, behoren de toetsresultaten van de methodeoverstijgende toetsen de leraar niet te verrassen. Mochten er toch leerlingen onverwacht uitvallen op deze toets, dan zal de leraar in actie komen: analyse, rekengesprek. Vervolgens kan hij bepalen of specifieke hulp nodig is, of vaststellen dat het toetsresultaat een vertekend beeld gaf van de rekenvaardigheid van de leerling.

Bij het formeel signaleren gebruiken scholen onafhankelijke toetsen die de vergelijking met een norm mogelijk maken. Bijvoorbeeld het *Cito Volgsysteem primair en speciaal onderwijs (LOVS)*, de toets *Rekenen voor kleuters*¹ van Cito en voor signalering de *Utrechtse Getalbegrip Toets-Revised (UGT-R)* (Van Luit & Van de Rijt, 2009) voor de leeftijd van 4;4 - 7;5 jaar.

Genormeerde toetsen geven objectief vergelijkende informatie. Het signaleren van mogelijke problemen is daarmee minder afhankelijk van de expertise van de leraar. Onafhankelijke toetsen moeten zoveel mogelijk voldoen aan psychometrische voorwaarden (objectiviteit, validiteit, betrouwbaarheid en actuele normering) (zie Evers, Braak, Frima en Van Vliet-Mulder, 2009).

6.6 Samenvatting

Diagnosticerend onderwijzen is de basis voor het afstemmen van het onderwijs op de onderwijsbehoefte van individuele leerlingen. Wij gaan hierbij uit van een niveau van deskundigheid van leraren dat past bij spoor 2 en 3.

In elk team zijn echter wel leraren die dit niveau (nog) niet beheersen. Daardoor is het voor hen moeilijk tijdig leerlingen te signaleren met problemen in hun rekenwiskundige ontwikkeling. Zij

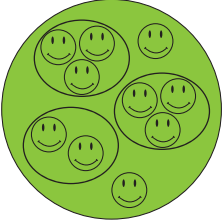
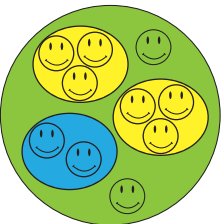

¹ Zie voor meer informatie over beide leerlingvolgsystemen de website van Cito: <http://www.citogroep.nl/>

hebben daarbij extra ondersteuning nodig van collega's die deze bekwaamheid wel bezitten. Daarentegen kunnen deze leraren juist op andere gebieden weer deskundig zijn.

In een team met een professionele cultuur is de ongelijkheid van teamleden uitgangspunt en vullen collega's elkaar aan. Samen zijn zij deskundig op meerdere terreinen waardoor zij samen een kwalitatief goed onderwijsaanbod kunnen bieden. De gezamenlijke deskundigheid is dan ook een continu aandachtspunt van het management. Aangeraden wordt om in ieder geval minimaal één rekenexpert, maar bij voorkeur twee, in huis te hebben (onderbouw/middenbouw en bovenbouw).

Het protocol ERWD is erop gericht mogelijke rekenwiskunde-problemen tijdig te signaleren en grotere problemen te voorkomen. Dit wordt bereikt met diagnosticerend onderwijzen. Hierbij wordt zoveel mogelijk maatwerk geleverd in de afstemming tussen de onderwijsbehoeften van de leerling en het onderwijsaanbod. Dit betekent in de praktijk dat de leraar zijn handelen voortdurend evalueert en bijstelt na analyse van eigen observaties van het denken en handelen van de leerling, toetsresultaten en soms ook van kindkenmerken van een leerling. Ook in de gevallen dat extern diagnostisch onderzoek van een leerling is gedaan, zal een daarop gebaseerd advies gericht zijn op het handelen van de leraar en andere deskundigen in de dagelijkse praktijk.

In het volgende hoofdstuk bouwen wij voort op het diagnosticerend onderwijzen. Wij komen dan bij de interne diagnostiek voor leerlingen in fase oranje.

Sporen van lesgeven	Kenmerken van lesgeven	Leraar en ondersteuning
<p>Spoor 1: homogene groep</p> 	<p>De leraar volgt de methode op de voet. Hij werkt met een groepsplan.</p> <p>De leraar geeft aan alle leerlingen les op hetzelfde gemiddelde niveau in het tempo van de methode.</p> <p>De leraar kan omgaan met geringe verschillen in de groep.</p>	<p>De leraar ontvangt veel ondersteuning van een interne rekenexpert bij het begeleiden van leerlingen die òf geringe òf ernstige en hardnekkige rekenwiskunde-problemen ervaren.</p> <p>Structurele collegiale coaching helpt de leraar op weg naar spoor 2.</p>
<p>Spoor 2: differentiatie in subgroepen</p> 	<p>De leraar werkt met een groepsplan en met subgroepen.</p> <p>De leraar geeft les aan de leerlingen in groen op gemiddelde niveau in het tempo van de methode.</p> <p>De leraar geeft de rekenzwakke leerlingen in geel en de goede rekenaars in blauw specifieke begeleiding op deelgebieden in subgroepen.</p>	<p>De leraar ontvangt ondersteuning van een rekenexpert binnen de school bij het begeleiden van individuele leerlingen die òf ernstige òf ernstige en hardnekkige rekenwiskunde-problemen ervaren.</p> <p>Collega's delen gevraagd en ongevraagd hun expertise en ervaringen.</p>
<p>Spoor 3: individuele benadering</p> 	<p>De leraar werkt met een groepsplan, met subgroepen en met handelingsplannen voor individuele leerlingen.</p> <p>De leraar geeft les aan de leerlingen in groen op gemiddelde niveau in het tempo van de methode.</p> <p>De leraar geeft de rekenzwakke leerlingen in geel en de goede rekenaars in blauw specifieke begeleiding op deelgebieden in subgroepen.</p> <p>De leerlingen in oranje en rood ervaren òf ernstige òf ernstige en hardnekkige rekenwiskunde-problemen. De leerlingen in rood hebben een ERWD-indicatie of dyscalculieverklaring. De leraar geeft de leerlingen in oranje en rood specifiek op hen afgestemde begeleiding op basis van individuele handelingsplannen.</p>	<p>De leraar ontvangt ondersteuning op maat van een rekenexpert binnen de school en/of eventueel van externe deskundigen bij het begeleiden van individuele leerlingen die òf ernstige òf ernstige en hardnekkige rekenwiskunde-problemen ervaren.</p> <p>Collega's delen gevraagd en ongevraagd hun expertise en ervaringen.</p>

Afbeelding 6.7 Schema Lesgeven en ondersteuning op drie sporen

7 Intern diagnostisch onderzoek

In de praktijk van diagnosticerend onderwijzen is de leraar er voortdurend op gespist te begrijpen hoe de leerling denkt en rekt. Als de leerling niet reageert zoals verwacht, onderneemt de leraar actie door te observeren, de leerling te bevragen (rekengesprekken) of uit te proberen waar de leerling steun aan heeft. De inhoud van het gesprek stemt de leraar af op de leerstof van de methode. Op basis daarvan kan hij subgroepen (fase geel) samenstellen. Dit is in hoofdstuk 6 besproken.

Voor sommige leerlingen heeft de afstemming in subgroepen niet het gewenste resultaat. Zij verschuiven van fase geel naar fase oranje. Het vermoeden bestaat dat er sprake is van ernstige rekenwiskunde-problemen. Deze leerlingen komen in aanmerking voor *een intern diagnostisch onderzoek binnen de school* dat dieper gaat dan de rekengesprekken. Wij komen dan in de fase van interne diagnostiek.

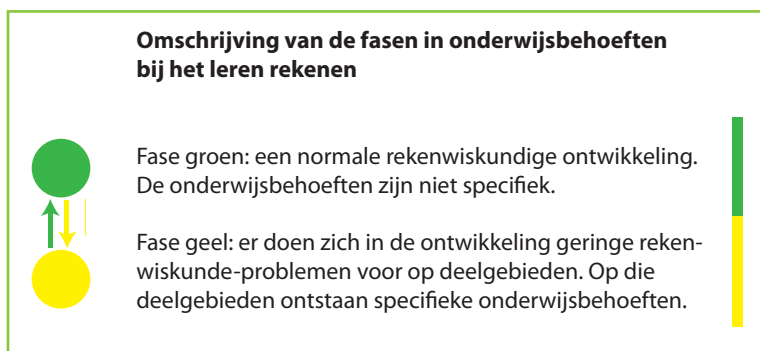
***Een diagnostisch gesprek* met de individuele leerling levert het vertrekpunt om de afstemming voor deze leerling verder te verfijnen naar zijn specifieke onderwijsbehoeften. De diagnostiek levert een individueel handelingsplan op voor deze leerling.**

In dit hoofdstuk beschrijven wij het proces van de diagnostiek binnen de school. In hoofdstuk 9 wordt beschreven hoe de begeleiding op basis van individuele handelingsplannen wordt ingericht.

7.1 Wie zijn betrokken bij de interne diagnostiek?

Bij leerlingen in fase groen is er sprake van een normale ontwikkeling. Deze leerlingen hebben geen specifieke ondersteuning nodig. Wel is het zo dat leerlingen in een groep onderling kunnen verschillen in hun rekenwiskundige ontwikkeling. Er kan soms ruim een jaar verschil in leeftijd zijn in een jaargroep. Dat kan, vooral in de onderbouw, invloed hebben op de rekenwiskundige ontwikkeling van leerlingen. Desondanks hoeft er geen sprake te zijn van rekenwiskunde-problemen.

Soms kunnen leerlingen geringe problemen ervaren op deelgebieden. Leerlingen komen dan in fase geel. Er is tijdelijk specifieke ondersteuning nodig om de leerling weer op weg te helpen. Deze hulp kan in veel situaties beperkt blijven tot extra uitleg en oefening van de leerstof. Na verloop van tijd kan de leerling weer aansluiten in fase groen.



Afbeelding 7.1 Fase groen en fase geel bij de rekenwiskundige ontwikkeling

Soms boekt een leerling in fase geel geen of onvoldoende aantoonbare vooruitgang terwijl de leraar hem toch in een subgroepje een intensievere begeleiding geeft. In zo'n situatie komt de leerling in fase oranje en zullen de leraar en de interne rekenexpert in overleg met het team en de ouders/verzorgers overgaan tot een intern diagnostisch onderzoek. Hiermee bedoelen wij een onderzoek naar de (totale) rekenwiskundige ontwikkeling van de leerling (wat kan hij al?) en de wijze waarop hij leert rekenen. Soms zijn daar meerdere gesprekken met de leerling voor nodig.

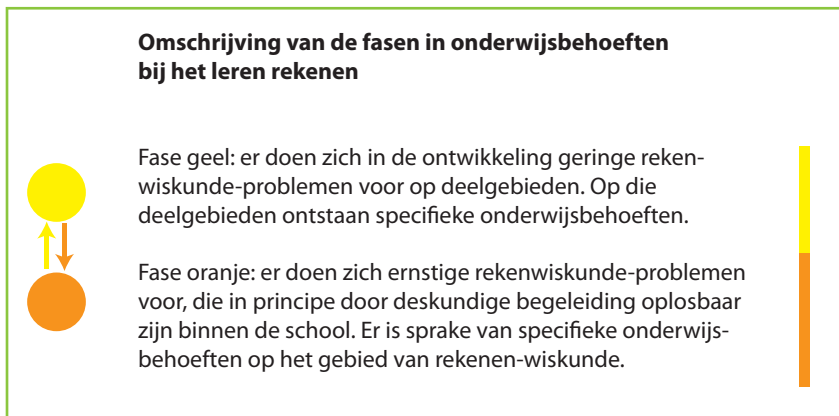
Diagnostiek wordt voorafgegaan door een analyse van gegevens uit het leerlingvolgsysteem en van observaties van de leerling tijdens het werken in de eigen groep.

De interne rekenexpert voert het onderzoek uit. Een leraar op spoor 3 kan in principe zelf het onderzoek uitvoeren. Dat heeft soms de voorkeur. In de meeste situaties is het echter beter dat juist een ander – de interne rekenexpert – het gesprek voert, omdat de leraar al veel voorkennis heeft en daardoor bevooroordeeld kan zijn. In het vervolg spreken wij van 'de interne onderzoeker' om de persoon aan te duiden die deze taak uitvoert, de leraar of de interne rekenexpert.

De diagnostiek richt zich op de leerling die in afbeelding 7.2 in fase geel zit en die overgaat naar fase oranje.

Het diagnostisch gesprek wordt gehouden als de leerling:

- een half jaar in fase geel heeft gefunctioneerd maar onvoldoende aantoonbare vorderingen maakt;
- onvoldoende profiteert van het geboden onderwijs;
- in niveau achterblijft bij dat wat van de leerling mag worden verwacht;
- weinig actief is met rekenen, zich weinig competent voelt;
- faalangstig reageert of blokkeert tijdens de rekenles.



Afbeelding 7.2 Fase geel en fase oranje bij de rekenwiskundige ontwikkeling

7.2 Kenmerken van een goede diagnostiek

In deze paragraaf beschrijven wij enkele belangrijke kenmerken van goede diagnostiek. Wij spreken van diagnostiek als het gaat om:

- een geplande interventie;
- met een duidelijke vraagstelling;
- in een systematisch gesprek met de leerling;
- aan de hand van een weloverwogen selectie van rekenwiskunde-opdrachten;
- met de bedoeling beter te begrijpen hoe de leerling denkt en rekent.

Goede diagnostiek vereist dat dit wordt uitgevoerd door een bekwame onderzoeker. Dat betekent dat de interne onderzoeker kennis en ervaring heeft opgebouwd op het niveau van een leraar op spoor 3 en daarbij beschikt over diagnostische kennis en vaardigheden. Dat betekent dat hij:

- beschikt over pedagogische en didactische competenties voor het creëren van condities (vertrouwen, veiligheid, gelijkwaardigheid) en voor het uitlokken van reacties van de leerling;
- beschikt over vakdidactische competenties op het gebied van rekenen-wiskunde. Dit houdt in dat hij:
 - kennis heeft van de ontwikkelingslijnen van kinderen;
 - beschikt over methode-overstijgende kennis van de leerstoflijnen van de vier domeinen van alle jaargroepen en daar blindelings in kan 'laveren';
 - de niveaus van handelen (handelingsmodel) en de daarbij behorende techniek van vragen stellen beheerst;

- de stappen bij probleemoplossend handelen (drieslagmodel) en de daarbij behorende techniek van vragen stellen beheerst;
- de signaleringspunten van de vier hoofdlijnen scherp voor ogen heeft, preventieve maatregelen kan nemen en interventie kan toepassen (zie hoofdstuk 4);
- de juiste opdrachten kan selecteren en/of formuleren voor het onderzoek;
- kindkenmerken kan waarnemen, analyseren en beïnvloeden.

De interne onderzoeker werkt volgens het model van handelingsgericht werken in de school (HGW) of volgens het model van handelingsgerichte diagnostiek (HGD) (Pameijer, Van Beukering & De Lange, 2009; Pameijer & Van Beukering, 2004).

Het handelingsgericht werken verloopt aan de hand van drie soorten vragen:

- *onderkende vraag*: Wat is er aan de hand? Hoe groot is de rekenachterstand? Wat beheerst de leerling wel, wat niet?
- *verklarende vraag*: Hoe komt het dat de leerling de tafels nog niet beheerst?
- *adviserende vraag*: Wat heeft deze leerling nodig?

Het werken aan de hand van het HGW-model is in principe de standaard in de school. Dit model sluit ook aan bij de 1-zorgroute. Op basis hiervan kunnen de interne onderzoeker, de leraar en de ouders/verzorgers haalbare doelen formuleren en realiseren.

Ook kan de interne onderzoeker ervoor kiezen om te werken aan de hand van het HGD-model (zie voor een uitgebreide beschrijving hoofdstuk 8). De onderzoeker werkt aan de hand van de volgende fasen:

- *intake*: Wat is de vraag?
- *strategie*: Wat weten we al en wat willen we weten? Kunnen we de vraag beantwoorden?
- *indicering*: samenvatting van het onderzoek, beschrijven van onderwijsbehoeften van de leerling;
- *advies*: antwoord op vragen en gewenste ondersteuning aan de leraar en aan ouders.

Als tijdens de strategiefase vragen worden geformuleerd waarop de interne onderzoeker geen antwoord kan geven wordt de leerling doorverwezen naar een externe onderzoeker (zie verder hoofdstuk 8).

In dit hoofdstuk gaan wij uit van HGW. De onderzoeker werkt aan de hand van de volgende vragen:

- 1 Hij formuleert samen met de leraar een duidelijke vraagstelling en bespreekt deze met de ouders/verzorgers.
- 2 Hij voert het onderzoek uit in de vorm van een diagnostisch gesprek met de leerling.
- 3 Hij verplaatst zich in het denken en handelen van de leerling. Hij 'kruipt in de huid van de leerling'.
- 4 Hij sluit in zijn onderzoek aan bij de rekenwiskundige kennis en vaardigheden die de leerling al beheerst. Hij richt zich primair op wat de leerling al kan. Hij maakt hierbij gebruik van de vier hoofdlijnen en van zijn kennis over leerstoflijnen (zie hoofdstuk 4).
- 5 Hij tast af tot hoever de leerling kan komen. Daarbij maakt hij gebruik van de verschillende handelingsniveaus (zie hoofdstuk 5).
- 6 Hij onderzoekt het gehele proces van het oplossen van een rekenwiskunde-opdracht aan de hand van de drie stappen van het drieslagmodel: plannen, uitvoeren en reflecteren (zie hoofdstuk 5).

- 7 Hij benoemt de kindkenmerken die gaandeweg duidelijk worden tijdens zijn onderzoek.
- 8 Hij geeft tot slot passende en haalbare handelingsadviezen.

Ad 1. De interne onderzoeker formuleert samen met de leraar een duidelijke vraagstelling.

De onderzoeker bespreekt met de leraar de vragen die er zijn. Hij analyseert daartoe leerling-werk en gegevens uit observaties. Ook analyseert hij de informatie van de methodegebonden voortgangstoetsen en van het LOVS. Samen formuleren zij de concrete onderzoeksvraag voor het diagnostisch onderzoek. Zie verder paragraaf 7.3.1.

Ad 2. De interne onderzoeker voert het onderzoek uit in de vorm van een gesprek met de leerling.

Het gesprek gaat over rekenen. Hij laat de leerling zoveel mogelijk hardop denken, vertellen en rekenen. Hij vraagt daarbij regelmatig of de leerling hem kan uitleggen hoe hij rekt. Daardoor krijgt hij inzicht in hoe de leerling denkt en rekt. Het is vanzelfsprekend een voorwaarde dat de leerling zich veilig voelt in deze situatie en zich serieus genomen voelt. De onderzoeker zorgt voor emotionele ondersteuning in het contact met de leerling. Hij is betrokken. Hij lokt reacties van de leerling uit die de manier van denken van de leerling verhelderen.

Ad 3. De interne onderzoeker verplaatst zich in het denken en handelen van de leerling.

Dit vraagt van de onderzoeker een neutrale houding ten aanzien van de werkwijze van de leerling. Hij zet eventuele (voor)oordelen opzij en probeert door de bril van de leerling te kijken. De onderzoeker beschikt over een repertoire van mogelijke interventies om de leerling uit te dagen om een volgende stap te zetten op basis van de kennis van de bekwame onderzoeker.

Ad 4. De interne onderzoeker sluit in zijn onderzoek aan bij de rekenwiskundige kennis en vaardigheden die de leerling al beheerst.

Het gesprek vertrekt bij wat de leerling al kan. De onderzoeker biedt rekenwiskunde-opdrachten aan die aansluiten bij wat de leerling kan. De leerling kan aan de hand van deze opdrachten laten zien hoe hij denkt en rekt. Een deel van de opdrachten past bij de zone van de naaste ontwikkeling van de leerling. In deze opdrachten kan de leerling laten zien hoe hij reageert als hij niet meteen een oplossing heeft en hoe hij profiteert van hulp aangeboden door de onderzoeker. Afhankelijk van de beschikbare tijd kiest de onderzoeker voor enkele specifieke opdrachten uit één of enkele domeinen, afgestemd op het veronderstelde niveau van de leerling. De aanbevolen werktijd is ongeveer één uur.

Ad 5. De interne onderzoeker tast af tot hoever de leerling kan komen. Daarbij maakt hij gebruik van de verschillende handelingsniveaus.

De onderzoeker tast af wat de leerling al kan en biedt vervolgens een nieuwe rekenwiskunde-opdracht die daarop aansluit. Hij varieert de handelingsniveaus binnen deze opdrachten. Daarbij laat hij de leerling vertellen, tekenen en rekenen. Hij biedt opdrachten aan binnen een domein, maar kan variëren per domein en switchen naar een ander domein, bijvoorbeeld van het domein Getallen en Bewerkingen naar het subdomein Meten. Variatie kan ook worden bereikt door eenvoudiger of juist moeilijkere getallen te gebruiken. Ook kan hij complexere opdrachten eventueel in tussenstapjes aanbieden.

De onderzoeker komt tot een overzicht van rekenwiskundige kennis en oplossingsprocedures die de leerling beheerst. Hij beschrijft daarbij de handelingsniveaus waarop de leerling de procedures uitvoert. Tevens beschrijft hij waar de leerling aan toe is en op welke handelingsniveaus.

Ad 6. *De interne onderzoeker onderzoekt het gehele proces van het oplossen van een rekenwiskunde-opdracht aan de hand van de drie stappen van het drieslagmodel: plannen, uitvoeren en reflecteren.*

Het gesprek bestrijkt de drie stappen van het drieslagmodel voor het oplossen van een rekenwiskunde-opdracht (zie hoofdstuk 5).

De opdrachten bestaan uit functionele rekenwiskunde-opdrachten (contexten) en uit formele bewerkingen (kale sommen). De onderzoeker stelt zichzelf vragen als:

- Hoe gaat de leerling aan het werk met de opdracht?
- Kan de leerling zich iets voorstellen bij de inhoud van de opdracht?
- Is de leerling hierin actief?
- Kan de leerling de inhoudelijke informatie ordenen? En hoe doet hij dat?
- Hoe voert de leerling berekeningen uit?
- Kan de leerling reflecteren op de gevonden oplossing? En hoe doet hij dat?

De onderzoeker komt tot een analyse van de door de leerling gevolgde werkwijze. Daardoor krijgt hij inzicht in de denkstappen en de handelingen die leerling heeft genomen tijdens de oplossings-procedure.

Ad 7. *De interne onderzoeker benoemt kindkenmerken.*

Tijdens het onderzoek neemt de onderzoeker kindkenmerken waar. Hij accepteert deze als een gegeven. Kindkenmerken kunnen bevorderend of juist belemmerend werken op het rekenwiskundig denken en handelen van de leerling. Hij kan positieve kindkenmerken benutten bij zijn handelingsadvies. De onderzoeker betreft eventuele belemmerende kindkenmerken in het onderzoek en gaat na hoe de leerling met deze kenmerken positief kan omgaan of hoe de leerling hierbij ondersteund kan worden. Hij kan besluiten om deze kindkenmerken verder in kaart te laten brengen in een aanvullend psychodiagnostisch onderzoek door een externe deskundige.

Ad 8. *De interne onderzoeker geeft passende en haalbare handelingsadviezen.*

De volgende bouwstenen zijn deel van het advies van de onderzoeker.

- Een beeld van wat de leerling al kan, van wat hij zich al heeft eigen gemaakt op het gebied van rekenen-wiskunde en ook van wat een zinvolle volgende stap is in de zone van de naaste ontwikkeling.
- Een beeld van de mate waarin de rekenwiskundige ontwikkeling van de leerling stagneert of langzamer verloopt ten opzichte van zijn andere leerprestaties.
- Inzicht in de factoren die de verdere rekenwiskundige ontwikkeling kunnen stimuleren, activeren, belemmeren of zelfs blokkeren. Het gaat hier om directe en indirecte factoren in de leerling en in het onderwijs (zie Meijer, 2000, 2008).
- Informatie over de hulp waar de leerling van profiteert en over de aanpak die de verdere rekenwiskundige ontwikkeling van de leerling ondersteunt en uitlokt.
- Zicht op de rol die de leerling zelf, de school en de ouders/verzorgers kunnen vervullen.
- Een perspectief op langere termijn, ofwel een prognose van de te verwachten rekenwiskundige ontwikkeling.
- Eventueel advies over het inschakelen van een externe deskundige voor verder onderzoek.

7.3 Het diagnostisch gesprek

7.3.1 Doel en inhoud van het diagnostisch gesprek

Op basis van de informatie uit het LOVS, de methodegebonden toetsen en het werk in de klas, heeft de interne onderzoeker een beeld van wat de leerling kan. Hij heeft dit inzicht nodig om het diagnostisch gesprek voor te bereiden en te bepalen wat de opbrengst moet zijn. Hij bepaalt het doel van het onderzoek en formuleert een onderzoeksvraag. Hij focust daarbij op een deelgebied van het rekenen, bijvoorbeeld Getallen en Bewerkingen. De onderzoeksvraag heeft betrekking op de vier hoofdlijnen van hoofdstuk 4: begripsvorming, ontwikkelen van oplossingsprocedures, vlot leren rekenen en flexibel toepassen van kennis en vaardigheden.

Op basis van de onderzoeksvraag stelt hij opdrachten samen die aansluiten bij het veronderstelde niveau van de leerling. Hiervoor gebruikt hij opdrachten uit de rekenwiskunde-methode (van de school) of juist uit onafhankelijk ander materiaal, bijvoorbeeld uit het LOVS van het Cito. De leidraad hierbij is de leerstoflijn van het gekozen deelgebied.

7.3.2 Werkwijze

Tijdens het gesprek legt de interne onderzoeker de leerling meerdere rekenwiskunde-opdrachten voor: formele opdrachten (sommen) en functionele opdrachten (contexten). Een deel van de opdrachten sluit aan bij het niveau van rekenwiskundige vaardigheid van de leerling en een ander deel sluit aan bij de zone van de naaste ontwikkeling van de leerling. Aan de hand van deze opdrachten kan de leerling goed laten zien wat hij al kan en waaraan hij kan beginnen.

De bedoeling van de formele opdrachten (sommen) is om een beeld te krijgen van de mate waarin de leerling oplossingsprocedures begrijpt en kan toepassen en in hoeverre hij ze heeft geautomatiseerd. Dit noemen we technische rekenvaardigheid.

De functionele opdrachten (contexten) geven zicht op hoe de leerling de drie stappen van het probleemoplossend werken binnen het drieslagmodel aanpakt (zie hoofdstuk 5). Dit zijn: het probleem begrijpen, het analyseren van de informatie en het komen tot een bewerking, het uitvoeren van de rekenbewerking en het terugblikken op de eigen aanpak. Daarbinnen krijgt de onderzoeker een indruk van de handelingsniveaus waarop de leerling werkt.

7.3.3 De rol van de interne onderzoeker

De houding van de interne onderzoeker is essentieel voor de kwaliteit van het diagnostisch gesprek. In een diagnostisch gesprek gaat het erom dat de leerling zich uitgenodigd voelt te laten zien hoe hij denkt en rekent. De onderzoeker zorgt voor een veilige sfeer op basis van gelijkwaardigheid. Hij probeert zich te verplaatsen in de manier van denken en rekenen van de leerling. Deze houding is een belangrijke voorwaarde voor het welslagen van een diagnostisch gesprek.

Hierbij zet de onderzoeker zijn pedagogische en didactische competenties in op het gebied van rekenen en wiskunde. Een goed diagnostisch gesprek leidt tot nieuwe ontdekkingen, niet alleen voor de onderzoeker maar vooral ook voor de leerling. Dit vormt het beginpunt voor de verdere ondersteuning van de rekenwiskundige ontwikkeling van de leerling. Het is vanzelfsprekend dat de kwaliteit van het gesprek verbetert als de leerling meer ervaring heeft met deze benadering (vanuit de klassensituatie). Hij is dan al vaardig om te vertellen en te laten zien hoe hij werkelijk denkt en rekent, bijvoorbeeld door te tekenen, fiches of vingers te gebruiken.

7.3.4 Het verloop van het diagnostisch gesprek

Start van het gesprek

De interne onderzoeker vertelt de bedoeling en de aanleiding van het gesprek en hij vraagt hoe de leerling hierover denkt. Hij formuleert met de leerling de verwachtingen en de doelen van het gesprek. De onderzoeker zorgt voor een goede sfeer van veiligheid en vertrouwen tijdens het gesprek, zodat de leerling zich betrokken voelt. Door zijn vraagstelling nodigt hij de leerling uit zich actief op te stellen in het onderzoek: de leerling neemt de onderzoeker mee in de eigen rekenwereld.

Kern 1: aan het werk met de formele opdrachten

De bedoeling van de formele rekenwiskunde-opdrachten (sommen) is om zicht te krijgen op de basisautomatismen en oplossingsprocedures die de leerling tot zijn beschikking heeft (zie hoofdstuk 2 en 3 in hoofdstuk 4). Welke kent en gebruikt hij al en welke niet? En ook: In welke mate beheerst de leerling deze oplossingsprocedures? Begrijpt hij deze procedures?

Aandachtspunten zijn:

- 1 keuze van de formele rekenwiskunde-opdrachten;
- 2 onderzoek van de basisautomatismen met geschikte vraagtechnieken;
- 3 onderzoeken van oplossingsprocedures en inzichten.

Ad 1. Keuze van de formele rekenwiskunde-opdrachten.

De interne onderzoeker legt opdrachten voor die passen bij het feitelijke niveau van rekenwiskundige vaardigheid van de leerling. Dit vaardigheidsniveau is vastgesteld met een signaleringstoets. De onderzoeker legt de leerling een aantal geselecteerde opdrachten voor die passen bij wat de leerling al wel beheerst en wat hij nog niet kan. Het is van belang dat de onderzoeker hierbij de juiste keuze van opdrachten maakt. Opdrachten die te moeilijk zijn, veroorzaken problemen in concentratie en werkgeheugen. Zij vertroebelen de informatie die de onderzoeker uit het gesprek kan halen.

Ad 2. Onderzoek van de basisautomatismen met geschikte vraagtechnieken.

De interne onderzoeker maakt gebruik van geschikte vraagtechnieken (zie Van Eerde, 1996) voor de volgende taken:

- *observeren en bevragen*: Welke rekenwiskunde-opdrachten kent de leerling meteen? Zijn er aanwijzingen dat hij nog snelle tussenstappen maakt? Zijn er signalen van snel tellen?
- *doorvragen*: Welke basisautomatismen begrijpt en beheerst de leerling al? Beseft de leerling welke hij al begrijpt en beheerst en welke nog niet? Is hij zich bewust van het belang van automatisering?
- *variëren en onderzoeken van de voorgaande stap*: als de leerling de opdrachten niet heeft geautomatiseerd, gaat de onderzoeker na op welk niveau de leerling de opdracht kan oplossen en of hij begrijpt wat hij doet. En ook of de leerling de formele notatie begrijpt. De onderzoeker varieert met behulp van de niveaus uit het handelingsmodel (zie hoofdstuk 5).

Ad 3. Onderzoeken van oplossingsprocedures en inzichten.

Ook hier gaat het erom geschikte vraagtechnieken te gebruiken, zoals: Heeft de leerling begrip van de rekenwiskunde-opdracht? Kan de leerling de formele opdracht verbinden met de meer basale niveaus uit het handelingsmodel? Bijvoorbeeld: Kan de leerling een concrete situatie bedenken bij een som? Kan hij een som visualiseren met materiaal of door te tekenen?

Het gaat er ook om hulpmogelijkheden te onderzoeken. Kan de leerling gebruik maken van bepaalde hulp?

Kern 2: aan het werk met functionele opdrachten

Bij het werken met functionele (context)opdrachten gaat het om dezelfde aandachtspunten als bij het werk met de formele opdrachten. Bovendien kan de interne onderzoeker door gericht te observeren aan de hand van het drieslagmodel zien hoe de leerling werkt (zie hoofdstuk 5). Zie hiervoor de voorbeeldvragen in paragraaf 5.5.1.

Als de leerling vastloopt, ondersteunt de onderzoeker hem in het doorlopen van de stappen van het drieslagmodel.

- In de eerste stap, het plannen, helpt de onderzoeker de leerling zich een voorstelling te maken van de context, om betekenis te geven aan de rekenwiskunde-opdracht (taal), een koppeling te leggen met andere lagen in het handelingsniveau of de gegevens te organiseren. Hij kan de opdracht variëren door de getallen minder complex te maken bijvoorbeeld in plaats van 20% van € 220 naar 10% van € 200.
- In de tweede stap, het uitvoeren, helpt de onderzoeker door de aanpak van de leerling te structureren, het werkgeheugen te ondersteunen (laten noteren van tussenantwoorden), de opdracht passend af te beelden (laten tekenen, kralensnoer laten gebruiken), het aanreiken (en laten uitproberen) van passende oplossingsprocedures.
- In de derde stap, het reflecteren, helpt de onderzoeker door terug te koppelen naar de vraag (*klopt het nu?*), door te structureren, door demonstreren te koppelen aan verwoorden (*laat eens zien hoe je dit hebt uitgerekend?*).

7.3.5 Afsluiting van het gesprek

De interne onderzoeker sluit af door een terugblik samen met de leerling. Hij staat stil bij het proces: *Lukte het mij om met jou mee te denken?* Hij staat ook stil bij de opbrengst: *Hebben we bereikt wat we wilden bereiken?* Hij benoemt succeservaringen en geeft de leerling feedback.

De start en de afsluiting van het gesprek doen vooral een beroep op de pedagogische competenties van de onderzoeker. In de kern van het gesprek gaat het om een combinatie van pedagogische en vooral ook didactische competenties. De kwaliteit van het gesprek neemt toe naarmate de onderzoeker meer verfijnde kennis heeft van leerstoflijnen en mogelijke oplossingen van de leerling.

7.4 De opbrengst van het interne diagnostisch onderzoek

Na afloop van het diagnostisch gesprek analyseert de interne onderzoeker de verkregen informatie en komt tot conclusies. Deze bespreekt hij met de leraar of interne rekenexpert. Op basis daarvan stelt hij een advies op. Dit vormt het aanknopingspunt voor de afstemming van de begeleiding van de leerling in de (sub)groep en/of in een individuele setting.

De opbrengst van het diagnostisch onderzoek is een individueel handelingsplan, afgestemd op de mogelijkheden van de leerling. Dit is gericht op een nog meer specifieke afstemming van de onderwijsactiviteiten op de individuele leerling; de diagnostiek is handelingsgericht.

Als de leraar zelf de diagnostiek uitvoert, kan hij de opbrengst gemakkelijk verbinden met zijn dagelijkse werk met de leerling. De leraar heeft er profijt van dat hij zich beter kan verplaatsen in de manier van rekenen van de leerling. Hij kan deze kennis gemakkelijker vertalen naar zijn dagelijkse voorbereiding van de rekenactiviteiten. Een bijkomend voordeel is dat de leraar zijn diagnostische kennis en vaardigheden kan inzetten voor leerlingen met een vergelijkbare problematiek. Het wordt ongemerkt tevens een onderdeel van de dagelijkse les.

7.5 Verslaglegging

Na afloop van het diagnostisch onderzoek en de bespreking met de leraar/interne rekenexpert stelt de interne onderzoeker een rapport op. Hierin beschrijft hij zijn bevindingen en de analyse van het diagnostisch gesprek, kindkenmerken, de positieve aanknopingspunten en zijn advies.

Dit verslag wordt besproken met de ouders/verzorgers. Samen bespreken ze het ontwikkelingsperspectief van de leerling. Bij twijfel melden de ouders/verzorgers en de school de leerling aan voor bovenschoolse zorg in het samenwerkingsverband of bij een schooladviesbureau (fase rood). Zie verder hoofdstuk 8.

Het verslag van het diagnostisch onderzoek en de afspraken met de ouders/verzorgers worden bewaard in het (digitale) leerlingdossier.

7.6 Vervolgactiviteiten

Op basis van het diagnostisch rapport stelt de interne rekenexpert in samenwerking met de leraar van de leerling een individueel handelingsplan op met doelen op korte termijn en op langere termijn.

De leerling wordt gedurende maximaal een half jaar door de school verder begeleid (fase oranje). Als de rekenwiskundige ontwikkeling van de leerling gedurende deze periode weer aantoonbaar de goede kant op gaat, kan aan het eind van deze periode worden beslist of de leerling terug kan naar fase geel. Bij weinig of geen vooruitgang wordt extern onderzoek aangevraagd (fase rood). Deze aanvraag kan ook al tijdens deze periode (fase oranje) worden ingediend, als blijkt dat de leerling onvoldoende profiteert van de geboden hulp (zie hoofdstuk 8).

8 Extern diagnostisch onderzoek

In hoofdstuk 1 is het doel van het protocol ERWD aangegeven.

Het eerste doel is het werken aan preventie van rekenwiskunde-problemen door een zorgvuldige afstemming van het onderwijs op de onderwijsbehoeften van de leerling. De aanpak hiervoor is uitvoerig beschreven in de hoofdstukken 4, 5 en 6.

Het tweede doel is het bieden van passend onderwijs aan leerlingen die specifieke aandacht nodig hebben bij het leren van rekenen-wiskunde. In hoofdstuk 7 is beschreven tot op welk punt de school zèlf de leerling passend onderwijs kan bieden. De school heeft er tot dat moment alles aan gedaan om de leerling zo goed mogelijk te begeleiden.

In dit hoofdstuk gaan wij in op de volgende stap: *het inschakelen van externe diagnostiek* wanneer de school vaststelt dat de rekenwiskundige ontwikkeling van de leerling dreigt vast te lopen of te stagneren, of wanneer de problemen zich voordoen over de hele linie van de rekenwiskundige ontwikkeling van de leerling. De school verwijst in samenwerking met de ouders/verzorgers de leerling door naar een externe deskundige, de 'externe onderzoeker', voor verder onderzoek. De leerling gaat dan over van fase oranje naar fase rood

8.1 De volgende stap: doorverwijzing naar de externe onderzoeker

Omschrijving van de fasen in onderwijsbehoeften bij het leren rekenen



Fase oranje: er doen zich ernstige rekenwiskunde-problemen voor, die in principe door deskundige begeleiding oplosbaar zijn binnen de school. Er is sprake van specifieke onderwijsbehoeften op het gebied van rekenwiskunde.

Fase rood: er doen zich ernstige en hardnekkige rekenwiskunde-problemen voor, die in principe zijn te begeleiden binnen de school, maar waarbij mogelijk externe ondersteuning gewenst is. De specifieke onderwijsbehoeften op het gebied van rekenwiskunde zijn structureel.

Afbeelding 8.1 Fase oranje en fase rood bij de rekenwiskundige ontwikkeling

Afbeelding 8.1 laat zien dat een leerling op een gegeven ogenblik over kan gaan van fase oranje naar fase rood. Tot dan heeft de school gezorgd voor adequate en deskundige hulp bij problemen. De taak van de school is immers om direct in te grijpen in het leerproces van de leerling, zodra problemen in dit proces zichtbaar worden. In eerste instantie heeft de school haar eigen diagnostische deskundigen ingezet. Gedurende maximaal een half jaar heeft de school de leerling intensieve, individuele begeleiding geboden voor het oplossen of reduceren van de ernstige rekenwiskunde-problemen (fase oranje). Ondanks deze intensieve begeleiding is de rekenwiskundige ontwikkeling van de leerling aantoonbaar onvoldoende of dreigt zij te stagneren. Dit kan al voorkomen in de onderbouw, dus al vanaf groep 1 en 2. De school heeft op dat moment de grenzen bereikt van haar eigen mogelijkheden om het onderwijs op de specifieke onderwijsbehoeften van de leerling af te stemmen. Er is meer specialistische diagnostische kennis nodig om te onderzoeken welke factoren de ontwikkeling van de leerling belemmeren en om te bepalen welke vorm van intensieve begeleiding – zorgvuldig afgestemd op de specifieke onderwijsbehoeften van de leerling – noodzakelijk is. De rekenwiskundige ontwikkeling van de leerling is nu in fase rood.

Dit betekent dat de leerling in aanmerking komt voor nader onderzoek door een externe onderzoeker. Deze kijkt met een andere professionele blik naar de rekenwiskundige ontwikkeling van de leerling. Hij betreft daarbij de totale situatie van de leerling: de totale ontwikkeling van de leerling, de kindkenmerken inclusief intelligentie, de onderwijskenmerken en de opvoedingssituatie.

De ouders/verzorgers en de school melden de leerling aan voor bovenschoolse zorg in het samenwerkingsverband of bij een schooladviesbureau. Fase rood kan al ingaan in een zeer vroeg stadium van het onderwijs.

In sommige situaties zullen de ouders/verzorgers van de leerling, onafhankelijk van de school, zelf contact zoeken met een particulier bureau voor onderzoek van hun kind. Dit is geen gewenste situatie voor de school (zie hoofdstuk 10).

De school doet in het aanvraagformulier verslag van de maatregelen die zij heeft getroffen. Zij vermeldt tevens de hulpvragen van de school, van de ouders/verzorgers en van de leerling of hun gezamenlijke hulpvraag. De school beschrijft de specifieke hulp die geboden is aan de leerling en de aantoonbare resultaten daarvan.

Na een verkennend gesprek met de ouders/verzorgers en de leerling onderzoekt de externe onderzoeker welke specifieke problemen er zijn. Hij volgt hierbij de procedure zoals beschreven in de paragrafen 8.3 tot en met 8.8.

De externe onderzoeker schrijft een inhoudelijk verslag van zijn onderzoek met een *handelingsadvies* voor de begeleiding van de leerling. Criteria voor het handelingsadvies zijn te vinden in paragraaf 8.9. Indien van toepassing geeft de onderzoeker een *ERWD-indicatie* voor de leerling af. De leerling blijft gedurende nog een half jaar intensieve, individuele begeleiding houden. Bij een goede, intensieve begeleiding, met eventueel externe ondersteuning, heeft de leerling nog perspectief op een positieve ontwikkeling.

De verantwoordelijkheid om het handelingsadvies voor de intensieve begeleiding optimaal uit te voeren ligt bij de school. Na een periode van maximaal een half jaar vindt de evaluatie plaats en worden afspraken gemaakt voor vervolg. In het gunstige geval zijn de maatregelen afdoende en komt het ontwikkelingsproces weer op gang.

Wanneer een leerling geleidelijke ontwikkeling laat zien, kan worden besloten hem gedurende de basisschool verdere intensieve begeleiding te bieden in fase oranje. Blijkt echter dat de ernstige problemen hardnekkig blijven en dat de leerling aantoonbaar (methodegebonden toetsen en LOVS) niet of onvoldoende vooruit gaat, dan kan de externe onderzoeker een *dyscalculieverklaring* verlenen. Deze verklaring kan alleen worden afgegeven voor leerlingen vanaf groep 6 en met een voldoende intelligentie. Bij jonge kinderen wordt tot aan eind groep 5 alleen een ERWD-indicatie afgegeven.

Een dyscalculieverklaring is bedoeld om de leerling perspectief te bieden voor zijn verdere schoolcarrière. Met een dyscalculieverklaring kan gericht worden gewerkt aan een uitstroomprofiel van de leerling voor de overgang van het basisonderwijs naar het voortgezet onderwijs. In het voortgezet onderwijs wordt de begeleiding opgepakt en de leerling gaat door op het niveau waarop hij is binnengekomen. De dyscalculieverklaring is geldig gedurende de verdere schoolcarrière van de leerling. De leerling blijft in fase rood en krijgt intensieve, zorgvuldig afgestemde begeleiding. Het te behalen minimumdoel van het basisonderwijs op lange termijn voor leerlingen met een dyscalculieverklaring blijft 1F (eventueel te bereiken in de onderbouw van het voortgezet onderwijs).

De voorwaarden voor het afgeven van een dyscalculieverklaring zijn:

- De leerling beschikt over voldoende intelligentie (totale IQ van minimaal 70).
- Er is een grote discrepantie tussen de ontwikkeling van de leerling in het algemeen en zijn rekenwiskundige ontwikkeling.
- De achterstand is hardnekkig. De leerling laat, ondanks gerichte, deskundige begeleiding, (te) weinig aantoonbare vooruitgang zien.
- De problemen zijn ontstaan vanaf het verwerven van de basisvaardigheden in het domein Getallen en Bewerkingen en beïnvloeden ook de ontwikkeling op de domeinen Verhoudingen en Meten en Meetkunde (inclusief de leerstoflijnen Tijd en Geld).

Op basis van bovenstaande verschijnselen kunnen de volgende consequenties voor de toekomst worden voorspeld.

- De consequenties manifesteren zich in het voortgezet onderwijs, met name ook in andere vakken dan wiskunde (natuurkunde, scheikunde, economie, wereldoriëntatie).
- De leerling ervaart, ook op latere leeftijd, problemen op het gebied van bovengenoemde basisvaardigheden.
- De leerling heeft er last van gedurende zijn hele schoolcarrière en in het maatschappelijk verkeer.

Internationaal wordt er gewerkt volgens de richtlijnen van DSM-IV-TR. Deze sluiten aan bij de hierboven beschreven criteria (zie bijlage A). DSM-IV-TR staat voor *Diagnostic Manual of Mental Disorders* (American Psychiatric Association, 2000)

Wij merken op dat het totale IQ (TIQ) voor het verkrijgen van een dyscalculieverklaring in dit protocol is vastgesteld op 70 of hoger, gelijk aan de voorwaarde bij een dyslexieverklaring. Rekenen-wiskunde is echter complexer dan lezen en schrijven. Het doet een beroep op de hogere cognitieve functies, onder andere op begrijpend lezen, logisch denken en ordenen, op wiskundig communiceren, reflecteren op het eigen handelen en conclusies trekken op basis van het eigen wiskundig handelen.

Voorzichtigheid met het verstrekken van dyscalculieverklaringen is dan ook geboden. Wij raden aan om terughoudend te zijn met dyscalculieverklaringen bij leerlingen met een TIQ tussen 70 en 85. Vanaf TIQ = 85 mag worden aangenomen dat de leerling voldoende leerbaar is om aan bovengenoemde cognitieve functies te kunnen werken en daarbij ook in staat is om met zorgvuldig afgestemde begeleiding rekenwiskundige concepten en procedures te ontwikkelen.

De externe onderzoeker die aan de onderstaande eisen/voorwaarden voldoet, mag een dyscalculieverklaring verlenen. Deze zijn de volgende.

- Hij is een geregistreerde GZ-psycholoog (NIP) of een geregistreerde orthopedagoog generalist (NVO).
- Hij heeft een diagnostische bevoegdheid.
- Hij is gespecialiseerd op het gebied van rekenen-wiskunde (*Master Special Educational Needs* (SEN) met specialisatie rekenen en rekenproblemen) of werkt bij het diagnostisch onderzoek samen met een rekenexpert (zie afbeelding 10.2).

Bij een dyscalculieverklaring wordt beschreven welke faciliteiten en begeleiding de leerling nodig heeft (zie bijlage B).

De te verlenen faciliteiten zijn kindafhankelijk, maar impliceren in ieder geval het volgende:

- het bieden van deskundige begeleiding op maat (volgend op het advies van het diagnostisch onderzoek);
- het toestaan van het gebruik van een rekenmachine bij alle rekenactiviteiten, ook bij toetsen;
- het bieden van dertig minuten extra tijd bij toetsen;
- het bieden van een rustige werkplek tijdens toetsen.

8.2 Aanmelding voor extern diagnostisch onderzoek

De externe onderzoeker is bevoegd en bekwaam om diagnostiek uit te voeren. Hij werkt volgens de professionele standaarden en richtlijnen van zijn eigen beroepsvereniging. Hij gebruikt een erkende diagnostische methodiek. Hij is tevens rekenexpert of werkt nauw samen met een rekenexpert.

De externe onderzoeker ontvangt de gezamenlijke aanvraag van de school en de ouders/verzorgers voor een onderzoek naar de rekenwiskunde-problematiek van de leerling. Voor voorbeelden van aanvraagformulieren verwijzen wij naar Pameijer en Van Beukering (2004, bijlage 2, pp. 343-376). De school voegt hier nog een verslag aan toe over de rekenwiskundige ontwikkeling van de leerling en andere relevante informatie. Hierin vermeldt de school:

- de hulpvraag van de betrokkenen: de school, de ouders/verzorgers en de leerling;
- het beeld dat de school heeft van de rekenwiskundige ontwikkeling van de leerling in positieve en in negatieve zin;
- de geboden afstemming van het onderwijs op de specifieke onderwijsbehoeften van de leerling;
- aanvullende informatie van de leerling;
- aanvullende informatie over de school en het geboden onderwijs;
- eventueel aanvullende informatie over de thuis- en opvoedingssituatie.

VERSLAG

Verslag van de school bij aanmelding

- De hulpvraag van de betrokkenen: de school, de ouders/verzorgers en de leerling:
 - Welke klachten, zorgen, verwachtingen, ...?
- Het beeld van de school van de rekenwiskundige ontwikkeling van de leerling in positieve en in negatieve zin:
 - Wat lukt al wel en wat nog niet?
 - Hoe is de rekenwiskundige ontwikkeling van de leerling tot nu toe verlopen?
- De geboden afstemming van het onderwijs op de specifieke onderwijsbehoeften van de leerling:
 - Welke directe factoren van het onderwijs verlopen succesvol en welke gaan nog gebrekkig? Directe factoren zijn: instructie en taak.
 - Welke directe factoren van de leerling verlopen succesvol en welke gaan nog gebrekkig? Directe factoren zijn: taakaanpak en gebruik van procedures (Meijer, 2000, 2008) door middel van:
 - kijken naar de ervaringen in de klas;
 - kijken naar de gegevens uit methodegebonden toetsen;
 - kijken naar gegevens uit methode-overstijgende toetsen, het LOVS.
- Aanvullende informatie over de leerling:
 - Welke ontwikkeling van de leerling zien we op andere leergebieden?
 - Welke gegevens zijn bekend over de indirecte factoren van de leerling (kindkenmerken)?
- Aanvullende informatie over de school/het geboden onderwijs:
 - Welke gegevens over de indirecte factoren in het onderwijs zijn hier van belang (onderwijskenmerken)?
- Eventueel aanvullende informatie over de thuis- en opvoedingssituatie:
 - Welke informatie over de thuis- en opvoedingssituatie zijn voor deze hulpvraag van belang?

8.3 Praktijkmodel handelingsgerichte diagnostiek (HGD)

In het protocol ERWD hanteren wij het *praktijkmodel handelingsgerichte diagnostiek (HGD)* voor de diagnostiek van en de advisering door de externe onderzoeker. Voor een algemene beschrijving van HGD verwijzen wij naar Pameijer en Van Beukering (2004). Hierna passen wij HGD specifiek toe voor de diagnostiek van en advisering over rekenwiskunde-problemen. Het diagnostisch onderzoek wordt uitgevoerd door de externe onderzoeker volgens de uitgangspunten en de fasen van HGD die hieronder staan. Ontleend aan Pameijer en Van Beukering (2004, p. 13, p. 15, pp. 17-18).

KENMERKEN

Kenmerken van HGD

Het praktijkmodel handelingsgerichte diagnostiek (HGD) beschrijft een systematisch proces van besluitvorming. De externe onderzoeker onderkent en analyseert onderwijsleerproblemen en zoekt naar mogelijke verklaringen. HGD richt zich op relevante factoren van de leerling, de onderwijsleer- en opvoedingssituatie die hetzij risico's opleveren, hetzij juist beschermen tegen risico's. HGD start bij de hulpvraag van school, ouders/verzorgers en leerling. De onderzoeker werkt doelgericht samen met school, ouders/verzorgers en leerling en is van meet af aan gericht op adviseren.

HGD resulteert in een verantwoord en bruikbaar advies. De advisering is afgestemd op optimale ontwikkelingskansen voor de leerling.

Uitgangspunten:

- HGD verloopt volgens systematische procedures;
- HGD is gericht op advisering;
- HGD hanteert een transactioneel denkkader;
- HGD acht samenwerken met school, ouders/verzorgers en leerling cruciaal;
- HGD besteedt aandacht aan positieve kenmerken.

In de transactionele benadering staat de wisselwerking tussen de leerling en zijn omgeving centraal, waarbij de leerling en omgeving veranderen als gevolg van de interactie (handelingen die in een spiraal van actie en reactie op elkaar volgen).

HGD verloopt systematisch (eventueel cyclisch) in fasen:

1. intake;
2. strategie;
3. onderzoek;
4. indicering;
5. advisering.

8.4 Fase 1: intake

In deze fase brengt de externe onderzoeker de context van de aanmelding en de kansen op welslagen van het advies in kaart. Hij baseert zich hierbij onder meer op het verslag van de school. Hij voert een intakegesprek met ouders/verzorgers en de leerling. Hij kan overleg voeren met de school voor eventuele aanvullende informatie.

In de intakefase analyseert de onderzoeker de vragen van de ouders/verzorgers, de school en de leerling die zijn hulp hebben ingeroepen. Zie voor voorbeeldvragen afbeelding 8.2. Wij hebben hierbij gebruikgemaakt van Pameijer en Van Laar-Bijman (2007, p. 51). De onderzoeker verzamelt informatie die nodig is om een keuze te maken voor een passend diagnostisch traject. Hij onderzoekt of hij constructief kan samenwerken met school, ouders/verzorgers en leerling, en of zij onderling dit ook kunnen. Hij komt met de drie partijen tot een gemeenschappelijk beeld van hun afzonderlijke hulpvragen. Hij zorgt dat dit een helder en realistisch beeld is.

In het kader van HGD is het belangrijk dat hij ook onderzoekt welke opvolging zijn advies zal krijgen. Hij taxeert of de ouders/verzorgers, school en de leerling zijn advies zullen overnemen en zich eraan zullen verbinden. Hij bepaalt of zij in staat zijn door samenwerking en overleg het advies uit te voeren. Hij gaat na of (in hoeverre) zij in staat zijn om hun handelen daadwerkelijk af te stemmen op de onderwijsbehoeften van de leerling. Hij geeft de leerling hier nadrukkelijk een eigen rol in. Hoe eerder de leerling zelf actief wordt bij het aanpakken van zijn eigen leerproces, des te meer effect is er te verwachten.

Vragen voor de intake

- Wie heeft het initiatief tot deze aanvraag genomen?
- Wat is de directe aanleiding voor de aanvraag?
- Wat zijn de problemen, de risico's en de positieve aspecten?
- Welke zijn de relevante kenmerken van de thuis- en opvoedingssituatie?
- Wat is de relevante voorgeschiedenis, welke maatregelen zijn er genomen?
- Welke hulpvragen zijn er precies? Is er een hulpvraag achter de hulpvraag?
- Waarom worden deze vragen gesteld? Wat wil betrokkene ermee bereiken?
- Waaruit bestaan de verwachtingen en de wensen van de hulpvrager(s)?
- Waaruit blijkt dat zij het advies zullen overnemen en zich eraan willen verbinden?
- Hoe zullen school, ouders/verzorgers en leerling samen werken aan uitvoering van het advies?
- Waaruit blijkt dat school, ouders/verzorgers en leerling verantwoordelijkheid nemen voor het uitvoeren van het advies?
- Voelt de leerling zich competent en gelukkig in de onderwijssituatie?

Afbeelding 8.2 Vragen intake

Tijdens het intakegesprek wordt duidelijk welke vermoedens de school en de ouders/verzorgers hebben over de factoren die een rol spelen bij de rekenwiskunde-problemen.

Doorgaans zijn de hulpvragen van school, ouders/verzorgers en leerling niet dezelfde. De school vraagt in het algemeen hulp bij het vormgeven van de afstemming van het onderwijs op de behoeften van de leerling. Andere vragen kunnen een rol spelen, die te maken hebben met het perspectief van de leerling op langere termijn.

De hulpvragen van de ouders/verzorgers kunnen verschillen van die van de school. Ouders/verzorgers zijn (meestal) niet in de positie een directe bijdrage te leveren aan een goede afstemming van het onderwijs op de behoeften van hun kind. Zij kunnen zich onmachtig voelen in het onder-

steunen van hun kind. Mogelijk stellen zij de school verantwoordelijk voor het ontstaan en bestaan van het probleem. In het intakegesprek is het van belang om de school en de ouders/verzorgers op elkaar te betrekken, de hulpvragen van alle betrokkenen goed in beeld te krijgen en om die beelden gemeenschappelijk te maken (zie afbeelding 8.3).

Tijdens het intakegesprek brengt de onderzoeker de thuis- en opvoedingssituatie in beeld. Kernpunten hierbij zijn:

- het welbevinden, het competentiegevoel en de actieve betrokkenheid van de leerling ten aanzien van zijn eigen rekenwiskundige ontwikkeling;
- de verwachting van de ouders/verzorgers van de rekenwiskundige ontwikkeling van de leerling en het beeld van de feitelijke rekenwiskundige ontwikkeling;
- de factoren waaraan de ouders/verzorgers de problematiek toeschrijven.

8.5 Fase 2: strategie

Het doel van de strategiefase is dat de externe onderzoeker een keuze maakt voor een passend onderzoekstraject. In de strategiefase maakt hij een nadere beschouwing van de hulpvragen, met gebruikmaking van de verkregen gegevens uit de intakefase. Hij analyseert en reflecteert op de verzamelde informatie en stelt een aanpak op voor het diagnostisch onderzoekstraject.

De onderzoeker kan vanuit zijn professionaliteit het geheel van de rekenwiskundige ontwikkeling van de leerling overzien en hierbij passende onderzoeksvragen formuleren. Hij richt zich in het kader van HGD op relevante factoren van leerling, onderwijsleer- en opvoedingssituatie die hetzij risico's opleveren, hetzij juist beschermen tegen risico's.

De onderzoeker clustert de verzamelde informatie tot:

- kindkenmerken;
- kenmerken van de onderwijsleersituatie;
- kenmerken van de opvoedingssituatie.

De onderzoeker analyseert de clusters. Hij beoordeelt of hij voldoende bruikbare informatie heeft verkregen voor het beantwoorden van de hulpvragen. Zo ja, dan gaat de aanvraag rechtstreeks door naar fase 4: indicering. Is dat niet het geval, dan vertaalt hij de hulpvragen doelgericht en efficiënt in specifieke vragen voor nader onderzoek. Vervolgens gaat de aanvraag door naar fase 3: onderzoek.

Problematiek en mogelijke hulpvragen

- **De rekenwiskundige ontwikkeling blijft achter bij de verwachting van school en/of ouders/verzorgers.**
 - Verloopt de rekenwiskundige ontwikkeling volgens de verwachting?
 - Hebben de school en de ouders/verzorgers een verschillende verwachting en/of verschillend beeld van de ontwikkeling van de leerling? Zo ja, welke verwachting en/of welk beeld is reëel?
- **Het perspectief op vervolgonderwijs is zorgelijk.**
 - Welk perspectief op vervolgonderwijs is er, gezien de rekenwiskundige ontwikkeling van de leerling tot nu toe?
 - Past dit perspectief bij de verwachting? Bij de overige (schoolse) ontwikkelingsgebieden?
 - Biedt het rekenwiskunde-onderwijs voldoende invulling voor dit perspectief?
- **Er is (de laatste tijd) onvoldoende rekenwiskundige ontwikkeling.**
 - Hoe kan de school zorgen voor een goede afstemming tussen het rekenwiskunde-onderwijs en de onderwijsbehoeften van de leerling?
 - Welke maatregelen zijn er nodig om dit te realiseren?
- **Er is geen/onvoldoende zicht op wat de leerling al kan en op wat de leerling daarop aansluitend kan leren (op wat in de zone van de naaste ontwikkeling ligt).**
 - Wat kan de leerling al? Waar loopt hij vast?
 - Wat is de oorzaak van de problemen?
 - Op welke wijze leert hij het best?
 - Hoe kunnen we de leerling zo goed mogelijk begeleiden?
- **Het lukt niet/onvoldoende om de noodzakelijke maatregelen uit te voeren.**
 - Hoe kan de school de noodzakelijke maatregelen uitvoeren?
 - Is er aanvullende hulp nodig?
 - Zijn de noodzakelijke maatregelen haalbaar binnen de (huidige) schoolsituatie?
- **Het welbevinden van de leerling komt in de knel.**
 - Is de leerling voldoende actief en betrokken bij zijn eigen rekenwiskundige ontwikkeling?
 - Is de leerling zich voldoende bewust van zijn eigen problematiek? Heeft hij een reële kijk op zijn eigen functioneren (onder- of overschatting)?
 - Voelt de leerling zich competent en gelukkig in de onderwijssituatie?

Wij gaan nu eerst in op de clustering van de kenmerken. Daarna komt de vertaling van hulpvragen naar onderzoeksvragen aan de orde.

8.5.1 Cluster kindkenmerken

De onderstaande indeling biedt goede aanknopingspunten voor de externe onderzoeker om het cluster kindkenmerken te beschrijven. De rubrieken hoeven niet alle aan de orde te komen. Dit is afhankelijk van de onderzoeksvraag. Zie voor een toelichting Pameijer en Van Beukering (2004, pp. 126-129).

KENMERKEN

Indeling cluster kindkenmerken

1. Schoolse vaardigheden (inclusief leervoorwaarden).
2. Werkhouding en taakgedrag.
3. Cognitief of intellectueel functioneren.
4. Sociaal-emotioneel en psychisch functioneren.
5. Lichamelijk functioneren.

In dit protocol bekijken wij alleen de rubriek schoolse vaardigheden. Hier plaatst de onderzoeker de informatie over de rekenwiskundige ontwikkeling van de leerling. Hij objectiveert hierbij de informatie die de school en de ouders/verzorgers hebben gegeven. Vervolgens besluit hij welke hulpvraag hij als probleem opneemt en welke positieve aspecten als positieve kenmerken.

De informatie over de rekenwiskundige ontwikkeling van de leerling verkrijgt hij door analyse van:

- 1 een vergelijking met de normgroep;
- 2 het verloop van de rekenwiskundige ontwikkeling;
- 3 toetsresultaten.

Ad 1. *Vergelijking met de normgroep.*

De externe onderzoeker vergelijkt de beheersing van rekenwiskundige vaardigheden door de leerling met die van leeftijds- en/of groepsgenoten.

Op basis van de hulpvraag beoordeelt hij of er sprake is van problemen en eventueel van risicofactoren en zo ja, welke. Hij taxeert ook de ernst. Hierbij beantwoordt hij de volgende vragen:

- Is er sprake van stagnatie in de rekenwiskundige ontwikkeling?
- Hoe ernstig zijn de problemen en hoelang bestaan ze al?
- Is er sprake van kindkenmerken die een ongunstige invloed hebben op de ontwikkeling van de rekenwiskundige vaardigheid (risicofactoren)?
- Hoe ernstig zijn de risicofactoren?

Hij vraagt zich af of het reëel is om de leerling met de normgroep te vergelijken. Met andere woorden: Is het een reële verwachting dat deze leerling zich ontwikkelt volgens het niveau van de normgroep?

Er is niet alleen sprake van probleemgedrag als de ontwikkeling van (bepaalde) rekenwiskundige vaardigheden stagneert. Dit geldt ook als de ouders/verzorgers, de school en onderzoeker de in-

druk hebben dat een leerling veel minder presteert dan op grond van zijn capaciteiten verwacht mag worden.

Ad 2. *Verloop van de rekenwiskundige ontwikkeling.*

De externe onderzoeker brengt het verloop in kaart van de rekenwiskundige ontwikkeling van de leerling vanaf de start in het basisonderwijs. Hij vergelijkt de resultaten van de verschillende toetsmomenten. Hij beantwoordt de volgende vragen:

- Is er een geleidelijke rekenwiskundige ontwikkeling in de afgelopen periode?
- In welke periode is/was er een geleidelijke, sterk stijgende of stagnerende rekenwiskundige ontwikkeling?
- Is er in deze periodes een verband te benoemen met mogelijke bevorderende en belemmerende factoren in het onderwijs en in de leerling?

Ad 3. *Toetsresultaten.*

De externe onderzoeker herleidt het resultaat van de laatste toetsafname van het LOVS (score van rekenwiskundige vaardigheid) tot een globaal niveau van rekenwiskundige vaardigheid (functioneringsniveau). Dit biedt een aanknopingspunt om de leerling in de onderzoeksfase opdrachten voor te leggen die zoveel mogelijk aansluiten bij zijn werkelijke rekenwiskundige vaardigheid. Hij beantwoordt de volgende vraag: Wat kan de leerling al wel en wat nog niet?

Hij maakt hierbij gebruik van de gegevens uit het LOVS en methodegebonden toetsen, aangevuld met gegevens uit observaties van de groepsleraar.

8.5.2 Cluster kenmerken onderwijsleersituatie

De onderstaande indeling biedt goede aanknopingspunten voor de externe onderzoeker om het cluster onderwijsleersituatie te beschrijven. Wij hebben hierbij gebruikgemaakt van Pameijer en Van Beukering (2004, pp. 132-134). Zie voor een toelichting pp. 132-134. De rubrieken hoeven niet alle aan de orde te komen. Dit is afhankelijk van de onderzoeksvraag.

KENMERKEN Indeling cluster kenmerken onderwijsleersituatie

1. Kwaliteit van het lesgeven:
 - a. pedagogische werkwijze van de leraar;
 - b. vakkennis en didactische vaardigheden van de leraar;
 - c. groepeeringsvormen;
 - d. klassenmanagement.
2. Samenhang tussen school- en groepsniveau.
3. Samenwerking met ouders/verzorgers.

8.5.3 Indien nodig: cluster kenmerken opvoedingssituatie

De onderstaande indeling biedt goede aanknopingspunten voor de externe onderzoeker om het cluster opvoedingssituatie te beschrijven. Zie voor een toelichting Pameijer en Van Beukering (2004, pp. 134-137). De rubrieken hoeven niet alle aan de orde te komen. Dit is afhankelijk van de onderzoeksvraag.

Indeling cluster kenmerken opvoedings situatie

1. Afstemming van het gedrag van de ouders/verzorgers op de behoeften van de leerling.
2. Opvoedingsstijl van de ouders/verzorgers.
3. Problematische kenmerken en risicofactoren van ouders/verzorgers en gezin.
4. Positieve kenmerken en protectieve factoren van ouders/verzorgers en gezin.

8.5.4 Van hulpvraag naar onderzoeksvraag

Wij komen nu terug op de situatie dat de externe onderzoeker niet voldoende bruikbare informatie heeft verkregen voor het beantwoorden van de hulpvragen. In dit geval vertaalt hij eerst de hulpvragen in specifieke vragen voor nader onderzoek.

Door de informatie te clusteren en te analyseren heeft de onderzoeker zicht gekregen op de informatie die nodig is om de hulpvragen te beantwoorden. Als blijkt dat hij niet voldoende bruikbare informatie op tafel heeft gekregen, formuleert hij de vragen die door onderzoek (fase 3) moeten worden beantwoord. Het is overigens mogelijk dat eerst nog (binnen fase 2, de strategiefase) een aanvullend gesprek op school of een observatie in de klas nodig is.

De onderzoeker maakt een keuze voor een passend onderzoekstraject. In dit traject kan het nodig zijn om bepaalde kindkenmerken nader te onderzoeken. Ook hierbij kunnen het handelingsmodel en het drieslagmodel ondersteunend werken (zie hoofdstuk 5).

8.6 Fase 3: onderzoek

Het doel van de onderzoekfase is dat de externe onderzoeker gegevens verzamelt om de onderzoeksvragen te kunnen beantwoorden. Dit doet hij niet volgens een standaardonderzoek, maar vraaggericht en op maat volgens HGD. Alleen door een diagnostisch gesprek op maat kan de onderzoeker de leerbaarheid van de leerling en zijn potentiële mogelijkheden met betrekking tot het leren van rekenen-wiskunde in beeld brengen. De onderzoeker gaat bewust op zoek naar verandermogelijkheden en met name naar positieve kenmerken bij de leerling en binnen de onderwijsleersituatie.

De beschrijving hierna is toegespitst op de diagnostiek op het gebied van rekenen-wiskunde. De externe onderzoeker voert een diagnostisch gesprek met de leerling volgens dezelfde principes als de interne onderzoeker, zoals beschreven in hoofdstuk 7.

De inzet van een externe onderzoeker heeft meerwaarde ten opzichte van de diagnostiek die op school geboden kan worden. Dit komt doordat hij kan werken vanuit zijn eigen professionaliteit, dat hij een breder inzicht heeft in de samenhang tussen kind-, onderwijs- en opvoedingskenmerken en met een gespecialiseerde blik naar de leerling en zijn omgeving kan kijken.

Hij toont zijn bekwaamheid en zijn toegevoegde waarde door:

- het voorbereiden en interpreteren van rekenonderzoek als onderdeel van het totale proces van HGD;
- het kiezen van opdrachten die passen bij het doel van het onderzoek, de onderzoeksvragen en het niveau van rekenwiskundige vaardigheid van de leerling;

- het beschikken over meer verfijnde kennis van leerstoflijnen en ontwikkelingslijnen;
- het beheersen van competenties voor onderzoek van de totale rekenwiskundige ontwikkeling (vanaf ontlukende gecijferdheid tot en met het 1F- en 1S-niveau);
- het beschikken over meer kennis van de invloed van bepaalde kindkenmerken op de rekenwiskundige ontwikkeling;
- het omgaan met belemmerende kindkenmerken in het diagnostisch gesprek;
- het beschikken over een breder repertoire van mogelijke en effectieve hulpmogelijkheden (methode-overstijgend);
- het inzetten van het handelingsmodel en het drieslagmodel bij het maken van zijn keuzes.

De externe onderzoeker stelt hiervoor een onderzoekspakket samen aan de hand van contextopdrachten en 'kale sommen' die passen bij het veronderstelde niveau van de leerling en opdrachten die makkelijker en net iets moeilijker zijn. Als het veronderstelde niveau van de leerling overeenkomt met E₄, start de onderzoeker met opdrachten op het niveau van M₄ en heeft hij ook opdrachten op het niveau van E₃, E₄ en M₅ (overzichtelijk) bij de hand. De opdrachten zijn een selectie uit de vier domeinen. De onderzoeker start met opdrachten op het domein Getallen en Bewerkingen en stelt eerst zijn conclusies op dit domein vast. Daarna gaat hij door met opdrachten uit het domein Verhoudingen en het subdomein Meten en kijkt tot hoever de leerling op deze (sub)domeinen komt. Bij leerlingen in de hogere leerjaren voegt hij ook opdrachten uit het domein Informatieverwerking toe.

Tijdens het onderzoek werkt de externe onderzoeker aan de hand van de volgende vragen (zie hiervoor de hoofdstukken 4 en 5):

- Tot op welk niveau is de leerling gevorderd (leerjaar, bijvoorbeeld M₄)?
- Welke concepten heeft hij goed ontwikkeld (per domein)? (zie hoofdstuk 4)
- Welke procedures kan hij goed, op basis van inzicht, uitvoeren (per domein)? (zie hoofdstuk 4)
- Waar en hoe ontstaan rekenwiskunde-problemen (handelingsmodel)? (zie paragraaf 5.1)
- Hoe lost de leerling contextproblemen op (drieslagmodel)? (zie paragraaf 5.2)
- Hoe reflecteert de leerling op zijn oplossingen en fouten (drieslagmodel)?
- Welk type instructie past het beste bij de leerling? (zie hoofdstuk 9)
- Welke oefenvormen passen het beste bij de leerling? (zie hoofdstuk 4)
- Welke kindkenmerken bevorderen of belemmerende oplossingsprocedures?

Aangeraden wordt om het diagnostisch gesprek met behulp van beeld en geluid op te nemen (met toestemming van de ouders/verzorgers) om zoveel mogelijk relevante informatie te kunnen vasthouden.

Indien gewenst en noodzakelijk kan de onderzoeker een intelligentie-onderzoek en/of andere aanvullende onderzoeken uitvoeren. De onderzoeker noteert zijn bevindingen in een samenvattend verslag.

8.7 Fase 4: indicering

Deze fase bestaat uit twee stappen: 1) het geven van een samenhangend beeld dat antwoord geeft op de onderzoeksvragen (diagnosestelling) en 2) het formuleren van aanbevelingen (indicatiestelling).

De externe onderzoeker integreert de relevante informatie tot een samenhangend beeld. Hij geeft een overzicht van de gegevens uit de voorgaande fasen. Hij brengt de onderzoeksresultaten in verband met de onderzoeksvragen en de verandermogelijkheden. Hij beschrijft de positieve kenmerken en de protectieve factoren; dit zijn factoren die bescherming bieden tegen risico's.

Met indicatiestelling wordt bedoeld dat de onderzoeker aanbevelingen formuleert over de verdere aanpak van de rekenwiskundige ontwikkeling van de leerling. Zo nodig verleent hij een ERWD-indicatie. In alle gevallen benoemt hij bouwstenen om tot passende en haalbare handelingsadviezen te komen.

- 1 Hij geeft een beeld van wat de leerling al kan, van wat het zich al heeft eigen gemaakt op het gebied van rekenen-wiskunde en ook van wat een zinvolle volgende stap is in de zone van de naaste ontwikkeling. Dit beeld wordt samengevat in een overzicht.
- 2 Hij geeft een beeld van de mate waarin de rekenwiskundige ontwikkeling van de leerling stagneert, langzamer verloopt dan op grond van leerbaarheid (en het verwachte uitstroomniveau) te verwachten is.
- 3 Hij geeft inzicht in de factoren die de verdere rekenwiskundige ontwikkeling kunnen activeren en ook van de factoren die deze ontwikkeling kunnen bedreigen of zelfs blokkeren. Het gaat hier om directe en indirecte factoren van de leerling en in het onderwijs (zie ook Meijer, 2000, 2008).
- 4 Hij geeft inzicht in de onderwijsbehoeften van de leerling, waar de school en de ouders/verzorgers op kunnen aansluiten.
- 5 Hij beschrijft de vormen van hulp waar de leerling van profiteert en de aanpak die de verdere rekenwiskundige ontwikkeling van de leerling ondersteunt en uitlokt.
- 6 Hij beschrijft de rol die de leerling, de school en de ouders/verzorgers hierbij kunnen vervullen.
- 7 Hij schetst een perspectief op lange termijn, een prognose van de verwachte rekenwiskundige ontwikkeling.

8.8 Fase 5: advies

In de adviesfase worden onder leiding van de externe onderzoeker vijf stappen gezet, die steeds instemming van alle partijen behoeven:

- 1 informatie overdragen;
- 2 overleggen en accepteren;
- 3 advieskeuze maken;
- 4 uitvoeringsplan maken;
- 5 vervolg- en evaluatieafspraken maken.

Ad 1. *Informatie overdragen.*

In de adviesfase informeert de externe onderzoeker de school, de ouders/verzorgers en de leerling over de opbrengst van de indiceringsfase en de onderzoeksfase. Hij bespreekt met hen het samenhangende beeld (diagnose) en de aanbevelingen (indicering) uit fase 3.

Ad 2. *Overleggen en accepteren.*

Nadat de externe onderzoeker de leerling, ouders/verzorgers en school heeft geïnformeerd, volgt overleg. Hierbij gaat hij na of de oorspronkelijke hulpvragen naar tevredenheid zijn beantwoord. Hij onderzoekt of zijn gesprekspartners het gepresenteerde beeld (diagnose) en de aanbevelingen (indicering) herkennen en aanvaarden. Hij probeert met hen tot overeenstemming te komen.

Ad 3. Advieskeuze maken.

Uit de aanbevelingen stelt de externe onderzoeker samen met de gesprekspartners vervolgens een advies op. Dit advies moet aansluiten bij de voorkeuren en de mogelijkheden van alle partijen. De belangen van de leerling staan centraal en de onderzoeker bewaakt deze. Dit kan betekenen dat in deze onderhandeling een van de vier partijen water bij de wijn moet doen. Soms hebben partijen niet genoeg aan één adviesgesprek om consensus te bereiken.

Het uiteindelijke doel is dat alle partijen zich met het advies kunnen verenigen. Zij moeten het erover eens zijn dat het advies wenselijk, nuttig, betekenisvol, geloofwaardig en haalbaar is. Het advies heeft betrekking op de verdere begeleiding in de school en/of hulpverlening buiten de school.

Ad 4. Uitvoeringsplan maken.

Vervolgens formuleert de externe onderzoeker in overleg met de andere partijen haalbare doelen op lange en korte termijn en geeft aanwijzingen omtrent instructie en oefenvormen (zie hoofdstukken 9 en 4). Indien nodig wordt een externe begeleider ingeschakeld voor specifieke begeleiding in aanvulling op de aanwezige expertise in de school.

De interne rekenexpert van de school werkt samen met de leraar en/of externe ondersteuner het individueel handelingsplan uit (zie hoofdstuk 9).

Ad 5. Vervolg- en evaluatieafspraken maken.

Tot slot maken de vier partijen onder leiding van de externe onderzoeker afspraken over het vervolgtraject en de evaluatie hiervan.

8.9 Opbrengsten van de externe diagnostiek

De opbrengsten van de externe diagnostiek zijn uiteindelijk:

- 1 een beeld van de specifieke onderwijsbehoeften van de leerling binnen de vier domeinen van rekenen-wiskunde;
- 2 een beschrijving van het perspectief op lange termijn (koersbepaling);
- 3 handelingsadviezen en concrete aanknopingspunten voor de begeleiding.

Ad 1. Diagnostisch onderzoek levert een beeld van de specifieke onderwijsbehoeften van de leerling binnen de domeinen van rekenen-wiskunde.

Dit beeld bestaat uit onder meer de volgende onderdelen:

- vorderingen van de leerling in zijn ontwikkeling op de verschillende domeinen;
- inzicht in hoe de leerling denkt en rekt binnen deze domeinen;
- de reken- en denkstappen die liggen in de zone van de naaste ontwikkeling;
- de specifieke onderwijsbehoeften van de leerling op basis van het handelingsmodel en het drieslagmodel;
- de specifieke onderwijsbehoeften op basis van de kindkenmerken en de motivationeel-affectieve componenten;
- gegevens over de mate waarin de leerling in staat is om te leren (ofwel: de leerbaarheid van de leerling);
- gegevens over de achtergrond en de thuissituatie van de leerling.

Ad 2. Diagnostisch onderzoek levert een beschrijving van het perspectief op lange termijn (koersbepaling).

In dit perspectief komen de volgende verwachtingen aan de orde.

- 1 Een inschatting van het mogelijk te bereiken eindniveau op een bepaald meetmoment. Bijvoorbeeld de verwachting dat de leerling, gezien zijn totale ontwikkeling over twee jaar, aan het einde van de basisschool een 1F-niveau kan bereiken en dat dit vooralsnog ook het streefniveau is voor rekenen-wiskunde. Hierbij kan ook aangegeven zijn aangegeven of de leerling (naar verwachting) uiteindelijk in aanmerking komt voor een dyscalculieverklaring.
- 2 Een inschatting over de totale ontwikkeling van de leerling op een bepaald meetmoment in relatie tot de drie basisvoorwaarden voor het leren: competentie (het vertrouwen in het eigen kunnen), autonomie (het vertrouwen om het eigen leerproces in eigen hand te nemen) en relatie (zich gewaardeerd en geaccepteerd voelen). Op basis hiervan worden keuzes gemaakt voor accenten in de pedagogisch-didactische benadering (Van den Born, 2006).
- 3 Een inschatting van de kindkenmerken die benut of versterkt kunnen worden bij de begeleiding. Bijvoorbeeld dat er in de begeleiding gekozen wordt om te werken aan het ontwikkelen van het visueel voorstellen en afbeelden (representeren), ook al is dit vermogen tot nu toe zwak ontwikkeld. In een andere situatie kan juist worden gekozen om aan te sluiten bij het sterk ontwikkelde verbale vermogen van de leerling.

Ad 3. *Diagnostisch onderzoek levert handelingsadviezen en concrete aanknopingspunten voor de begeleiding op.*

In de handelingsadviezen wordt op basis van de twee vorige punten in grote lijn aangegeven welke mix van maatregelen bij deze leerling zinvol is. De maatregelen hebben betrekking op de volgende begeleidingsactiviteiten.

- *Stimuleren van de leerling* met name wat betreft aspecten die niet zo sterk zijn ontwikkeld. De leerling activeren om zelf weer het leerproces op te pakken.
- *Compenseren* van zwak ontwikkelde rekenwiskundige kennis of vaardigheid. Bijvoorbeeld het toestaan van het gebruik van een rekenmachine als de leerling de tafels niet beheerst en daardoor niet in staat is om de standaardalgoritmes voor vermenigvuldigen en delen te leren. Met compenserende maatregelen kan de leerling toch verder in het leerproces of deelnemen aan een onderwijsactiviteit in de groep.
- *Remediëren in brede zin*. Remediëren is niet alleen gericht op het reduceren van rekenwiskunde-problemen. Het perspectief bij remediëren is altijd gericht op de totale ontwikkeling van de leerling.
- *Dispensen*. Dispensatie is mogelijk bij maatregelen die niet wezenlijk zijn om de norm te behalen, bijvoorbeeld het leren van standaardalgoritmes als een leerling naar het vmbo-basisberoepsgericht onderwijs gaat. Ter compensatie kan hij een rekenmachine gebruiken. Vanaf groep 6 kunnen de begeleiders in overleg met de ouders/verzorgers besluiten welke maatregelen genomen worden voor welke onderdelen van het rekenwiskunde-programma. De leerling volgt dan een minimumprogramma.

De externe onderzoeker geeft ook adviezen over instructieprincipes, vormen van feedback en effectief gebleken begeleidingsmethodieken.

De externe onderzoeker geeft met zijn handelingsadviezen de grote lijn aan voor de begeleiding van de leerling. Op basis hiervan komt een individueel handelingsplan tot stand. Als de school de juiste expertise in huis heeft, gebeurt dit door de school zelf. Bijvoorbeeld door de rekenexpert in samenwerking met de leraar van de leerling, in overeenstemming met de begeleidingsketen. Als de school deze expertise niet in huis heeft, dan wordt het plan opgesteld door een externe rekenexpert.

Het individuele handelingsplan bevat keuzes die rekening houden met de concrete schoolsituatie en de beschikbaarheid van menskracht, tijd en middelen. Ook wordt vastgesteld op welke punten de school ondersteuning of aanvulling nodig heeft. De uitvoering van het plan kan deels berusten bij een externe rekenexpert, bijvoorbeeld een remedial teacher. In de beschrijving spreken wij van de uitvoering door een *rekenexpert*.

9 **Begeleiding**

In hoofdstuk 6 hebben wij de grondbeginselen besproken van passend onderwijs binnen het diagnosticerend onderwijzen.

In hoofdstuk 7 hebben wij de interne diagnostiek besproken die wordt uitgevoerd wanneer de rekenwiskundige ontwikkeling van een leerling ernstig in gevaar komt (fase oranje).

Hoofdstuk 8 betreft het inroepen van externe deskundige hulp voor extern diagnostisch onderzoek wanneer de eigen mogelijkheden van de school niet meer toereikend zijn (fase rood).

In dit hoofdstuk beschrijven wij de aspecten van *een goede begeleiding van leerlingen in de fasen geel, oranje en rood.*

Wij kiezen voor de termen *begeleiding* en *individueel handelingsplan* om duidelijk te maken dat het niet gaat om de leerling te 'behandelen'. Het handelingsplan is bedoeld voor de begeleider om het onderwijs (de begeleiding) zo goed mogelijk te kunnen afstemmen op de specifieke onderwijsbehoeften van de individuele leerling. Hij beschikt over de juiste bekwaamheid om de leerling te begeleiden. In fase geel is hij de groepsleraar die in meer of mindere mate ondersteund wordt door de interne rekenexpert. In de fasen oranje en rood wordt de begeleiding uitgevoerd door de groepsleraar (op spoor 3) met ondersteuning van de interne rekenexpert. Is binnen de school onvoldoende deskundigheid aanwezig, dan kan de school begeleiding inschakelen van een externe rekenexpert. Wij spreken in het vervolg over de begeleider (zie paragraaf 9.6.6, *Wie doet wat?*).

9.1 Inbedding van de begeleiding in schoolbeleid en zorgbeleid

Voor het welslagen van de begeleiding van leerlingen in de fasen geel, oranje en rood is het van belang dat de begeleiding deel uit maakt van het schoolbeleid. Effectieve begeleiding is vaak een kwestie van lange adem en een perspectief op lange termijn. Als er geen keuze vanuit het schoolbeleid aan ten grondslag ligt, kan er onvoldoende structureel gewerkt worden en speelt het toeval een grote rol.

Het zorgbeleid is nauw verweven met de keuzes van de school voor de inhoud en de vorm van het rekenwiskunde-onderwijs. Zorgbeleid omvat de keuzes van een school over wie, wanneer, waar en waarvoor beschikbaar is om optimale afstemming te kunnen realiseren van het onderwijs op de onderwijsbehoeften van een leerling. Scholen die werken met groepsplannen, met daarbinnen afstemming van het onderwijs op subgroepen en individuele leerlingen, zoals beschreven in hoofdstuk 6, hebben een goede vertrekpositie om geplande zorg goed te kunnen organiseren.

Vanuit het kaderstellende zorgbeleid zijn binnen elk team enkele collega's beschikbaar voor specifieke zorgtaken. Voor rekenen-wiskunde is dit een collega die gespecialiseerd is op dit terrein: de interne rekenexpert. Bij samenwerkende scholen kunnen meerdere interne rekenexperts beschikbaar zijn met ieder een eigen taakinfilling, bijvoorbeeld afgestemd op onderbouw, middenbouw en bovenbouw.

De leraren stellen groepsplannen op voor de eigen groep en worden hierbij ondersteund door de interne rekenexpert. De interne rekenexpert (zie paragraaf 10.1, afbeelding 10.2) weet welke processen spelen in welke groepen en welke leerlingen extra hulp nodig hebben. Hij weet ook op welke sporen (zie paragraaf 6.1.3) de leraren functioneren. Daar stemt hij de begeleiding op af. Hij bepaalt samen met de leraren wanneer welke ondersteuning nodig is en hoe intensief die ondersteuning moet zijn (zie paragraaf 6.6, afbeelding 6.7).

Op schoolniveau is er een overzicht van groepen en van individuele leerlingen die extra hulp nodig hebben. Ook is bekend welke ondersteuning geboden wordt aan de groepsleraar.

De interne rekenexpert is goed op de hoogte van de aanwezige kennis en mogelijkheden in de school. Hij is goed geïnformeerd over externe mogelijkheden voor het geval dat specifieke deskundige hulp noodzakelijk is. Hij participeert in bovenschoolse netwerken. Het management ondersteunt en stimuleert teamdeskundigheid op het gebied van rekenen-wiskunde.

Het schoolbeleid en zorgbeleid is verder uitgewerkt in hoofdstuk 12.

9.2 Inbedding in het groepsonderwijs

De organisatie, planning en uitvoering van de begeleiding zijn beschreven in het zorgbeleid. De begeleiding van leerlingen in de fasen geel, oranje of rood kan geen op zichzelf staande activiteit zijn (zie paragraaf 10.2, afbeelding 10.3). Begeleiding wordt effectief als de leerling dagelijks in de klas gebruik kan maken van de nieuwe verworvenheden die hij via de extra begeleiding heeft opgedaan. Ook in sociaal-emotioneel opzicht is het van belang dat de leerling erbij hoort.

De begeleiding wordt ingepland in het model: groepsplan, werken met subgroepen, met daarin individuele accenten. De begeleiding van leerlingen in fase geel vindt plaats in subgroepen. Voor de afstemming van de begeleiding voor leerlingen in de fasen oranje en rood worden individuele momenten gecreëerd.

De individuele begeleiding wordt in principe uitgevoerd door de groepsleeraar (op spoor 3) met ondersteuning op maat van de interne rekenexpert. Een groepsleeraar op spoor 1 of 2 krijgt bij de begeleiding van leerlingen in fase oranje en fase rood intensieve ondersteuning van de interne rekenexpert. In sommige situaties voert de interne rekenexpert zelf de begeleiding uit. Als de school onvoldoende expertise in huis heeft kan de hulp van een externe rekenexpert worden ingeroepen. In het algemeen spreken wij in dit hoofdstuk van *de begeleider*.

De begeleiding vindt zo veel mogelijk plaats binnen de eigen groep. Soms kan een deel van de individuele begeleiding ook buiten de groep worden uitgevoerd.

Het streven is dat de leerling een vloeiende overgang ervaart tussen de inhoud en de aanpak van de begeleiding en van de activiteiten in de groep. Dit vereist een goede afstemming over inhoud en didactiek tussen alle betrokkenen.

Het groepsonderwijs wordt inhoudelijk uitgebreid en versterkt met elementen uit de begeleiding. Dat kan ook een positieve uitwerking hebben op de andere leerlingen in de (sub)groep.

9.3 Samenwerking met alle betrokkenen

Juist omdat er vrijwel altijd een sociaal-emotionele component in het geding is, is een goede afstemming en samenwerking tussen alle betrokkenen cruciaal. In het zorgbeleidsplan staat beschreven hoe de school samenwerkt met de ouders/verzorgers. Het verdient aanbeveling de ouders/verzorgers zo mogelijk als partners te benaderen. Met name in de fasen oranje en rood is er regelmatig overleg met de ouders/verzorgers. Zij stemmen in met de gekozen koers en werken mee aan een goede organisatie van de begeleiding. Dit betekent onder andere het (mede) aanvragen van eventuele benodigde faciliteiten om expertise in de school te kunnen halen, zoals bijvoorbeeld ambulante begeleiding. Het handelingsplan wordt met de ouders/verzorgers besproken. Daar waar nodig of waar gewenst kunnen ouders/verzorgers ook een actieve rol vervullen (zie verder hoofdstuk 11).

In de school werkt een professioneel team samen en dit team ondersteunt de individuele groepsleeraar. Het team bespreekt structureel individuele leerlingen uit de verschillende groepen. Hierdoor wisselen de leraren onderling hun kennis en ervaringen uit en bouwen zij samen aan verdere professionele teamdeskundigheid. Zij worden hierbij ondersteund door de interne rekenexpert(s). In specifieke situaties kunnen zij ondersteuning vragen van externe deskundigen.

Binnen het teamoverleg wordt afgesproken welke collega's zich verder verdiepen in specifieke onderwerpen. Dit kan betrekking hebben op het domein van rekenen-wiskunde (denk aan analyse van methoden gekoppeld aan het handelingsmodel, effectiviteit van didactische werkvormen en van vormen van instructie). Het kan ook betrekking hebben op sociaal-emotionele componenten en gedrag (zoals faalangst, rekenangst, ADHD, vormen van autisme). Behalve gezamenlijke scholing wordt ook individuele scholing aangemoedigd.

Voor de begeleiding van leerlingen in fase rood wordt, indien van toepassing, structureel contact onderhouden met een externe rekenexpert en/of met de externe onderzoeker.

9.4 Actieve betrokkenheid van de leerling

Bij ernstige rekenwiskunde-problemen en dyscalculie is het wezenlijk dat de leerling, de groepsleeraar en de interne rekenexpert gezamenlijk in actie zijn (of komen). Vaak is de leerling zo gewend

geraakt aan falen bij rekenen en aan hulp krijgen dat hij niet meer op eigen kracht kan werken. Hij stelt zich afhankelijk op van begeleiders.

In het hele begeleidingstraject van de leerling is een positieve, handelingsgerichte benadering uitgangspunt. De begeleiding richt zich op wat de leerling al kan en wat hij nodig heeft om zelf de volgende stap te zetten. Deze benadering geldt voor allen die bij de begeleiding van de leerling zijn betrokken: de groepsleraar, de interne rekenexpert, de ouders/verzorgers en facultatief de externe rekenexpert en/of de externe onderzoeker. Alle betrokkenen vullen hun begeleidende rol actief in.

Goede begeleiding is afgestemd op de totale onderwijsbehoeften en de totale ontwikkeling van de leerling: competentie (het vertrouwen in eigen kunnen), autonomie (het vertrouwen om het eigen leerproces in eigen hand te nemen) en relatie (zich gewaardeerd en geaccepteerd voelen; het sociaal-emotioneel welbevinden) (Van den Born, 2006; zie ook paragraaf 8.9). Hierbinnen ligt de focus op het domein rekenen-wiskunde en op specifieke kindkenmerken.

Voor iedere leerling in een begeleidingstraject geldt dat hij interventies nodig heeft om zelf weer actief te gaan denken en met zijn eigen leerproces aan het werk te gaan. Een leerling kan geblokkeerd raken door herhaalde ervaringen van falen. De begeleider heeft de opdracht de leerling aan te moedigen opdat hij zelf weer het initiatief durft te nemen om te leren en dus ook fouten durft te maken. Het opruimen van emotionele belemmeringen blijft een steeds terugkerend aandachtspunt (De Vries, 1998). De begeleider kan werken met kennis over effectieve aanpakken uit psychologie en pedagogiek, onder andere feedback geven, attribueren, structureren, bekrachtigen en modelleren.

De begeleiding is steeds gericht op een actieve rol van de leerling. Naarmate de leerling meer actief betrokken is, is het effect van de begeleiding groter. De leerling speelt van meet af aan een centrale rol. Dit begint al bij de interne en externe diagnostische gesprekken. De leerling maakt de onderzoeker duidelijk hoe hij denkt en rekt. Ook in de begeleidingssituatie gaat het erom dat de leerling zelf denkt en rekt en niet dat de leerling uitsluitend moet 'na-denken' wat de begeleider heeft 'voor-gedacht'. De eigen kracht van de leerling is hierbij maatgevend. De begeleider laat de leerling kleine stappen zetten en creëert condities voor succeservaringen. De leerling leert succeservaringen aan zichzelf toe te schrijven (*attributie*).

Als de leerling zich veilig voelt in de begeleidingssituatie durft hij nieuwe stappen uit te proberen. Dit zijn de eerste zichtbare signalen van ontwikkeling bij een effectieve begeleiding. De leerling voelt zich meer competent, durft iets nieuws te proberen en durft te vertellen hoe hij denkt en rekt. Hij wordt steeds actiever en, mede afhankelijk van de leeftijd, neemt steeds meer verantwoordelijkheid voor de eigen aanpak. Dit doet een beroep op de pedagogisch-didactische kwaliteiten van de begeleider.

9.5 Begeleiding in subgroepen (fase geel)

De begeleiding van leerlingen in fase geel gebeurt in subgroepen tijdens de rekenles. In de subgroep wordt in principe dezelfde leerstof besproken als in de grote groep. De nadruk ligt op nuancering van de instructie, afgestemd op de onderwijsbehoeften van de leerlingen in de subgroep. De leraar geeft per blok aan waar de specifieke aandacht in de subgroepen naar uit gaat. Hierbij vormen de (extra) aanwijzingen van de methode de leidraad. De doelen van de begeleiding sluiten nauw aan bij de doelen per les en per blok van de methode. De leraar probeert de leerlingen tijdens

het blok op het niveau van de grote groep te brengen zodat het groepje weer kan aansluiten bij de groep (fase groen).

In fase geel (subgroepen) bestaat de instructie eerst uit herhaling van de aangeboden leerstof op de wijze zoals die in de methode wordt beschreven. De leraar stemt zijn instructie af op de onderwijsbehoeften van de leerlingen in het subgroepje en hij houdt rekening met het tempo van deze leerlingen. Hij gaat na of de aangeboden leerstof past bij het handelingsniveau van de leerling(en). Als dat niet het geval is, dan wisselt hij van handelingsniveau en past de instructie aan (zie paragraaf 9.6).

In sommige situaties kan *pre-teaching* voldoende zijn. Daarbij bespreekt de leraar de inhoud van de les met de leerlingen in de subgroep, voorafgaand aan de les met de hele groep. Daarna sluiten de leerlingen van de subgroep aan bij de les met de grote groep (fase groen).

9.6 Het individueel handelingsplan (fase oranje en fase rood)

Voor de leerlingen in de fasen oranje en rood wordt een individueel handelingsplan opgesteld. In fase oranje wordt dit opgesteld op basis van het rapport van de interne onderzoeker. In fase rood beschrijft de externe onderzoeker een handelingsadvies in het diagnostisch rapport. Hierin staat uitgewerkt waaruit de begeleiding van de individuele leerling moet bestaan.

De interne rekenexpert en de groepsleraar stellen op basis van het handelingsadvies een handelingsplan op. Dit handelingsplan bestaat altijd uit de volgende componenten:

- doelen op lange en korte termijn;
- inhoud;
- werkwijze;
- uitvoering (planning en organisatie);
- evaluatie.

9.6.1 Doelen op lange en korte termijn

In het handelingsadvies heeft de externe onderzoeker de doelen met een perspectief op lange termijn beschreven. Hierin staat aangegeven welke domeinspecifieke en domeinoverstijgende aspecten aandacht vragen en op welke wijze dat kan worden gedaan. Een en ander is mede afhankelijk van de leerbaarheid van de leerling. Hoe goed en hoe snel neemt de leerling nieuwe informatie op?

De interne rekenexpert vertaalt het advies van de (externe) onderzoeker naar een individueel handelingsplan voor de begeleiding. Dit doet hij bij voorkeur samen met de groepsleraar en eventuele andere betrokkenen. Zij bepalen de doelen op lange en korte termijn en maken keuzes met betrekking tot de inhoud en de didactiek van de onderwijsactiviteiten. Zij bepalen ook wanneer (tussentijdse) evaluaties plaatsvinden. Gaandeweg de begeleiding kan uit (tussentijdse) evaluaties blijken dat de gekozen koers juist is of dat aanpassingen in het handelingsplan nodig zijn.

Doelen op lange termijn

De doelen op lange termijn beschrijven de verwachte ontwikkelingslijn van de individuele leerling op domeinspecifieke en domeinoverstijgende gebieden.

Een perspectief op lange termijn voor domeinspecifieke doelen is bijvoorbeeld het vlot leren rekenen tot 100 en het verkennen van getallen in het getalengebied tot 1000 voor een leerling in

groep 5. Voor een leerling in de bovenbouw kan het perspectief zijn het behalen van het uitstroomniveau 1F.

Domeinoverstijgende doelen betreffen specifieke kindkenmerken die van invloed zijn op de beoogde totale ontwikkeling van de leerling. De (externe) onderzoeker beschrijft hoe om te gaan met de zwakke en sterke kindkenmerken. De sterk ontwikkelde kindkenmerken bieden aanknopingspunten voor een verdere positieve ontwikkeling. Hij kan hierbij de zwakke kindkenmerken ontzien of juist de ontwikkeling daarvan stimuleren.

Een voorbeeld hiervan is het ontlasten of juist het belasten van het werkgeheugen door training van de executieve functies (zie hoofdstuk 2). Tijdens het uitvoeren van taken kan extra aandacht worden besteed aan het wegnemen van afleiders of juist het bewust invoeren van afleiders (*inhibitie*). Daardoor kan de concentratie worden getraind. Ook de concentratie op het wisselen van taken (*shifting*) kan worden geoefend door het afwisselen van taken bewust in te bouwen in de begeleiding. De derde functie, *updating*, kan worden getraind door geheugenspelletjes als bijvoorbeeld: *Ik ga op reis en neem mee...*, maar ook door (hoofd)rekenactiviteiten waarbij tussentijdse resultaten van bewerkingen moeten worden onthouden. Bijvoorbeeld het uitrekenen van $175+117$. Dit kan met de stappen $175+100+10+7$ of met de tussenstappen van $75+17$, $175+17$ en daarna $175+117$.

Een vervolgstap op oefeningen met het werkgeheugen is het opslaan van informatie in het langetermijngeheugen en het oproepen van informatie uit het langetermijngeheugen. Door het bouwen van associatieve netwerken leert de leerling informatie associatief en geordend opslaan. Dit vergemakkelijkt het weer oproepen van informatie uit het geheugen. Met vragen als: *Weet je nog...?* kan de leerling geordend terugzoeken in het geheugen. Denkmodellen kunnen een belangrijke schakel zijn in het bouwen van associatieve netwerken, bijvoorbeeld het strookmodel bij het leren van de samenhang tussen breuken, decimale getallen en procenten. Ook spellen als bijvoorbeeld memory kunnen ondersteunend werken bij geheugentraining.

Een ander voorbeeld is het stimuleren van de ontwikkeling van het visuele voorstellingsvermogen. Als een leerling visueel zwak is, kan hij wellicht moeilijker tot schematiseren komen en daardoor moeite hebben met het begrijpen van denkmodellen en het ontwikkelen van inzicht. Het advies kan dan zijn om oefeningen te bieden met behulp van het handelingsmodel om de koppeling te maken tussen verbaliseren en visualiseren.

Ook het ontwikkelen van het strategisch denken en handelen, en het nemen van beslissingen kan worden gestimuleerd. Dit kan bijvoorbeeld door het spelen van spellen die niet van dobbelstenen afhankelijk zijn maar waarbij de leerling zelf beslissingen moet nemen, zoals bijvoorbeeld bij reversi, dammen, schaken of vier-op-een-rij. Er zijn vele goede computerspellen op de markt die het strategisch denken bevorderen. Deze hebben het bijkomend voordeel dat ze de concentratie vasthouden.

Het zelf (durven) nemen van beslissingen heeft ook weer effect op de ontwikkeling van de eigen competenties van de leerling, zoals het ontwikkelen van zelfvertrouwen. Kleine haalbare leerstappen en positieve leerervaringen zijn de basisingrediënten voor het reduceren van faalangst. Hierbij kan ook worden gedacht aan buitenschoolse activiteiten, zoals deelnemen aan bepaalde sporten (bijvoorbeeld judo of zwemmen).

Een goede begeleiding biedt meer dan alleen extra instructie en oefening op leerstofinhouden. Door te werken aan de totale ontwikkeling van de leerling kan het rendement van de begeleiding op het domein van rekenen-wiskunde worden verhoogd.

Doelen op korte termijn

Doelen op korte termijn worden geformuleerd in termen van afgebakende haalbare en meetbare (leerstof)eenheden. Het zijn doelen die bereikt kunnen worden binnen een beperkt aantal weken. Dat zijn meestal blokken van ongeveer zes weken. De doelen met betrekking tot leerstofeenheden zijn gericht op niveauverhoging op het gebied van de vier hoofdlijnen begripsvorming, ontwikkelen van oplossingsprocedures, vlot leren rekenen (automatiseren en memoriseren) en op flexibel toepassen van kennis en vaardigheden (zie hoofdstuk 4). Het gaat hierbij om het verbeteren of het weer op gang brengen van het proces van het leren van rekenen-wiskunde.

Bij het vlot leren rekenen tot 100 gaat het om het verdiepen van inzicht in de structuur van getallen, het structurerend kunnen tellen (met tientallen, vijftallen en eenheden) en het betekenisvol oefenen van optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen.

Bij het verkennen van getallen in het getallengebied tot 1000 gaat het om het ontwikkelen van inzicht in de structuur van getallen, de positionele waarde van de cijfers in de getallen en het kunnen tellen met honderdtallen, tientallen, vijftallen en eenheden.

Doelen op korte termijn worden geformuleerd in concrete haalbare opbrengsten. Bijvoorbeeld:

De leerling kan de waarde van cijfers (honderdtallen, tientallen en eenheden) in een getal tot duizend benoemen en noteren.
De leerling weet dat de cijfers in een getal als 356 een andere waarde hebben dan dezelfde cijfers in het getal 635.

Afbeelding 9.1 *Inzicht in de structuur van getallen*

De leerling kan getallen tot en met 12 splitsen met dubbelzijdig gekleurde fiches (rood-wit) en uit het hoofd (6 en 6, 7 en 5, 3 en 9 enzovoort).

Afbeelding 9.2 *Splitsen van getallen*

De leerling kan de handeling erbij uitvoeren met materialen, kan deze laten zien met dubbelzijdig (rood-wit) gekleurde fiches. Daarbij kan hij de som noteren. Bijvoorbeeld: er staan 4 melkbekers op de tafel. De leerling zet er twee bekers bij. Hij legt daarbij 4 rode en 2 witte fiches op tafel. Daarna schrijft de leerling de bewerking op ($4+2 = 6$). De leerling kan dit ook uitvoeren met behulp van foto's van de erbij-handeling.

Afbeelding 9.3 Optellen

Na (ongeveer) zes weken wordt getoetst om te bepalen of de doelen op korte termijn zijn bereikt. Op basis van de resultaten worden deze doelen bijgesteld.

Uiteindelijk doel van de begeleiding

Het uiteindelijke doel van de begeleiding is:

- aansluiting bij de eigen (basis)groep, met name bij begeleiding in fase geel;
- bereiken van (minimaal) het niveau 1F;
- het (opnieuw) verwerven van de basisbehoefte competentie, autonomie en relatie, met name in de fasen oranje en rood. Ook het plezier in het leren van rekenen-wiskunde wordt gestimuleerd.

9.6.2 Inhoud

Op basis van de domeinoverstijgende doelen en de domeinspecifieke doelen worden de inhouden van het handelingsplan opgesteld en op elkaar afgestemd. De domeinspecifieke inhoud bestaat uit de leerstofinhoud. Deze wordt gekoppeld aan de domeinoverstijgende doelen. Bijvoorbeeld het doel *reduceren van faalangst door het stimuleren van succeservaringen* wordt gekoppeld aan opdrachten (leerstofinhoud) die de leerling al beheerst. Deze opdrachten zijn de start voor het leren van een nieuw onderdeel.

De inhouden voor de domeinoverstijgende doelen worden zorgvuldig uitgelijnd in concrete en haalbare stappen (zie vorige paragraaf). De leerstofinhouden vloeien voort uit de formulering van de domeinspecifieke doelen. Hierbij wordt onderscheid gemaakt naar de vier hoofdlijnen in hoofdstuk 4:

- begripsvorming (conceptontwikkeling en het verlenen van betekenis aan (nieuwe) kennis en vaardigheden);
- ontwikkelen van oplossingsprocedures;
- vlot leren rekenen (oefenen, automatiseren en memoriseren);
- flexibel toepassen van kennis en vaardigheden.

De interne rekenexpert en de groepsleraar werken de concrete invulling en afstemming van de inhouden samen uit. Zij gebruiken daarvoor bovenstaande hoofdlijnen en kiezen daarbij passende leerstofinhouden uit de eigen rekenwiskunde-methode of uit andere methodes.

Bij het afbakenen van de inhoud wordt een zorgvuldige balans gezocht tussen de hierboven genoemde vier hoofdlijnen. Het accent in de begeleiding ligt dus niet op alleen maar extra oefenen,

automatiseren en memoriseren. Dit betekent dat de begeleiding er niet uit kan bestaan dat de leerling uitsluitend oefent met werkbladen uit aanvullende en remediërende pakketten. Deze pakketten bieden meestal extra oefenstof die wel op onderdelen gebruikt kan worden, maar het zijn geen methodes. Remediërende pakketten kunnen dan ook niet worden gebruikt als vervanger van de methode. Bij begeleiding gaat het om het uitlijnen van de totale ontwikkelingslijn van de leerling (domeinoverstijgend) op de inhoud van de begeleiding. Dit gaat verder dan alleen extra oefenen.

Indien de op school gebruikte rekenwiskunde-methode niet toereikend is, wordt gekeken of andere methodes wel, of aanvullend, specifieke ondersteuning kunnen bieden. Aanbevolen wordt om naast de op school gebruikte methode in ieder geval handleidingen en enkele leerlingenboeken per leerjaar van een andere methode in huis te hebben, zodat de begeleider zich breder kan oriënteren. Hiermee kan de begeleider zorgvuldig afgestemde instructie en doorgaande ontwikkelingslijnen realiseren voor de leerlingen in de fasen oranje en rood.

Het handelingsmodel en het drieslagmodel bieden ondersteuning bij het bepalen van leerstofinhouden en afgestemde instructie (zie hoofdstuk 5). Bij de beschrijving van de inhoud geeft de begeleider ook aan op welke wijze hij informatie zal verkrijgen over de ontwikkeling van de leerling. Ook hiervoor bieden beide modellen aanknopingspunten.

De leerstofinhoud sluit aan bij wat de leerling al kan en is gericht op de volgende, aansluitende leerstappen. Dit is de *zone van de naaste ontwikkeling* en deze is vastgesteld in het diagnostisch onderzoek. De niveaus van het handelingsmodel worden gebruikt om de koppeling te maken tussen dat wat de leerling al kan en dat wat de leerling gaat leren. Bij nieuwe leerstof bepaalt de begeleider op welk niveau van het handelingsmodel de leerling instapt. De begeleider verhoogt geleidelijk aan het niveau van handelen van de leerling met behulp van de niveaus van het handelingsmodel. De inhoud van de leerstof bestaat uit een evenwichtige mix van contextopdrachten en kale sommen. De contextopdrachten bieden steun bij het ontwikkelen van inzicht en oplossingsprocedures en bij het verlenen van betekenis aan bewerkingen. De kale sommen zijn bedoeld voor het bespreken van bewerkingen (begrijpt de leerling wat hij doet?), het oefenen en het vlot leren rekenen.

Het drieslagmodel biedt aanknopingspunten voor het verkrijgen van informatie over denkprocessen van de leerling tijdens het uitvoeren van rekenwiskundige handelingen en het oplossen van rekenvraagstukken. De begeleider richt zich hierbij op van tevoren vastgestelde specifieke aandachtspunten die uit de diagnostiek naar voren zijn gekomen. Hij stelt vragen als: Hoe gaat de leerling aan het werk met een opdracht? Kan hij zich inleven, zich iets voorstellen bij het aangeboden probleem? Is hij hierin actief? Kan hij de gegevens in het probleem ordenen? Hoe voert hij de berekening uit? Hoe kan de leerling reflecteren op de gevonden oplossing?

Domeinspecifieke begeleiding is gericht op het totale proces van het oplossen van een rekenwiskunde-opdracht volgens het drieslagmodel: planning, uitvoering en reflectie.

De domeinoverstijgende en domeinspecifieke inhouden vormen een samenhangend geheel dat uitgelijnd is op de doelen op lange termijn en dat uitgewerkt is in activiteiten op korte termijn. De inhoud van het handelingsplan wordt bij tussentijdse evaluaties bijgesteld en afgestemd op de totale ontwikkeling van de leerling (zie paragraaf 9.6.7).

9.6.3 Werkwijze

Bij het beschrijven van de leerstofinhouden geeft de begeleider bij activiteiten binnen de vier hoofdlijnen aan welke werkwijze wordt toegepast. Hierbij gaat het met name om de afstemming van de instructie op de specifieke onderwijsbehoeften van de leerling en de hierbij passende wijzen van oefenen. In hoofdstuk 4 worden hiervoor aanknopingspunten geboden bij de hoofdlijnen 1, 2 en 3. Deze doen beroep op de didactische en pedagogische bekwaamheid van de begeleider. Een goed afgestemde instructie is met name van belang bij begripsvorming (hoofdlijn 1) en bij het ontwikkelen van oplossingsprocedures (hoofdlijn 2). Ook gericht oefenen is noodzaak bij een afgestemde begeleiding (hoofdlijn 3), zie verder hoofdstuk 4.

9.6.4 Instructie

Bij instructie maken we onderscheid in:

- 1 directe instructie;
- 2 sturende instructie;
- 3 banende instructie.

Ad 1. *Directe instructie.*

Deze vorm van instructie bestaat uit de kernelementen voordoen, nadoen/meedoen, zelf doen. De begeleider activeert relevante voorkennis van de leerling. Aansluitend doet hij een (nieuwe) rekenhandeling voor, bijvoorbeeld het halveren van even getallen tussen 10 en 24. De begeleider kiest bijvoorbeeld het getal 12. Hij doet met fiches voor hoe je dit getal kunt halveren. De leerling doet de handeling na op precies dezelfde wijze. De begeleider kan deze activiteit nog een keer herhalen. Als de leerling de handeling begrijpt, biedt de begeleider nog een keer dezelfde activiteit aan met een ander getal en voert de leerling de opdracht zelf uit, bijvoorbeeld met het getal 16.

Als de stap van het zelf doen niet lukt, biedt de begeleider een tussenstap aan: meedoen. De begeleider doet de handeling voor, daarna doen de begeleider en de leerling het samen. Vervolgens doet de leerling het zelf. Dit patroon kan worden herhaald totdat de leerling de activiteit zelf kan uitvoeren.

Directe instructie (voordoen-nadoen) is ook een gebruikelijke wijze van leren in dagelijkse, buitenschoolse situaties. Het wordt ook wel 'stap-voor-stap-instructie' genoemd. Directe instructie is te vergelijken met het lezen van een handleiding bij het bedienen van een wasmachine, het in elkaar zetten van een zelfbouwmeubel of het leren plakken van een lekke fietsband. Bij het leren plakken van een lekke band is voordoen-nadoen en daarna zelf doen een goede instructie. In de handleiding van een wasmachine of een zelfbouwmeubel staat elke stap vermeld. Als de gebruiker elke stap op de voet volgt, kan het in elkaar zetten van het meubel niet fout gaan. Ook het bedienen van een wasmachine is niet moeilijk als het in de handleiding goed wordt uitgelegd.

Ad 2. *Sturende instructie.*

Deze vorm van instructie bestaat uit het geven van aanwijzingen die leiden tot niveauperhoging of tot het verwerven van nieuwe rekenwiskundige kennis en vaardigheden.

De begeleider weet dat de leerling even getallen tot 10 kan splitsen met fiches. Hij laat de leerling nu het getal 12 splitsen. De leerling voert de actie zelf uit. Als het niet lukt, verwijst de begeleider naar de manier waarop de leerling het een vorige keer heeft gedaan. Hij pakt eventueel de oefenstof van de vorige keer erbij. De vraag die hij kan stellen is bijvoorbeeld: *Weet je nog hoe we het gisteren hebben gedaan?* Als de leerling het weet kan hij de nieuwe stap zelf zetten en kan de begeleider

doorgaan met een volgende opdracht. Als de leerling het niet meer weet, wordt de oefening van de vorige keer herhaald. Dan volgt de nieuwe opdracht en laat de begeleider de leerling zelf bepalen hoe hij het kan uitvoeren.

De volgende stap kan zijn dat de begeleider de leerling de splitsing laat tekenen en de som erbij laat schrijven. Hij stuurt dit proces aan door vragen te stellen: *Hoe kun je dit tekenen? Welke som kun je hierbij schrijven?*

De begeleider stuurt het proces van niveauverhoging aan, maar laat de leerling zelf bedenken hoe hij het uitvoert. Als de leerling het niet meer weet, kan de begeleider tijdelijk omschakelen naar directe instructie.

Ad 3. *Banende instructie.*

Bij deze vorm van instructie biedt de begeleider de leerling de ruimte om zelf een oplossingsprocedure te bedenken. De begeleider bepaalt de leerstofinhoud en vraagt de leerling zelf een manier te bedenken om het rekenvraagstuk op te lossen. Als de leerling vastloopt of vast dreigt te lopen, kan de begeleider een tip geven (*Weet je nog...?* of: *Als je nu eens...*). Deze wijze van instructie kan met name worden toegepast bij contextopdrachten. De begeleider probeert hierbij zicht te krijgen op de reeds verworven kennis en vaardigheden van de leerling en op de wijze waarop de leerling deze rekenwiskundige kennis en vaardigheden kan gebruiken en verder ontwikkelen. De begeleider bevraagt de leerling tijdens het oplossingsproces. Tijdens de reflectie wordt de uiteindelijk gehanteerde oplossingsprocedure besproken. De begeleider en de leerling analyseren samen of de gekozen procedure effectief is en hoe het eventueel beter kan. Het drieslagmodel is hierbij leidend.

Een volgende keer biedt de begeleider een vergelijkbaar rekenvraagstuk aan dat past in de leerstoflijn, maar hij verwacht van de leerling dat hij dan op een adequate wijze het vraagstuk kan oplossen en kan toelichten.

Bij deze wijze van instructie wordt een sterk beroep gedaan op het probleemoplossend vermogen en op het zelfvertrouwen van de leerling. Door een goede opbouw van de leerstofinhouden wordt de leerling uitgedaagd zijn reeds verworven kennis goed te ordenen en te onderhouden en nieuwe kennis en procedures te ontwikkelen. De expertise van de begeleider blijkt uit het bieden van de juiste leerstappen en het stellen van de juiste vragen aan de hand van het drieslagmodel.

Deze drie vormen van instructie kunnen bij leerlingen van alle leeftijden en op alle niveaus worden toegepast. In het handelingsplan staat beschreven wanneer welke vorm van instructie wordt gebruikt, met daarbij de verwachting hoe de leerling zal reageren. Ook kan een geleidelijke opbouw van deze drie vormen van instructie in het handelingsplan worden ingebouwd. Bij leerlingen met faalangst kan de begeleider starten met directe instructie en geleidelijk overgaan naar sturende en banende instructie.

Bij alle vormen van instructie is het van belang om de leerling voortdurend te activeren en zelf denkstappen te laten nemen. De begeleider past de technieken toe voor diagnosticerend onderwijzen (zie hoofdstuk 6). Met behulp van het drieslagmodel probeert de begeleider de denkprocessen van de leerling in beeld te krijgen. Met behulp van het handelingsmodel stimuleert hij de leerling te komen tot een hoger niveau van denken en handelen.

9.6.5 Oefenen

In hoofdstuk 4 (hoofdpijn 3) staan diverse vormen van oefenen beschreven. In het handelingsplan staat welke vormen worden toegepast.

De begeleiding van leerlingen in de fasen oranje en rood kan plaatsvinden binnen of buiten de groep. Bij deze leerlingen kan ook sprake zijn van externe begeleiding. Begeleiding bestaat altijd uit instructie en uit oefenen. Het oefenen door leerlingen in de fasen oranje en rood kan voor een groot deel tijdens de rekenles in de groep worden uitgevoerd. In het handelingsplan staat beschreven hoe dit op elkaar wordt afgestemd. Het voordeel van het oefenen in de groep is dat leerlingen in de fasen oranje en rood geen uitzonderingspositie innemen.

Het oefenen kan bestaan uit samen en zelf oefenen. Het samen oefenen biedt mogelijkheden voor het bespreken van oplossingsprocedures. Daarbij kunnen leerlingen leren reflecteren op hun eigen procedures en op die van anderen. Van belang is dat de leerlingen in deze groepssituatie positieve leerervaringen opdoen. Daarom is zorgvuldigheid geboden bij het kiezen van rekenactiviteiten tijdens het samen oefenen. Tijdens het zelf oefenen (zelfstandig werken) kan de leerling verder gaan met het eigen werk.

Afwisseling tussen samen oefenen en zelf oefenen biedt mogelijkheden om de leerling zoveel mogelijk binnen de groep te laten participeren.

9.6.6 Uitvoering (planning en organisatie)

Het uitvoeren van het handelingsplan vraagt veel van alle betrokkenen. Alle activiteiten worden op elkaar afgestemd. De volgende aandachtspunten staan hierbij centraal.

- Wie doet wat?
- Wanneer?
- Hoe intensief?

Wie doet wat?

Het belangrijkste uitgangspunt bij de begeleiding van leerlingen in de fase oranje en de fase rood is: *'de zwakste leerling heeft recht op de beste leraar'*.

De aangewezen persoon om de zwakste leerlingen te begeleiden is degene met de meeste expertise. Deze begeleider is meestal de interne rekenexpert in de school, maar het kan ook de groepsleerling (of een collega) op spoor 3 zijn. Is binnen de school onvoldoende deskundigheid aanwezig, dan kan de school begeleiding inschakelen van een externe rekenexpert.

De begeleider beschikt op de eerste plaats over inzicht in ontwikkelingslijnen van kinderen in het algemeen (zie hoofdstuk 3) en in het leren van rekenen-wiskunde en de problemen die zich daarbij kunnen voordoen in het bijzonder (zie hoofdstuk 4). Daarbij kent hij de leerstoflijnen van de verschillende domeinen binnen rekenen-wiskunde en heeft hij overstijgende kennis van de didactische aanpak in verschillende rekenwiskunde-methodes. Ook is hij pedagogisch bekwaam om leerlingen die vastgelopen zijn in het onderwijs te begeleiden. Hij is vertrouwd met de kindkenmerken die een belangrijke rol kunnen spelen bij de ontwikkeling van rekenen-wiskunde en kan hier op inspelen (zie hoofdstuk 5). De rekenwiskundige ontwikkeling van leerlingen in de fasen oranje en rood kan gestagneerd zijn en leerlingen kunnen daardoor gefrustreerd en geblokkeerd zijn. Ook faalangst en gebrek aan zelfvertrouwen kunnen een grote rol spelen bij de begeleiding. De begelei-

der weet hoe hij daarmee kan omgaan. Deze deskundigheid is de noodzakelijke basis voor een goede begeleiding van leerlingen in de fasen oranje en rood.

In het algemeen is de groepsleraar bij voorkeur ook de begeleider en de verantwoordelijke persoon. De leraar voert onderdelen van het handelingsplan uit tijdens de rekenles (en eventueel ook op andere momenten) in de groepssituatie.

De leraar krijgt hierbij ondersteuning op maat van de interne rekenexpert (zie hoofdstuk 6, afbeelding 6.7 en hoofdstuk 10, afbeelding 10.3). Op momenten dat de leraar werkt met subgroepjes (fase geel) of individuele leerlingen (fase oranje of fase rood) kunnen eventuele stagiaires (lio's) werken met de andere leerlingen in de groep (fase groen).

In sommige situaties kunnen de ouders/verzorgers worden betrokken bij de begeleiding. Dit kan met name wanneer ook buitenschoolse activiteiten worden gepland. Bijvoorbeeld een goed dagritme opbouwen met kinderen die meer structuur nodig hebben of het regelen van sport voor kinderen die meer fysieke ondersteuning en meer zelfsturing nodig hebben (judo, zwemmen, voetballen) of andere activiteiten. Hierover maakt de begeleider goede afspraken met de ouders/verzorgers.

Wanneer?

In het handelingsplan staan de doelen op lange termijn en korte termijn beschreven. Op basis van de doelen op korte termijn heeft de begeleider in overleg met betrokkenen activiteiten gepland gedurende een blokperiode van ongeveer zes weken. Bij elke activiteit heeft hij een lesdoel geformuleerd. Aan het eind van elke blokperiode heeft hij een evaluatie gepland. Alle activiteiten staan in een overzichtelijk schema en weekrooster opgenomen. Daarbij staat aangegeven wie welke activiteit uitvoert en wanneer.

Voor de onderlinge samenwerking is het overzichtelijk om in een gezamenlijk digitaal bestand de ontwikkelingen bij te houden. Dat kan bij een goed georganiseerd intern ict-netwerk. Na elke uitgevoerde activiteit beschrijft de betrokken begeleider of het doel van de activiteit bereikt is en plaatst hij eventuele opmerkingen. Op deze wijze zijn de vorderingen voor iedereen inzichtelijk en ontstaat er een overzichtelijk (digitaal) leerlingdossier.

Hoe intensief?

Als vuistregel geldt dat leerlingen in de fasen oranje en rood in aanvulling op de gewone rekenles, per week één uur extra begeleiding nodig hebben. Dat betekent in totaal gemiddeld zes uur rekenen per week. De activiteiten worden verdeeld over de week. De geplande extra begeleiding wordt bij voorkeur zoveel mogelijk tijdens de schooluren uitgevoerd.

Voor jonge leerlingen in de onderbouw kunnen de extra activiteiten worden verdeeld over korte momenten van ongeveer tien tot vijftien minuten per dag.

Bij oudere leerlingen kan, afhankelijk van de leerling en het type activiteiten, de extra tijd worden verdeeld over bijvoorbeeld drie keer twintig minuten of twee keer dertig minuten per week. Dit is met name van belang als er veel tijd nodig is voor het ontwikkelen van goede rekenwiskundige concepten en van oplossingsprocedures. Hierbij is het noodzakelijk om tijd en rust te nemen om met de leerling de leerstof en zijn eigen oplossingsprocedures te bespreken. Bij leerlingen in de bovenbouw is het soms noodzakelijk om deze tijd zelfs uit te breiden tot anderhalf uur per week. Dat betekent drie keer een half uur of twee keer drie kwartier per week extra begeleiding.

9.6.7 Evaluatie

Onderdeel van de begeleiding is regelmatige en geplande evaluatie. Deze momenten staan aangegeven in het handelingsplan en zijn vastgelegd in het schema en weekrooster (zie paragraaf 9.6.5). Na elke activiteit doet de begeleider kort verslag in het gezamenlijke (digitale) leerlingdossier. Hij geeft aan of het doel van de activiteit is bereikt en noteert eventuele opmerkingen en aandachtspunten.

Alle betrokkenen evalueren na elke blokperiode de activiteiten tijdens een hiervoor gepland overleg. In het verslag van de evaluatie wordt vastgesteld of en welke vooruitgang is bereikt. Welke positieve ontwikkelingen zijn er? Zijn er knelpunten? Zo ja, welke? Dit betreft de totale ontwikkeling van de leerling, dus niet alleen de vorderingen op het gebied van rekenen-wiskunde.

Afhankelijk van de ontwikkelingen bekijken de betrokkenen of een leerling weer aansluiting kan vinden bij de groep en op welke onderdelen. Zij gaan na of de leerling in dezelfde fase blijft (oranje of rood) of dat er sprake is van vooruitgang en mogelijke wisseling van fase. Op basis van de tussentijdse resultaten stellen zij eventueel de doelen bij en bepalen zij de activiteiten voor de volgende blokperiode. Hierbij wordt ook weer aangegeven wie welke activiteiten uitvoert. Het verslag van de evaluatie wordt opgenomen in het leerlingdossier.

9.7 Vervolgactiviteiten

Wanneer de rekenwiskundige ontwikkeling van een leerling in de fasen geel, oranje of rood voldoende aantoonbare vooruitgang laat zien, wordt bekeken of en hoe de leerling weer kan aansluiten bij de groep.

Wanneer blijkt dat een leerling in de fase geel geen of onvoldoende ontwikkeling laat zien, gaat de leerling naar fase oranje. Dan volgt een intern diagnostisch onderzoek en wordt een handelingsplan opgesteld voor individuele begeleiding.

Als er sprake is van geen of onvoldoende ontwikkeling van een leerling in fase oranje, dan wordt de leerling na zes maanden aangemeld voor extern onderzoek, of zoveel eerder als duidelijk is dat de begeleiding niet helpt.

De leerling in fase rood wordt na het diagnostisch onderzoek op basis van het handelingsadvies van de externe onderzoeker begeleid. Na zes maanden worden de aantoonbare vorderingen met de externe onderzoeker besproken. De leerling bij wie geleidelijke vooruitgang is vastgesteld gaat terug naar fase oranje. Als de ernstige rekenwiskunde-problemen hardnekkig blijken te zijn, kan de leerling in aanmerking komen voor een dyscalculieverklaring. Dit geldt alleen voor leerlingen vanaf groep 6. De leerling met een dyscalculieverklaring blijft vervolgens in fase rood.

Dit betekent dat een leerling in fase oranje of in fase rood nog steeds extra en intensieve begeleiding op school nodig heeft. Sommige leerlingen hebben blijvend extra begeleiding nodig gedurende hun verdere schoolcarrière.

10 **Stappenplan protocol** **ERWD**

**In de hoofdstukken 6 tot en met 9 hebben wij het proces van diagnostice-
rend onderwijzen, interne en externe diagnostiek en begeleiding uitvoerig
beschreven.**

**In dit hoofdstuk beschrijven wij de stappen op basis waarvan een
school samen met externe deskundigen verantwoord beslissingen kan
nemen over de begeleiding van leerlingen met ernstige rekenwiskunde-
problemen of dyscalculie.**

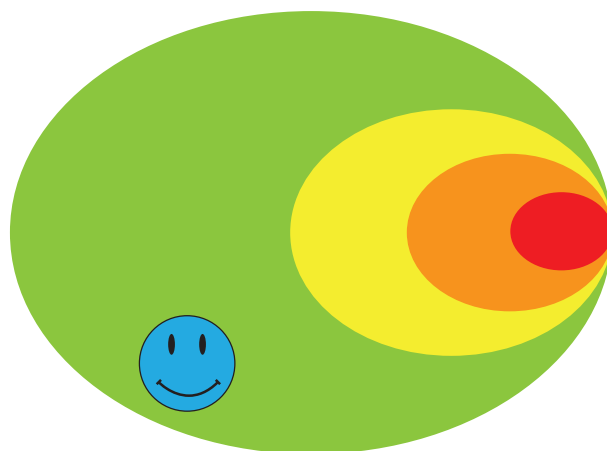
**In de vorige hoofdstukken hebben wij de rekenwiskundige ontwikkeling
van leerlingen beschreven aan de hand van de fasen groen, geel, oranje en
rood. Het onderwijs hebben wij beschreven aan de hand van de sporen 1, 2
en 3. Diagnosticerend onderwijzen en het begeleiden van leerlingen vindt
plaats op de sporen 2 en 3. Diagnostiek vindt plaats op spoor 3. Afbeelding
10.3 laat zien hoe de fasen en de sporen in elkaar grijpen.**



10.1 Het onderwijsproces

Het eerste doel van het protocol is voorkomen dat rekenwiskunde-problemen ontstaan (preventie). Als er dan toch problemen ontstaan, dan bieden we zo spoedig mogelijk adequate en deskundige hulp. Het (tijdig) signaleren van problemen en het invoeren en bieden van ondersteuning, ofwel interventie, vormt het tweede doel van het protocol.

In dit protocol gebruiken wij onderstaand model om te laten zien wat er speelt in een groep met betrekking tot de rekenwiskundige ontwikkeling van leerlingen.



- Fase groen: een normale rekenwiskundige ontwikkeling. De onderwijsbehoeften zijn niet specifiek.
- Fase geel: er doen zich in de ontwikkeling geringe rekenwiskunde-problemen voor op deelgebieden. Op die deelgebieden ontstaan specifieke onderwijsbehoeften.
- Fase oranje: er doen zich ernstige rekenwiskunde-problemen voor, die in principe door deskundige begeleiding oplosbaar zijn binnen de school. Er is sprake van specifieke onderwijsbehoeften op het gebied van rekenen-wiskunde.
- Fase rood: er doen zich ernstige en hardnekkige rekenwiskunde-problemen voor, die in principe zijn te begeleiden binnen de school, maar waarbij mogelijk externe ondersteuning gewenst is. De specifieke onderwijsbehoeften op het gebied van

Afbeelding 10.1 Fasenmodel ERWD

Het fasenmodel ERWD laat de onderwijssituatie zien.

● In principe kunnen leerlingen met een normale rekenwiskundige ontwikkeling (fase groen) uit de voeten met het onderwijsaanbod dat de leraar vanuit de methode aanreikt. De leraar houdt rekening met individuele verschillen die in de groep als geheel hanteerbaar zijn. De leraar kan met behulp van de methode inspelen op deze verschillen. Voor de leerlingen die vooruit lopen op de groep (blauw) kan de leraar gebruik maken van de *compactinglijnen* die door de methode wordt aangereikt. Deze leerlingen worden in dit protocol buiten beschouwing gelaten.

De vereiste deskundigheid voor de begeleiding van leerlingen in fase groen is minimaal spoor 1 (zie afbeelding 10.2).

● Diagnosticerend onderwijzen kan ertoe leiden dat de leraar in de ontwikkeling van een leerling geringe rekenwiskunde-problemen signaleert en vaststelt (fase geel). De rekenwiskundige ontwikkeling van de leerling vraagt om meer afstemming van het aanbod op de specifieke onderwijsbehoeften van deze leerling. Aan de hand van rekengesprekken kan het onderwijsaanbod goed worden afgestemd. Door betere afstemming zijn de problemen oplosbaar en kan de leerling weer aansluiten bij de groep (fase groen). Sommige leerlingen functioneren wisselend in fase groen en fase geel. De vereiste deskundigheid voor de begeleiding van leerlingen in fase geel is minimaal spoor 2 (zie afbeelding 10.2).

● Het kan zijn dat een leerling in fase geel onvoldoende baat heeft bij het aanbod dat de leraar afstemt op zijn specifieke onderwijsbehoeften. Zijn rekenwiskundige ontwikkeling laat ondanks de maatregelen van de leraar aantoonbaar onvoldoende vooruitgang zien op de methodegebonden toetsen en het LOVS, gemeten over een periode van maximaal zes maanden. De rekenwiskundige ontwikkeling van de leerling dreigt te stagneren.

De school voert intern rekenonderzoek uit en dit kan uitwijzen dat er sprake is van ernstige rekenwiskunde-problemen (fase oranje).

De school stelt een individueel handelingsplan op voor de begeleiding van deze leerling binnen de school. De leerling krijgt deskundige begeleiding die afgestemd is op zijn specifieke onderwijsbehoeften. De leraar en de interne rekenexpert houden de vorderingen van de leerling nauwkeurig bij (zie voor de deskundigheid van deze interne rekenexpert afbeelding 10.2).

Door deze begeleiding kan in veel situaties het proces van leren rekenen weer op gang komen. De leerling komt dan weer terug in het gele gebied (fase geel).

Fase oranje duurt in eerste instantie niet langer dan een half jaar. Ook hier geldt dat leerlingen wisselend kunnen functioneren in fase geel en fase oranje.

De vereiste deskundigheid voor de begeleiding van leerlingen in fase oranje is spoor 3 (zie afbeelding 10.2).

● Het kan zijn dat de rekenwiskundige ontwikkeling van deze leerling ondanks deze zorgvuldig afgestemde, intensieve begeleiding geen aantoonbare vooruitgang laat zien op methodegebonden toetsen en het LOVS. Dan volgt fase rood.

De ouders/verzorgers melden samen met de school de leerling aan voor extern onderzoek. Het diagnostisch onderzoek wordt uitgevoerd door een externe onderzoeker die tevens rekenexpert is of die nauw samenwerkt met een rekenexpert. Het advies van deze onderzoeker leidt tot een individueel, intensief begeleidingstraject binnen de school of door een externe expert. De leerling krijgt een ERWD-indicatie. Na maximaal een half jaar wordt geëvalueerd of de rekenwiskundige ontwikkeling van de leerling al dan niet weer vooruitgang laat zien. Als er aantoonbare vooruitgang is, kan de leerling terug naar fase oranje.

Als dit niet geval is, dan kan er sprake zijn van ernstige en hardnekkige problemen. In deze situatie komt de leerling, afhankelijk van de leeftijd en leerbaarheid (minimale totale IQ = 70, maar bij voorkeur pas vanaf een totale IQ = 85), in aanmerking voor een dyscalculieverklaring.

Hoewel een dyscalculieverklaring pas vanaf groep 6 kan worden verleend, kan extern onderzoek bij voorkeur al veel eerder plaatsvinden, bijvoorbeeld al in groep 3, 4 of 5. Ook daarna blijft de hulp in de school intensief en worden alle zeilen bijgezet om het onderwijs optimaal af te stemmen op specifieke onderwijsbehoeften van deze leerling.

De leerling in fase rood heeft gedurende zijn verdere schoolcarrière specifieke begeleiding nodig op spoor 3 (zie afbeelding 10.2).

Deskundige	Formele bevoegdheid	Bekwaamheid
Leraar spoor 1	Afgeronde pabo-opleiding; startbekwaam.	De leraar ... <ul style="list-style-type: none"> • benadert de klas als homogene groep; • gebruikt een goede rekenwiskunde-methode; • kan conform de methode observeren, toetsresultaten interpreteren en problemen inschatten; • kan omgaan met geringe verschillen die hanteerbaar zijn binnen de groep; • krijgt structurele ondersteuning van de interne rekenexpert bij de begeleiding van leerlingen in de fasen geel, oranje en rood.
Leraar spoor 2	Afgeronde pabo-opleiding of ALPO met specialisatie rekenen.	De leraar ... <ul style="list-style-type: none"> • zie spoor 1, plus: • differentieert binnen de groep met subgroepen; • kan spelen met de methode, gebaseerd op inzicht in leerstoflijnen en ontwikkelingslijnen van kinderen; • kan lesinhoud en lesmateriaal afstemmen op de onderwijsbehoeften van leerlingen; • kent de verschillende handelingsniveaus en spreekt leerlingen op het juiste niveau aan; • krijgt regelmatige ondersteuning van de interne rekenexpert bij de begeleiding van leerlingen in de fase oranje en de fase rood.
Leraar spoor 3	Afgeronde pabo-opleiding of ALPO met aantoonbaar aanvullende scholing op gebied van rekenen, bijvoorbeeld remedial teacher met specialisatie rekenen of rekencoördinator.	De leraar ... <ul style="list-style-type: none"> • zie spoor 2, plus: • differentieert binnen de groep met subgroepen en individuele leerlingen; • legt individuele accenten in de (sub)groepsplannen; • kan individuele hulp binnen de groep geven; • kan een diagnostisch gesprek voeren; • werkt voor de begeleiding van leerlingen in de fase oranje en de fase rood 'op maat' samen met de interne rekenexpert en indien nodig met externe deskundige(n).
Interne en externe reken-expert	Master Special Educational Needs (Master SEN) met specialisatie rekenen en rekenproblemen of geregistreerd Remedial Teacher (LBRT) met specialisatie rekenen.	De rekenexpert ... <ul style="list-style-type: none"> • werkt samen met de leraren aan het opstellen van een groepsplan, subgroep plan of individueel handelingsplan; • ondersteunt leraren op spoor 1, 2 en 3; • kan een diagnostisch rekengesprek voeren; • kan het onderwijs afstemmen op de onderwijsbehoeften van individuele leerlingen; • kan leerlingen individueel en in groepjes begeleiden.
Externe diagnosticus	Geregistreerd GZ-psycholoog (NIP) met diagnostische bevoegdheid en is tevens rekenexpert of werkt samen met een rekenexpert of geregistreerd orthopedagoog generalist (NVO) met diagnostische bevoegdheid en is tevens rekenexpert of werkt samen met een rekenexpert.	De externe diagnosticus ... <ul style="list-style-type: none"> • kan een diagnostisch rekengesprek voeren; • kan aanvullend onderzoek doen met genormeerde en valide diagnostische instrumenten; • biedt richtlijnen voor het handelen in de praktijk.

Afbeelding 10.2 Deskundigheid van professionals in de school en van externe deskundigen

10.2 Het stappenplan

Het stappenplan biedt richtlijnen om het rekenwiskunde-onderwijs optimaal af te stemmen op de (specifieke) onderwijsbehoeften van de leerlingen. Deze lijst is een checklist die betrokkenen kunnen gebruiken om het protocol ERWD in te bedden in het schoolbeleid en in de dagelijkse praktijk van het onderwijs.

Stap 1. Rekenbeleid en zorgbeleid

De school heeft het beleidsplan rekenen-wiskunde op zes onderdelen beschreven.

- 1 De school heeft in haar schoolbeleid een visie vastgelegd op rekenwiskunde-onderwijs en de wijze waarop het rekenwiskunde-onderwijs wordt ingevuld, georganiseerd en ondersteund (zie hoofdstuk 12). De school richt haar rekenwiskunde-onderwijs primair op de ontwikkeling van de leerlingen in de fase groen.
- 2 De school heeft de procedure vastgelegd die zij volgt indien problemen ontstaan in de rekenwiskundige ontwikkeling van individuele leerlingen. De bijbehorende taken, verantwoordelijkheden en bevoegdheden van teamleden, locatiemanager/directeur en schoolbestuur maken hiervan deel uit.
- 3 De school participeert in een operationeel regionaal netwerk van scholen en externe hulp. In het beleidsplan staan de participanten van het netwerk en de contactpersonen vermeld.
- 4 De school heeft de deskundigheid van het team in beeld gebracht. Zij heeft beleid ontwikkeld om de deskundigheid continu op peil te houden en verder te ontwikkelen. De verantwoordelijkheid voor de professionele deskundigheid van het team ligt bij de teammanager.
- 5 De school bepaalt welke ondersteuning wordt geboden aan de individuele leraren (zie afbeelding 10.3).
- 6 De school heeft beschreven hoe de contacten verlopen met de ouders/verzorgers over de ontwikkeling van hun kind of kinderen.

Het beleidsplan wordt up-to-date gehouden door de locatiemanager of directeur.

Stap 2. Het leerling- en onderwijsvolgsysteem (LOVS)


De school volgt nauwlettend de ontwikkeling van de leerlingen met behulp van een operationeel leerlingvolgsysteem. Dit houdt onder meer het volgende in.

- 1 De school neemt twee keer per jaar bij alle leerlingen methode-onafhankelijke normtoetsen af (bijvoorbeeld het LOVS van het Cito).
- 2 De resultaten van de normtoetsen worden per leerling gerelateerd aan de vorderingen op de bloктоetsen.
- 3 De groepsleraar houdt de vorderingen op de bloктоetsen bij en observeert de leerlingen tijdens de lessen. Op basis van de analyse en interpretatie van deze gegevens wordt beslist in welke fase de leerlingen blijven of naar welke ze gaan. De school heeft vastgelegd wie deze beslissing neemt (nemen).
- 4 Het team houdt minimaal twee keer per jaar een groepsbespreking over de vorderingen van de leerlingen.
- 5 Voor de leerlingen in fase oranje en fase rood wordt vaker een leerlingbespreking gehouden (bij voorkeur om de zes tot acht weken of na elk blok).

Stap 3. Vroegtijdige signalering en preventie van rekenwiskunde-problemen

De school beschouwt preventie van rekenwiskunde-problemen als haar eerste zorg. Vroegtijdige signalering is de eerste stap naar preventie. Dit betekent onder meer het volgende.

- 1 Preventie speelt in alle groepen, maar met name in groep 1 en 2. De leraren in de onderbouw zijn deskundig op het gebied van de ontwikkeling van jonge kinderen in het algemeen en zijn goed op de hoogte van de ontwikkeling van rekenen-wiskunde (en taal) bij jonge kinderen.
- 2 De leerlingen in groep 1 en 2 krijgen elke dag gedurende ongeveer 30 minuten rekenactiviteiten aangeboden. Deze bestaan uit activiteiten uit alle domeinen van rekenen-wiskunde. De leraren gebruiken hiervoor de opdrachten in kleuterprogramma's en in voorlopers van rekenwiskunde-methodes. Dit omvat per week in totaal vijf keer dertig minuten.
- 3 De ontwikkeling van de leerlingen in groep 1 en 2 wordt op alle domeinen gevolgd met behulp van observatielijsten. De observatielijsten worden minimaal twee keer per jaar ingevuld. Aandachtspunten hierbij zijn:
 - voortschrijdende ontwikkeling van ontluikende gecijferdheid;
 - ontwikkeling van rekentaal en van de taalontwikkeling in het algemeen;
 - sociaal-emotionele ontwikkeling.
- 4 In groep 1 en 2 wordt binnen het domein rekenen-wiskunde specifiek gelet op:
 - opvallende gebeurtenissen (zoals het niet kunnen onthouden van de telrij, het niet direct kunnen benoemen en kunnen tekenen van kleine hoeveelheden, gebrekkige ontwikkeling van rekenbegrippen en rekentaal zoals meer, minder, evenveel, erbij);
 - afwijkende ontwikkeling ten opzichte van andere leergebieden;
 - eventuele stagnatie in de ontwikkeling. Hiervan is sprake wanneer een leerling geen aantoonbare vooruitgang boekt op onafhankelijke normtoetsen (LOVS);
 - affiniteit met rekenactiviteiten (emoties, houding, weerstand, angst voor getallen, zelfvertrouwen van de leerling).
- 5 Vanaf groep 3 krijgen de leerlingen elke dag ongeveer één uur rekenen.
- 6 De leerlingen in groep 1 tot en met 4 worden nauwkeurig gevolgd in hun ontwikkeling door middel van observaties, bloktoetsen en halfjaarlijkse onafhankelijke, methode-overstijgende toetsen. Hierdoor kunnen leraren mogelijke rekenwiskunde-problemen vroegtijdig signaleren en kan tijdig en adequaat worden ingegrepen.
- 7 Bij twijfel over de rekenwiskundige ontwikkeling van leerlingen in groep 1 tot en met 4 kan de UGT-R (Van Luit & Van de Rijt, 2009) worden afgenomen. Ook andere specifieke, bij voorkeur genormeerde observatielijsten of diagnostische instrumenten kunnen worden gebruikt.

 *Stap 4. Fase groen*

De school richt zich primair op de rekenwiskundige ontwikkeling van de leerlingen in de fase groen. Dit levert de volgende aandachtspunten.

- 1 De leraar stelt per blok een groepsplan op (afgestemd op de blokindeling van de methode).
- 2 De leraar bepaalt de doelen per les en bereidt zijn lessen voor.
- 3 De leraar evalueert na de les of de doelen zijn bereikt. Hij stelt de doelen eventueel bij.
- 4 De leraar kijkt dagelijks de rekenwiskunde-opdrachten van leerlingen na.
- 5 De leraar observeert bij voorkeur dagelijks tijdens de rekenles, maar minimaal één keer week. De observaties zijn afgestemd op de doelen van de les. Resultaten van observaties worden per blok vastgelegd in observatielijsten per leerling.
- 6 Aan het eind van elk blok wordt een methodegebonden bloktoets (criteriumtoets) afgenomen. De leraar houdt de vorderingen op de bloktoetsen nauwgezet bij.
- 7 Als een leerling onvoldoende scoort op de bloktoets, biedt de leraar afgestemde instructie en extra oefening aan in de week na de toets. Hij volgt hierbij de aanwijzingen van de methode.

Hij krijgt eventueel ondersteuning van de interne rekenexpert (afhankelijk van het spoor waarop de leraar lesgeeft).

- 8 De leraar analyseert en interpreteert de resultaten van de observaties en de bloктоetsen. Hij stemt zijn onderwijsactiviteiten daarop af.
- 9 Als een leerling tweemaal achtereen onvoldoende scoort op de bloктоets of op een onderdeel daarvan, komt hij in aanmerking voor afstemming overeenkomstig fase geel van het model.
- 10 De leraar bespreekt enkele keren per jaar de vorderingen van de leerlingen met de interne rekenexpert.

● Stap 5. Fase geel

De school biedt begeleiding in subgroepjes die past bij de onderwijsbehoeften van de leerling in fase geel. Hierbij spelen onder meer de volgende punten.

- 1 Na evaluatie van de behaalde resultaten in een voorafgaand blok stelt de leraar het groepsplan op voor het komende blok. Hij maakt subgroepjes op basis van de analyse van de toetsresultaten en van zijn observaties, eventueel samen met de interne rekenexpert.
- 2 Bij het komende blok geeft hij specifieke instructie aan de leerlingen in de subgroepjes. Hij gebruikt hierbij de methode, maar stemt de instructie af met behulp van de vier hoofdlijnen, het handelingsmodel en het drieslagmodel. Deze bieden aanknopingspunten voor de analyse van het leerproces en voor de begeleiding (zie hoofdstuk 4, 5 en 9).
- 3 De leerlingen die onvoldoende scoren op de bloктоets krijgen nogmaals afgestemde instructie op de niet gehaalde onderdelen en extra oefentijd in de week na de toets.
- 4 De leraar voert rekengesprekken met de leerlingen (in groepjes of individueel) en overlegt, indien nodig, met de interne rekenexpert over mogelijke interventies.
- 5 Na de evaluatie van elk blok stelt de leraar het groepsplan op voor het komende blok en maakt opnieuw subgroepjes, eventueel samen met de interne rekenexpert.
- 6 Sommige leerlingen laten een geleidelijke maar langzame vooruitgang zien. Deze leerlingen kunnen wisselend functioneren in fase groen en fase geel.
- 7 Leerlingen die na maximaal een half jaar geen of onvoldoende aantoonbare vooruitgang laten zien (LOVS), gaan naar fase oranje.

● Stap 6. Fase oranje

De school biedt individuele begeleiding op maat die past bij de onderwijsbehoeften van de leerling in fase oranje. Hierbij spelen de volgende elementen een rol.

- 1 Fase oranje start met het afnemen van een intern diagnostisch onderzoek door bij voorkeur de interne rekenexpert. Als de leraar een rekenexpert is kan hij het diagnostisch gesprek zelf voeren. Tijdens dit onderzoek wordt nagegaan welke specifieke onderwijsfactoren een rol spelen en welke kindkenmerken het onderwijsproces positief of negatief beïnvloeden. Vaak zijn meerdere diagnostische gesprekken met de leerling nodig om tot een juist beeld van de leerling en de problematiek te komen. De interne rekenexpert stelt samen met de leraar een individueel handelingsplan op. Zie hoofdstuk 9 voor het opstellen, uitvoeren en evalueren van het handelingsplan.
- 2 Er is gerichte begeleiding (op spoor 3) voor leerlingen die naast het subgroepje nog specifieke instructie nodig hebben. Zij krijgen per week naast de gewone lestijd één uur extra instructie en oefentijd, verspreid over de week. Dit kan individueel of in kleine groepjes.
- 3 De begeleiding vindt bij voorkeur plaats binnen de eigen groep en wordt bij voorkeur gegeven door de eigen leraar (met ondersteuning op maat door de interne rekenexpert). Zie paragraaf 9.6.6 voor de planning en organisatie van de begeleiding.

- 240
- 4 De specifieke instructie in fase oranje wordt expliciet gegeven op basis van de vier hoofdlijnen, het handelingsmodel en het drieslagmodel. Zie hoofdstuk 4, 5 en 9. Specifieke aandachtspunten voor de analyse en de begeleiding zijn:
 - De ontwikkeling van de leerling op de vier hoofdlijnen in het proces van het leren rekenen:
 - begripvorming;
 - ontwikkelen van goede oplossingsprocedures;
 - vlot leren rekenen (automatiseren en memoriseren);
 - flexibel toepassen van kennis en vaardigheden.
 - Het schakelen door de leerling tussen de verschillende niveaus binnen het handelingsmodel.
 - De acties van de leerling bij het plannen, uitvoeren en reflecteren binnen het drieslagmodel.
 - 5 De leraar houdt rekening met de specifieke kindkenmerken en stemt zijn onderwijs daarop af. Zie hoofdstukken 2, 5 en 9. De kindkenmerken die in huidige onderzoeken een belangrijke rol spelen voor een goede rekenwiskundige ontwikkeling zijn:
 - de ontwikkeling van numerieke cognitie (gevoel voor getallen, getalbegrip);
 - de taalontwikkeling;
 - de ontwikkeling van het visueel waarnemen;
 - geheugenfuncties:
 - het werkgeheugen (executieve functies);
 - het langetermijngeheugen (het georganiseerd opslaan van informatie en de oproep-snelheid);
 - motivationeel-affectieve factoren (zelfvertrouwen, angst, weerstand). Zie ook hoofdstuk 2 en paragraaf 5.4.
 - 6 De leraar stemt de wijze van instructie en oefenvormen af op de leerling.
 - 7 De resultaten worden na elk blok geëvalueerd en vastgelegd in het (digitale) leerlingdossier. De leraar beschrijft daarin:
 - het resultaat en de analyse van de diagnostische gesprekken met de leerling;
 - het overzicht van de geboden instructie (groepsplan/subgroep/individueel);
 - de toetsresultaten en de observaties;
 - de analyse van deze toetsresultaten en observaties;
 - de aandachtspunten voor vervolgvactiteiten.
 - 8 De resultaten van de bloktoetsen worden gerelateerd aan de normtoetsen van het LOVS. Op basis daarvan wordt de vooruitgang vastgesteld.
 - 9 Bij geleidelijke vooruitgang gaat de leerling terug naar fase geel of blijft, na overleg, in fase oranje. Bij aantoonbare onvoldoende vooruitgang (bij bloktoetsen en LOVS) of bij dreigende stagnatie gaat de leerling naar fase rood.

Het werken op basis van de fasen groen, geel, oranje (stappen 4, 5 en 6) herhaalt zich bij elk blok van de methode.

Een leerling die maximaal een half jaar in fase oranje is begeleid en waarbij de vorderingen aantoonbaar gering zijn (LOVS) of waarbij de rekenwiskundige ontwikkeling dreigt te stagneren, komt in aanmerking voor extern onderzoek.

● Stap 7. Fase rood: aanvraag extern onderzoek

De school signaleert dat extern onderzoek nodig is voor leerlingen in fase rood.

- 1 Leerlingen bij wie – na maximaal zes maanden individuele begeleiding – de ontwikkeling van het rekenen aantoonbaar onvoldoende vooruitgegaan is of dreigt te stagneren (fase rood), komen in aanmerking voor extern onderzoek.
- 2 De ouders/verzorgers en de school vullen het aanvraagformulier in. Hiervoor zijn standaardformulieren in omloop. Pameijer en Van Beukering (2004, pp. 343-376) hebben in de bijlagen van hun boek een uitgebreide vragenlijst opgenomen voor het intake-gesprek. Zie paragraaf 8.2.
- 3 De school voegt relevante gegevens over de rekenwiskundige ontwikkeling van de leerling toe in het verslag. Zie paragraaf 8.2. De school geeft ondermeer een inhoudelijke beschrijving van het begeleidingstraject in fase geel en fase oranje.
- 4 De ouders/verzorgers vragen in samenwerking met de school het onderzoek aan.
- 5 De ouders/verzorgers voeren een intakegesprek met de externe onderzoeker.

Soms zullen de ouders/verzorgers onafhankelijk van de school een aanvraag indienen. Deze situatie is niet wenselijk. Samenwerking met de ouders is in alle omstandigheden voorwaarde voor een goede leerlingbegeleiding.

● Stap 8. Fase rood: uitvoering extern diagnostisch onderzoek

De externe onderzoeker voert het diagnostisch onderzoek uit. Bij dit onderzoek spelen de volgende aandachtspunten.

- 1 Het externe onderzoek wordt uitgevoerd door een daartoe bevoegde externe deskundige met rekenspecialisatie (Master SEN, met specialisatie rekenen en rekenproblemen) of door een onderzoeksteam waarin een rekenexpert participeert die het onderdeel rekenen uitvoert.
- 2 Het onderzoek wordt uitgevoerd op de wijze zoals beschreven in hoofdstuk 8 van dit protocol.
- 3 Het resultaat van het diagnostisch onderzoek is een diagnostisch rapport met daarin opgenomen een handelingsadvies. Indien van toepassing is hierin een ERWD-indicatie opgenomen (zie hoofdstuk 8).
- 4 Dit handelingsadvies omvat tenminste de volgende onderdelen:
 - een beeld van de specifieke onderwijsbehoeften van de leerling binnen de vier domeinen van rekenen-wiskunde;
 - een beschrijving van het langetermijnperspectief (koersbepaling);
 - handelingsadviezen en concrete aanknopingspunten voor de begeleiding. (zie paragraaf 8.9)
- 5 De resultaten van het onderzoek en het handelingsadvies worden doorgesproken met de ouders/verzorgers en met de interne rekenexpert.

● Stap 9. Fase rood: begeleiding en evaluatie van de begeleiding

De school zet na extern onderzoek intensieve individuele begeleiding in. Hierbij spelen de volgende aandachtspunten een rol.

- 1 Het handelingsadvies is de start van een intensief begeleidingstraject (op spoor 3) in fase rood. De leraar krijgt ondersteuning op maat van de interne rekenexpert.
- 2 De school draagt de verantwoordelijkheid om het advies optimaal uit te voeren. De school legt de begeleidingstaak in handen van de interne expert en de groepsleraar of schakelt een externe rekenexpert in (zie hoofdstuk 9). Een van beiden is verantwoordelijk voor de coördinatie van de uitvoering van het handelingsplan.

- 3 De interne rekenexpert en de groepsleraar stellen op basis van het advies een individueel handlingsplan op (zie hoofdstuk 9).
- 4 De interne rekenexpert en de groepsleraar voeren het handlingsplan uit, indien nodig met externe ondersteuning.
- 5 De groepsleraar houdt de vorderingen van de leerling bij in het (digitale) leerlingdossier.
- 6 Gedurende de begeleidingsperiode wordt, indien nodig, tussentijds overleg gevoerd met de externe onderzoeker aan de hand van tussentijdse rapporten.
- 7 Na minimaal een half jaar vindt een evaluatie plaats met de externe onderzoeker en worden afspraken gemaakt voor vervolgactiviteiten. Het resultaat van de evaluatie van de begeleiding kan zijn:
 - a Er is geleidelijke aantoonbare vooruitgang (LOVS): de leerling gaat terug naar fase oranje. Ga naar stap 10a.
 - b Er is geen of nauwelijks aantoonbare vooruitgang: de leerling ontvangt een dyscalculieverklaring (blijvend fase rood). Ga naar stap 10b.

De evaluatie wordt vastgelegd en toegevoegd aan het leerlingdossier.

Stap 10a. Terug naar fase oranje

Er is geleidelijke aantoonbare vooruitgang: geen dyscalculieverklaring, maar wel intensieve begeleiding.

De verslaglegging van de begeleiding en van de evaluatie toont aan dat er sprake is van geleidelijke ontwikkeling. De leerling profiteert van de hulp. Er is aantoonbare vooruitgang. Bij de verdere intensieve begeleiding komen de volgende aandachtspunten aan de orde.

- 1 Het advies voor verdere begeleiding is gericht op afstemming van het onderwijs op de rekenwiskundige ontwikkeling van de leerling. Het doel is dat de leerling optimaal kan participeren in de schoolsituatie waarin hij verkeert.
- 2 De school heeft de verantwoordelijkheid optimale afstemming van het onderwijs op de onderwijsbehoeften van de leerling te realiseren.
- 3 De school blijft nog een tijd lang of mogelijk blijvend intensieve en afgestemde begeleiding aanbieden (fase oranje).
- 4 De interne rekenexpert en de groepsleraar bewaken zorgvuldig de factoren en processen die de vooruitgang positief of negatief kunnen beïnvloeden.
- 5 De groepsleraar houdt de vorderingen bij in het (digitale) leerlingdossier en hij bespreekt ze met de interne rekenexpert en de ouders/verzorgers.

Ga naar stap 11.

Stap 10b. Fase rood: dyscalculieverklaring

Er is geen of nauwelijks aantoonbare vooruitgang: een dyscalculieverklaring. De school biedt na het verlenen van een dyscalculieverklaring blijvend intensieve en deskundige hulp.

Als blijkt dat de leerling in zijn rekenwiskundige ontwikkeling weinig vorderingen maakt en dat de ernstige problemen aanhouden en hardnekkig zijn, dan kan een dyscalculieverklaring worden verleend. Voorwaarden zijn:

- pas vanaf begin groep 6;
- alleen voor leerlingen met een voldoende intelligentie (minimale totale IQ = 70, maar bij voorkeur pas vanaf totale IQ = 85).

De externe onderzoeker die aan de onderstaande eisen/voorwaarden voldoet, mag een dyscalculieverklaring verlenen. Deze zijn de volgende:

- De externe onderzoeker is een geregistreerde GZ-psycholoog (NIP) of een geregistreerde orthopedagoog generalist (NVO).
- Hij heeft een diagnostische bevoegdheid.
- Hij is gespecialiseerd op het gebied van rekenen-wiskunde (Master SEN met specialisatie rekenen en rekenproblemen) of werkt bij het diagnostisch onderzoek samen met een rekenexpert (zie afbeelding 10.2).

Een dyscalculieverklaring is geldig gedurende de verdere schoolcarrière van de leerling.

In hoofdstuk 2 hebben wij aangegeven wanneer wij in dit protocol spreken van dyscalculie. Er is sprake van dyscalculie als de volgende verschijnselen optreden:

- Er is een grote discrepantie tussen de ontwikkeling van de leerling in het algemeen en zijn rekenwiskundige ontwikkeling.
- De achterstand is hardnekkig. De leerling laat, ondanks gerichte, deskundige begeleiding, (te) weinig aantoonbare vooruitgang zien.
- De problemen zijn ontstaan vanaf het verwerven van de basisvaardigheden in het domein Getallen en Bewerkingen en beïnvloeden ook de ontwikkeling op het domein Verhoudingen en het domein Meten en Meetkunde (inclusief de leerstoflijnen Tijd en Geld).

Op basis van bovenstaande verschijnselen kunnen de volgende consequenties voor de toekomst worden voorspeld.

- De consequenties manifesteren zich in het voortgezet onderwijs, met name in andere vakken dan wiskunde (scheikunde, natuurkunde, economie, wereldoriëntatie).
- De leerling heeft er last van gedurende zijn hele schoolcarrière en in het maatschappelijk verkeer.
- De leerling ervaart, ook op latere leeftijd nog, problemen op het gebied van bovengenoemde basisvaardigheden.

Voor het verkrijgen van een dyscalculieverklaring geldt dat de verschijnselen passen binnen de bovenstaande omschrijving en binnen de criteria van DSM-IV-TR (vanaf 2013 DSM-V). Zie bijlage A.

De te verlenen faciliteiten zijn kindafhankelijk, maar impliceren in ieder geval het volgende:

- het bieden van deskundige begeleiding op maat (volgend op het advies van het diagnostisch onderzoek);
- het toestaan van het gebruik van een rekenmachine bij alle rekenactiviteiten, ook bij toetsen;
- het bieden van dertig minuten extra tijd bij toetsen;
- het bieden van een rustige werkplek tijdens toetsen.

Deskundige begeleiding wordt geboden door of onder supervisie van een rekenexpert die de Master SEN met specialisatie rekenen en rekenproblemen met goed gevolg heeft afgerond.

Stap 11. Overdracht naar het voortgezet onderwijs

De school zorgt aan het eind van het basisonderwijs voor een overdracht van de leerlingen aan het voortgezet onderwijs.

- 1 De school draagt het (digitale) leerlingdossier (of een samenvattend rapport) over aan de school voor voortgezet onderwijs waar de leerling naar toe gaat. Hierin staat de basisschoolcarrière van de leerling beschreven. De school beschrijft tot op welk niveau de leerling is gekomen op de vier domeinen van referentieniveau 1F en 1S. Dit wordt onderbouwd met toetsresultaten. Dit geldt voor alle leerlingen.
- 2 Voor de leerlingen die in fase groen de basisschool verlaten is het voldoende om relevante informatie per leerling te beschrijven en dat samen met de resultaten van het LOVS en de eindtoets door te geven aan de school voor voortgezet onderwijs. Voor de leerlingen in fase geel wordt daarbij vermeld welke extra begeleiding zij gehad hebben en bij welke onderdelen van het rekenwiskunde-onderwijs. Ook wordt vermeld welke onderdelen zij nog onvoldoende beheersen, zodat het voortgezet onderwijs het onderwijs hierop kan afstemmen. Voor de leerlingen die in fase oranje of fase rood de school verlaten, beschrijft de school tevens welke specifieke begeleiding deze leerlingen hebben gehad.
- 3 De interne rekenexpert licht de (digitale) leerlingdossiers of leerlingrapporten van de leerlingen in fasen oranje en rood toe in een mondeling gesprek met de leerlingbegeleider van de school voor voortgezet onderwijs.
- 4 De ouders/verzorgers en de leerling (in fase oranje of fase rood) voeren een intakegesprek met de school.

Fase	Signalering	Diagnostiek	Begeleiding
Fase groen	Deskundigheid minimaal op spoor 1:	Deskundigheid minimaal op spoor 1:	Deskundigheid minimaal op spoor 1:
Leerling ontwikkelt zich gemiddeld of goed en functioneert in de grote groep. Resultaat: +: naar fase 'blauw' 0/-: naar fase 'geel'	De leraar observeert de leerlingen volgens de aanwijzingen in de methode.	De interne rekenexpert ondersteunt de leraar. Hij analyseert samen met de leraar de resultaten op de bloktoetsen en het LOVS en stelt een groepsplan op.	De begeleiding vindt plaats volgens aanwijzingen in de methode. Bij te weinig aantoonbare vorderingen gaat de leerling naar fase geel.
Fase geel, intern max. 0.5 jr.	Deskundigheid minimaal op spoor 2:	Deskundigheid minimaal op spoor 2:	Deskundigheid minimaal op spoor 2:
De leerling ervaart geringe rekenwiskunde-problemen op deelgebieden. Resultaat: +: naar fase 'groen' 0/-: naar fase 'oranje'	De leraar observeert dagelijks op specifieke onderdelen, houdt de vorderingen op toetsen en LOVS bij en analyseert de resultaten.	De leraar voert rekengesprekken met de leerling, analyseert het resultaat en stelt een begeleidingsplan op.	Leerling krijgt extra begeleiding in een subgroep. Bij te weinig of geen aantoonbare vorderingen gaat de leerling naar fase oranje.
Fase oranje, intern max. 0.5 jr.	Deskundigheid minimaal op spoor 3:	Deskundigheid minimaal op spoor 3:	Deskundigheid minimaal op spoor 3:
De leerling ervaart ernstige rekenwiskunde-problemen op enkele of alle deelgebieden. Resultaat: +: naar fase 'geel' 0/-: naar fase 'rood'	De leraar observeert dagelijks op specifieke onderdelen, houdt de vorderingen op toetsen en LOVS bij en analyseert samen met de interne rekenexpert de resultaten.	De leraar voert een diagnostisch gesprek met de leerling, analyseert samen met de interne rekenexpert het resultaat en stelt een individueel handelingsplan op.	Het schoolteam voert de begeleiding uit. De leerstof en de instructie worden afgestemd op de onderwijsbehoeften van de individuele leerling. Bij te weinig of geen aantoonbare vorderingen wordt de leerling aangemeld voor extern onderzoek.
Fase rood, intern max. 0.5 jr.	Extern:	Extern/intern:	Intern evt. extern:
De problemen zijn ernstig en hardnekkig. De leerling wordt aangemeld voor extern onderzoek. Resultaat: +: naar fase 'oranje' 0/-: bijstellen handelingsplan en dyscalculieverklaring, blijvende begeleiding in fase rood.	De externe onderzoeker verzamelt informatie over de leerling en stelt verslag op. (zie hoofdstuk 8)	De externe onderzoeker voert het diagnostisch onderzoek uit zoals beschreven in hoofdstuk 8 en stelt samen met het team een individueel handelingsplan op.	Het schoolteam voert de begeleiding uit. De leerstof en de instructie worden afgestemd op de onderwijsbehoeften van de individuele leerling. Indien nodig wordt de begeleiding uitgevoerd door een externe expert in nauw overleg met de school.

Afbeelding 10.3 Samenvattend overzicht fasen, bijbehorende signalering, diagnostiek en begeleiding

11 De ouders/verzorgers als partners

In de vorige hoofdstukken hebben wij vooral het aandeel besproken dat het onderwijs heeft bij de rekenwiskundige ontwikkeling van leerlingen en bij de signalering, het voorkomen en het oplossen van rekenwiskunde-problemen.

In dit hoofdstuk beschrijven wij *de rol van ouders/verzorgers bij het rekenwiskunde-onderwijs*. Uitgangspunt hierbij is dat de school ouders/verzorgers ziet als partners. Dat houdt in dat de school en ouders/verzorgers samenwerken en elkaar aanvullen en daarbij verschillende verantwoordelijkheden hebben. Ouders/verzorgers zijn verantwoordelijk voor de opvoeding thuis en school is verantwoordelijk voor het onderwijs (Pameijer et al., 2009).

Eerst beschrijven wij hoe de school kan samenwerken met alle ouders/verzorgers en vervolgens wordt ingegaan op de samenwerking met ouders/verzorgers van leerlingen in het basisonderwijs waarbij het afstemmen op onderwijsbehoeften tijdens de rekenlessen.

Voor de leesbaarheid spreken wij in dit hoofdstuk van ouders en bedoelen daarmee ouders en/of verzorgers.

11.1 Ouders van alle kinderen in het basisonderwijs

Een voorwaarde om tot samenwerking te komen is dat ouders en school elkaar informeren over de ontwikkeling van de leerling met betrekking tot rekenwiskundige problematiek en eventuele relevante ontwikkelingsaspecten school- en thuissituatie.

Voor de school betekent dit dat zij ouders informeert over het rekenwiskunde-onderwijs, ouders op de hoogte houden van de rekenwiskundige ontwikkeling van hun kind en de informatie van ouders gebruiken bij het signaleren van mogelijke rekenwiskunde-problemen. Deze punten worden hieronder uitgewerkt.

11.1.1 Ouders informeren over het rekenwiskunde-onderwijs

Het is voor ouders belangrijk om in grote lijnen te weten hoe het rekenwiskunde-onderwijs op school wordt vormgegeven. De school doet er daarom verstandig aan ouders te informeren over de visie op rekenwiskunde-onderwijs, de gebruikte methode en de streefdoelen voor rekenen-wiskunde per jaargroep. Het is voor ouders prettig als ze weten hoe ze thuis de rekenwiskundige ontwikkeling van hun kind kunnen stimuleren op een manier die bij de werkwijze van de school past. Scholen lijken ouders hierover vaak nog onvoldoende te informeren. Zo geeft 75% van ouders in een enquête aan dat ze nooit uitleg hebben gekregen hoe zij hun kind met (dit nieuwe) rekenen ondersteuning kunnen bieden (De Vos, 2009).

Daarnaast is het belangrijk dat ouders weten hoe de zorgstructuur op school is. Hoe worden rekenwiskunde-problemen gesignaleerd, wordt er gewerkt met een groepsplan, wanneer wordt een individueel handelingsplan opgesteld en wanneer wordt een externe onderzoeker of een andere externe deskundige ingeschakeld?

Bij het informeren van ouders kan de school gebruik maken van verschillende informatiebronnen: schoolgids, ouderavond, nieuwsbrief en website van de school. In de nieuwsbrief kan bijvoorbeeld per periode staan wat belangrijke onderwerpen zijn en hoe ouders daar thuis op in kunnen spelen. Scholen kunnen gebruik maken van de informatie die uitgevers van rekenwiskunde-methodes op hun website verstrekken¹ en van boeken die speciaal voor ouders zijn geschreven (Cijvat, Gelderblom & De Vries, 2009). Verder kunnen zij verwijzen naar sites waarop ouders zelf passende oefenstof kunnen vinden². Ook de meeste rekenmethodes hebben een pagina voor ouders op hun websites.

11.1.2 De school informeert de ouders

De school dient ouders zowel mondeling als schriftelijk te informeren over de rekenwiskundige ontwikkeling van hun kind. Voor het voeren van een gesprek met ouders zijn aanwijzingen te vinden in onder andere Gil-Toresano en Van den Brand (2006) en Pameijer et al. (2009, hoofdstuk 5). Daarbij schenkt de school aandacht aan zowel positieve punten als aan ontwikkelpunten. De school gaat na of ouders het geschetste beeld herkennen. Bij de schriftelijke rapportage is het van belang per leerlijn een oordeel te geven en de gegevens uit het leerlingvolgsysteem te vermelden. Een schriftelijke weergave van de groei, bijvoorbeeld aan de hand van een grafiek van het leerling- en onderwijsvolgsysteem (LOVS) van het Cito is voor ouders zeer informatief.

1 <http://www.kinderenlerenrekenen.nl>

2 Onder andere <http://www.rekenweb.nl>

11.1.3 De ouders informeren de school

Om rekenwiskunde-problemen zo vroeg mogelijk te kunnen signaleren is het nuttig informatie van ouders over bepaalde onderwerpen te betrekken bij het signaleren. Het gaat bijvoorbeeld om informatie over het plezier in rekenwiskunde-activiteiten, om informatie over het leren buiten school en het toepassen van verworven kennis en vaardigheden buiten school. Verder is van belang om te weten wat ouders verwachten van hun kind op het gebied van rekenen-wiskunde en waarom ze denken dat hun kind een zwakke, gemiddelde of sterke rekenaar is.

11.2 Samenwerken als de ontwikkeling niet naar wens verloopt

Als ouders of de school zich zorgen maken over de rekenwiskundige ontwikkeling van een leerling zal de samenwerking tussen ouders en school intensiever worden. In deze paragraaf beschrijven we hoe met ouders kan worden samengewerkt.

11.2.1 Samenwerken bij het signaleren

Zowel op school als thuis kan worden gesignaleerd dat de rekenwiskundige ontwikkeling van een leerling minder vlot verloopt dan gewenst. Het is belangrijk dat ouders en leraren elkaar informeren als zij signalen zien en nagaan of de ander de signalen herkent.

Leraren doen er goed aan om informatie van ouders te verzamelen omdat signalen van ouders een indicatie kunnen zijn dat er iets aan de hand is. Kinderen laten thuis soms eerder merken dat ze rekenen-wiskunde moeilijk of niet leuk vinden, dat ze 'stiekem' alles op hun vingers uitrekenen of antwoorden van klasgenootjes overschrijven (Bodin-Baarends, 1995) en ouders merken soms op dat hun kind uit het hoofd geleerde sommen een dag later niet meer weet. Hoe eerder signalen worden opgepikt, hoe beter de leraar (preventieve) maatregelen kan treffen.

Een lastige vraag voor leraren is de vraag wanneer zij ouders gaan inlichten over hun zorgen. Zij willen enerzijds ouders niet onnodig ongerust maken maar hen anderzijds wel tijdig inlichten (Bodin-Baarends, 1996).

In het algemeen kan worden gesteld dat ouders het op prijs stellen vroegtijdig geïnformeerd te worden. Het is in ieder geval belangrijk dat de school ouders informeert als de toetsuitslagen tegevallen (fase groen) of dat hun kind in het groepsplan wordt opgenomen in een subgroepje dat extra of specifieke zorg nodig heeft (fase geel). Ouders dienen opnieuw betrokken te worden als de school signaleert dat het uitvoeren van het groepsplan onvoldoende effectief is en overweegt voor een kind een individueel handelingsplan op te stellen (fase oranje).

Als de leerling ook in fase oranje onvoldoende vooruitgang boekt, overlegt de school met de ouders hoe verder te gaan (fase rood).

De doelen van een gesprek waarin leraar en ouders signalen bespreken zijn: het delen van zorgen en het uitwisselen van informatie om de situatie helder te krijgen. Het gesprek kan worden gevoerd aan de hand van een aandachtspuntenlijst. Belangrijke vragen zijn:

- Wat zien ouders als probleem/belemmerende factoren?
- Welke positieve factoren merken ouders op?
- Wat merken ouders thuis op het gebied van rekenen-wiskunde (houding kind, vaardigheden)?
- Waardoor worden de problemen volgens ouders veroorzaakt of versterkt?

- Welke aanpak werkt thuis?
- Wat doen ouders thuis en wat kunnen/willen ouders thuis gaan doen?

Deze informatie kan worden gebruikt in de diagnosefase.

11.2.2 Samenwerken bij het begeleiden

De school betreft de ouders bij het afstemmen van een passende aanpak voor de leerling. Dat is bijvoorbeeld het geval als de school deze leerling bij het opstellen van een groepsplan wil opnemen in een subgroepje dat extra of specifieke begeleiding krijgt (fase geel), als dat plan wordt aangepast of als een individueel handelingsplan wordt opgesteld (fase oranje).

In deze fase staan steeds twee doelen centraal. Het eerste doel is ouders informeren over de voorgenomen aanpak op school. De school informeert de ouders over 'kleine', voor de leraar vanzelfsprekende maatregelen, zoals extra beurten, extra tijd geven, met materiaal laten werken en kladpapier laten gebruiken (Bodin-Baarends, 1996), maar ook over meer ingrijpende maatregelen, zoals *remedial teaching*.

Door ouders te informeren over de voorgenomen aanpak op school, kan de school van de ouders informatie krijgen op grond waarvan zij de aanpak zonodig iets kan bijstellen. Ouders kunnen bijvoorbeeld aangeven welke aanpak thuis doorgaans werkt, of een kind zwaarder belast kan worden en bij welke belangstelling de school zou kunnen aansluiten.

Het tweede doel is met ouders overleggen hoe ze de aanpak op school thuis kunnen ondersteunen. Als ouders weten welke rekendoelen centraal staan, kunnen ze daar thuis op inspelen. Leraren kunnen ouders op het spoor zetten hoe ze dagelijkse situaties thuis kunnen benutten. Bijvoorbeeld gebruik maken van de tv-gids bij het leren werken met digitale tijden, praten over reclamefolders bij getalbegrip en rekenen met geld, kegels/pylonen omgooien bij het oefenen van splitsingen. Door thuis te oefenen wordt de leertijd van kinderen vergroot en is meer herhaling mogelijk.

In deze fase speelt de school in op de wensen en de mogelijkheden van de ouders. De kennis, vaardigheden en gezinsomstandigheden van ouders kunnen zeer verschillend zijn. Sommige ouders zijn in staat zelf pre-teaching te geven (Keizer, Tielrooij, Velders & Van Luit, 2003) of dagelijkse activiteiten aan te grijpen om te oefenen. Andere ouders hebben veel moeite om hun kind aan het werk te krijgen of hebben zelf moeite met de opdrachten. De keuze van ouders om thuis juist wel of juist niet te willen oefenen dient de school te respecteren. Als ouders de aanpak van de rekenwiskunde-problemen thuis willen ondersteunen is het van belang ouders inzicht te geven in de aanpakstrategieën die het kind op school worden aangeboden. Een handig hulpmiddel hierbij is een strategieboekje: bijvoorbeeld een fotomapje waarin kaartjes gestopt kunnen worden waarop een strategie is weergegeven (bijvoorbeeld een stappenplan of een werkwijze met een getallenlijn).

Als kinderen thuis extra gaan oefenen worden er met de ouders duidelijke afspraken gemaakt om welke oefenstof het gaat en hoe dit kan worden geoefend. Hierbij kan gebruik worden gemaakt van losse kaartjes, spelletjes (zoals halli galli, memory, bingo, 24-game) en software.

Tijdens deze fase wordt met de ouders niet alleen gesproken over inhoudelijke doelen, maar ook over pedagogische doelen, zoals meer plezier krijgen in rekenwiskunde-activiteiten en het vergroten van het zelfvertrouwen. Ouders kunnen met name ook ten aanzien van het bereiken van deze punten een belangrijke rol spelen. Zo kan met ouders van kinderen die faalangstig lijken tijdens

het leren van rekenen-wiskunde worden besproken dat zij thuis vooral de inzet prijzen (en niet het resultaat) en dat ze vergelijking met anderen vermijden (Desoete & Braams, 2008).

Als een kind al langere tijd problemen ondervindt, blijft het contact met ouders belangrijk. Informatie van ouders kan worden gebruikt om de plannen bij te stellen. De ouders kunnen bijvoorbeeld de school informeren over de ervaringen van de leerling met betrekking tot de verschillende soorten hulp (onder andere buiten de groep). Ouders kunnen ook aangeven of zij het gevoel hebben dat de hulp iets oplevert en of verder oefenen zin heeft.

11.2.3 Samenwerken bij extern onderzoek

Als de ontwikkeling van een leerling ondanks de genomen maatregelen en de samenwerking tussen school en ouders stagneert, dan kan worden overwogen een externe onderzoeker in te schakelen. Deze kan helpen om de onderwijsbehoeften van de leerling duidelijk in beeld te brengen. In dat geval geven de ouders schriftelijke toestemming om hun kind aan te melden voor verdere diagnostiek of melden zij hun kind zelf aan. De rol van de ouders in deze fase is verder beschreven in hoofdstuk 8. In alle stadia van het onderzoek en de begeleiding wordt samengewerkt met de ouders.

Als na de evaluatie van fase rood blijkt dat er aantoonbaar geleidelijke vooruitgang is, wordt met de ouders besproken hoe de school verder handelt.

Als na de evaluatie van fase rood de diagnose dyscalculie wordt gesteld bespreekt de externe onderzoeker met de ouders welke begeleiding noodzakelijk is en van welke faciliteiten hun kind tijdens de rekenles gebruik mag maken, bijvoorbeeld extra tijd en een rekenmachine. Ook spreken zij af wie de resultaten van het onderzoek en de begeleiding met de leerling bespreekt.

De ouders en de school streven in alle situaties naar een optimale samenwerking.

12 Schoolbeleid en organisatie

In de vorige hoofdstukken stond de leerling die rekenen-wiskunde leert, de leraar en de afstemming tussen de onderwijsbehoeften van de leerling en het onderwijsaanbod centraal. Ook de rol van de ouders is besproken. In dit hoofdstuk beschrijven wij wat het kan betekenen voor een school om op de hiervoor geschetste manier te gaan werken. Dit heeft namelijk gevolgen voor *het schoolbeleid, voor de organisatie, voor de rollen en inzet van de professionals in de school.*

Versterking van de kwaliteit van het rekenwiskunde-onderwijs kan niet los worden gezien van het totale beleid van een school. Daarom besteden wij aandacht aan het kader waarin de in dit protocol beschreven kwaliteitsimpuls een plek kan krijgen in de school.

Het realiseren van een dergelijke werkwijze kan voor veel scholen een tamelijk ingrijpende verandering betekenen. Daarom staan wij in dit hoofdstuk nadrukkelijk stil bij wat de consequenties van dit veranderingsproces kunnen zijn, zowel voor de leidinggevenden als voor het team.



12.1 Schoolbeleid en rekenen-wiskunde

Elke school heeft eigen beleidsdocumenten met daarin de beschrijving en de verantwoording van (beleids)keuzes. Het belangrijkste document is het *schoolplan*. Hierin staat voor een periode van vier jaar op welke wijze de school de wettelijke opdracht denkt uit te voeren, rekening houdend met de evaluatie van de voorafgaande periode. Het schoolplan geeft ook aan op welke aspecten de school de kwaliteit van het onderwijs en de vakbekwaamheid van het personeel verder gaat ontwikkelen. Meer hierover staat in bijlage C: *Checklist schoolbeleid voor het rekenwiskunde-onderwijs*.

Daarnaast heeft elke school te maken met beleidsdocumenten van anderen. Zo is er het beleid op bestuursniveau dat geldt voor alle scholen onder eenzelfde bevoegd gezag. Ook wordt elke school geacht rekening te houden met het beleid van het samenwerkingsverband *Weer samen naar school* waarvan de school deel uitmaakt. Dit beleid wordt beschreven in het zogenaamde *zorgplan*. Op dit niveau past ook het streven naar het realiseren en/of organiseren van passend onderwijs.

In de meeste scholen zijn allerlei protocollen (zoals een *pestprotocol*, een *hoogbegaafdheidprotocol* en een *dyslexieprotocol*) aanwezig. Helaas blijken deze niet altijd in het schoolbeleid geïntegreerd. Een van de oorzaken daarvan is de route waarlangs dergelijke protocollen de school binnenkomen. Soms via het bestuur, soms via het samenwerkingsverband, maar lang niet altijd als een antwoord op een door het team ervaren probleem. In het geval van het protocol ERWD is het risico aanwezig dat het als 'probleemaanpak' als 'iets voor de interne begeleider' wordt afgedaan.

Bij het invoeren van het protocol ERWD willen wij voorkomen dat het als een geïsoleerd document in de school terecht komt. Inbedding in het reeds aanwezige schoolplan en zorgplan is noodzakelijk.

12.1.1 Ruimte en grenzen

Hoewel schoolbesturen een grote mate van autonomie hebben in het vaststellen en uitvoeren van eigen beleidskeuzes, kent deze ruimte ook duidelijke grenzen. Naast het wettelijk kader van de *Wet op het Primair Onderwijs* (WPO) en de *Wet op Expertisecentra* (WEC), inclusief de financiële uitwerking van beide, de *Wet referentieniveaus Nederlandse taal en rekenen* is er ook het *Toezichtskader van de Inspectie op het Onderwijs* (Inspectie van het Onderwijs, 2009). Zie bijlage D voor relevante artikelen uit de WPO en de WEC en bijlage E voor relevante artikelen uit de laatstgenoemde wet.

Daarnaast kent de wet *Goed onderwijs, goed bestuur* de minister grote bevoegdheden toe. Deze kaders geven criteria op basis waarvan het beleid en de uitvoering daarvan worden getoetst.

Binnen deze kaders kunnen schoolbesturen hun scholen zelf laten kiezen vanuit welke visie en op welke manier zij hun rekenwiskunde-onderwijs inhoud en vorm geven. De besturen (en daarmee de scholen) zijn wel verplicht te verantwoorden dat aan de Kerndoelen recht wordt gedaan. Ze moeten aantonen dat ze inspelen op de (specifieke) onderwijsbehoeften van leerlingen. Ze moeten ook laten zien dat de resultaten in overeenstemming zijn met wat verwacht mag worden gelet op de populatie van de school.

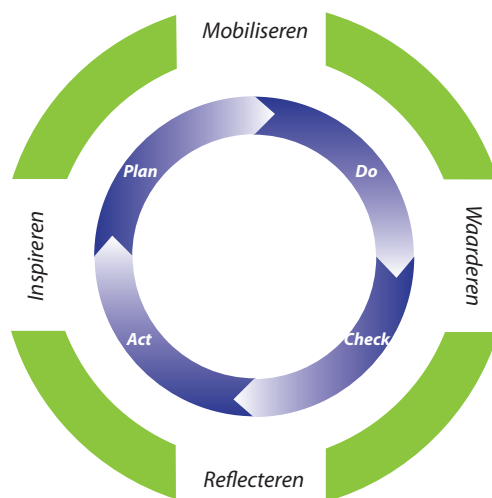
12.1.2 Het organiseren van kwaliteit

Het geven van vorm en inhoud aan rekenwiskunde-onderwijs vraagt een samenhangende visie op het vak rekenen-wiskunde en op het leren door kinderen. In de praktijk zullen veel scholen dat vertalen in de keuze van een rekenwiskunde-methode. De aanschaf van een methode is echter maar een onderdeel van de beleidsuitvoering. Dit onderdeel mag niet in de plaats komen van het systematisch doorlopen van de stappen die van invloed zijn op de kwaliteit van het rekenwiskunde-onderwijs in

zijn geheel. In de bijlagen is een checklist opgenomen, waarmee een school kan nagaan hoe het staat met (het beleid ten aanzien van) de kwaliteit van het rekenwiskunde-onderwijs (zie bijlage C).

Zoals blijkt uit het onderstaande model is het proces van kwaliteitsverbetering een veranderingsproces. Dit model heeft twee kanten. Het heeft betrekking op het, min of meer rationeel, organiseren van condities (*Plan-Do-Check-Act*-cyclus¹), maar het gaat ook over de (veranderende) rol van de mensen die daarbij betrokken zijn. Dit staat weergegeven in de buitenste cirkel in het model (*Inspireren-Mobiliseren-Waarderen-Reflecteren*²). Wij vertalen deze activiteiten naar de rol van de betrokkenen bij de uitvoering van het protocol ERWD.

- *Inspireren* van elkaar (en zeker ook door de schoolleiding) om werk te maken van mooi en effectief rekenwiskunde-onderwijs. Hierbij is voor de schoolleiding zeker ook een rol weggelegd. Dat kan door het lanceren van verrassende ideeën voor uitdagende lessen, het delen van succeservaringen. Dat kan bijvoorbeeld door collegiale consultatie of het samen voorbereiden van lessen.
- *Mobiliseren* van het team door bijvoorbeeld de resultaten van het rekenwiskunde-onderwijs met elkaar te analyseren en bespreken en door leerlingen te bevragen op hun leerervaringen en zelfvertrouwen bij rekenen-wiskunde. Verder door ervoor te zorgen dat betrokkenen inspiratie opdoen en benutten.
- *Waarderen* van de inspanningen om de kwaliteit van het rekenwiskunde-onderwijs te verbeteren, maar ook van ideeën die blijken te werken en tot succes hebben geleid. Ook waardering tonen voor de samenwerking in het team en het belangrijk maken van een goede groepsanalyse, periodeplanning en lesvoorbereiding horen hierbij.
- *Reflecteren* op de resultaten van het bovenstaande, maar ook op de bekendheid in het team met de leerstofopbouw en de cruciale leerervaringen van elk leerjaar. Ook het stilstaan bij de eigen ervaringen met het vak rekenen-wiskunde en de daarmee samenhangende houding ten opzichte van het vak nu, kan interessante inzichten opleveren.



Afbeelding 12.1 Cyclus van veranderingsprocessen ("IMWR-cirkel van het vernieuwde INK-managementmodel", n.d.)

1 ("Kwaliteitscirkel van Deming", n.d.)

2 ("IMWR-cirkel van het vernieuwde INK-managementmodel", n.d.)

Elk van deze vier activiteiten heeft zijn invloed op het organisatorische veranderproces, zonder dat daarin een bepaalde volgorde noodzakelijk is: het is vooral een kwestie van 'en - en'.

12.1.3 Sluitende ontwikkeling

De ontwikkeling van schoolbeleid en de daarbij behorende praktijk, wordt meestal samen aangeduid als 'schoolontwikkeling'. Zij heeft alleen kans van slagen als de professionele ontwikkeling van schoolleiding en team daarmee gelijke tred houdt. Kelchtermans en Ballet (2008) gebruiken daarvoor de veelzeggende metafoer van de ritssluiting met tandjes die om en om in elkaar grijpen. Schoolontwikkeling en kwaliteitsverbetering aan de ene kant en professionele ontwikkeling van de betrokken mensen aan de andere kant haken als een ritssluiting steeds weer in elkaar.

Dit betekent dat de invoering van het protocol ERWD niet alleen een kwestie is van iets op papier zetten of iets organiseren, maar evenzeer van een leerproces van team en schoolleiding. Dit houdt ook een indicatie in van de snelheid waarmee de invoering en verankering van dit protocol kan plaats vinden. Zo'n leerproces vraagt tijd en dus vraagt de invoering van het protocol een meerjarige planning.

Concreet komt dit er bijvoorbeeld op neer dat de school of het bestuur ook vanuit het integraal personeelsbeleid (ipb) beslist hoe de versterking van de kwaliteit van het rekenwiskunde-onderwijs ondersteund kan worden. De pop-gesprekken zullen in ieder geval (ook) gaan over de competenties die in de rekenlessen nodig zijn. Daarnaast zullen zowel de nascholing als de ondersteuning bij de schoolontwikkeling hun steentje hieraan kunnen bijdragen.

Dat hoeft er overigens niet toe te leiden dat voortaan heel veel extra tijd nodig is voor de rekenlessen. Iets nieuws invoeren is meestal het meest effectief als dat (geleidelijk aan) in de plaats komt van het oude, en niet er bovenop.

12.1.4 Zorgbeleid: een verhaal apart?

Zoals in hoofdstuk 6 al is beschreven, onderscheiden wij bij het lesgeven globaal drie sporen. Deze variëren van 'de groep aanpassen aan de methode' tot 'de methode aanpassen aan de groep'. Het vormgeven van zorgbeleid zal altijd een afgeleide zijn van de manier waarop in de groepen wordt lesgegeven. Onder zorgbeleid verstaan wij hier het volgende. Zorgbeleid omvat de keuzes van een school over wie, wanneer, waar en waarvoor beschikbaar is om de leraren in de groep te ondersteunen als zij handelingsverlegenheid ten opzichte van bepaalde leerlingen ervaren. Als een leraar in de groep de rekenwiskunde-methode getrouw volgt (spoor 1) zal eerder behoefte ontstaan aan voorzieningen buiten de groep. Dit komt doordat voortdurend blijkt dat er leerlingen zijn die niet genoeg rendement uit de lessen kunnen halen.

Op spoor 2 kan de leraar differentiëren binnen de groep en beheerst hij het diagnosticerend onderwijzen. In dat geval zal de leraar vooral behoefte hebben de mogelijkheden binnen de groep te vergroten om beter in te kunnen spelen op de individuele onderwijsbehoeften van de leerlingen (spoor 3).

Dat betekent dat beleidskeuzes voor de inhoud en vorm van het rekenwiskunde-onderwijs altijd ook consequenties hebben voor de inhoud van het zorgbeleid van de school. De school kan daar niet omheen. Zolang het zorgbeleid en het rekenwiskunde-onderwijs naast elkaar bestaande systemen zijn, kan nooit de synergie worden bereikt die wel degelijk mogelijk is. De deskundigheid die meestal bij de teamleden met zorgtaken of zorgfuncties aanwezig is, kan van groot nut en voordeel zijn voor het realiseren van diagnosticerend onderwijzen binnen de groep. Dat lukt echter alleen als deze collega's de tijd en ruimte krijgen om aan die rol invulling te geven. Het is dan ook van belang dat voor iedereen duidelijk is dat een niet op de gewenste verandering afgestemde invulling

van de zorgtaken, de verandering zal tegenhouden. Sterker nog, zo'n opstelling vormt als het ware een alibi om op de oude voet door te gaan.

12.2 Preventie als beleidskeuze

Preventief werken en niet afwachten tot leerlingen vastlopen en het spoor bijster raken te midden van de getallen en bewerkingen, lijkt zo vanzelfsprekend. Natuurlijk wil iedereen dat! Het protocol is bedoeld om leraren hierbij te ondersteunen.

12.2.1 Opbrengstgericht werken

De keuze voor diagnosticerend onderwijzen verwijst rechtstreeks naar het afstemmen op het denken en handelen van de leerling. Het gedrag van de leerling is het vertrekpunt en het handelen van de onderwijzende leraar sluit daarop aan.

Het is opvallend dat in de onderwijswetenschappen de onderzoeksthema's steeds meer een verschuiving laten zien van de aandacht voor het onderwijzen naar het leren. De groeiende belangstelling voor wat de neurowetenschappen kunnen bijdragen aan onze kennis over leren, is daarvan een illustratie.

De schoolleiding stelt zich wezenlijke vragen als: *Hoe onderwijzen wij? Of: Is ons onderwijs wel goed genoeg?* De kernvraag zou kunnen luiden: *Leren de leerlingen bij ons op school? Leidt hun aanwezigheid in de les tot het vergroten van hun kennis en het uitbreiden van hun vaardigheden?* De neiging om deze vragen direct met *ja* te beantwoorden is groot. Stel je voor dat het niet zo was! Toch is deze kernvraag niet uit te lucht gegrepen. Veel leerlingen maken de opdrachten uit hun rekenwiskundeboek of werkschrift zonder echt te weten wat hen dat meer zou kunnen opleveren dan een hoeveelheid (liefst goede) antwoorden. Ook leraren denken nog vaak dat ze de vorderingen van hun leerlingen kunnen aflezen aan de antwoorden in het oefenwerk (Janson, 2011a, 2011b, 2011c).

Daarnaast is er de vraag of het gegeven onderwijs bij elke leerling leidt tot een realistisch beeld van de eigen competenties en zelfvertrouwen in wat hij beheerst. We weten dat veel volwassenen rondlopen met het beeld dat zij slecht zijn in wiskunde of 'niets hebben' met getallen. Is dat terecht of is dat alleen het resultaat van de ervaringen op school en het beeld dat zij zo over zichzelf hebben opgebouwd? Bovendien kunnen we ons afvragen in hoeverre het huidige rekenwiskunde-onderwijs leidt tot functionele gecijferdheid. Het maken van opdrachten uit een boek en het schrijven van berekeningen en sommen in een schrift is iets anders dan het werkelijk gebruiken van rekenwiskundige kennis en vaardigheden in het dagelijkse leven.

Zoals in eerdere hoofdstukken al beschreven, is kennis van de leerstof en van het bijbehorende leerproces essentieel om leerlingen op een passende manier te kunnen begeleiden. Dat heeft tot gevolg dat voor de leraar alle nadruk komt te liggen op de volgende vragen. Wat valt hier voor deze leerling te leren en wat betekent dat voor de activiteiten die deze leerling in de les gaat doen? Deze vragen zijn echter ook voor de leerling voorwaarde om effectief te kunnen werken. Pas als de leerling herkent wat de essentie is van de leerstof die aan de orde is, kan hij de aandacht richten op de dingen die ertoe doen en nagaan of de eigen inspanning leidt tot effect. De leraar zorgt ervoor dat hij de opbrengst heel concreet maakt voor de leerling. Daardoor kan de leerling zich goed voorstellen wat de opbrengst is die van hem gevraagd wordt. Dat kan de leerling dan zelf verwoorden (zie ook Janson, 2006):

- *Ik ga een plannetje maken om precies te onderzoeken hoeveel priemgetallen kleiner zijn dan 100.*
- *Ik kan straks vertellen aan de klas op welke manier je deze sommen handig kunt uitrekenen.*
- *Ik kan herkennen wat bij al deze sommen de manier van uitrekenen is die ik daarmee kan oefenen.*
- *Ik weet waaraan ik de dobbelsteenbeelden kan herkennen, zonder de stippen te hoeven tellen.*
- *Ik weet hoe ik afreksommen op een lege getallenlijn kan tekenen.*
- *Ik heb in de gaten hoe ik deze staart van een deling kan verkorten.*
- *Ik kan de tafelsommen die ik nog direct niet weet, op een handige manier uit mijn hoofd leren.*
- *Ik heb geleerd hoe ik splitsingen van 8 zo kan opschrijven dat ik ze beter kan onthouden.*

Bij elke les formuleert de leraar het doel van de les in begrijpelijke taal voor de leerlingen. Zo mogelijk laat hij de leerlingen zelf daarbinnen een persoonlijke opbrengst benoemen. Aan het einde van de les kan hij met de leerlingen reflecteren op wat zij hebben geleerd door hen te laten vertellen of ze die opbrengst gehaald hebben en waardoor dat kwam.

De veelgebruikte term 'opbrengstgericht werken' wordt al snel geassocieerd met toetsresultaten. Vanuit het perspectief van diagnosticerend onderwijzen is opbrengstgericht werken echter in de eerste plaats: zorgen dat elke leerling elke les bewust bezig is met het behalen van een herkenbare en haalbare opbrengst.

12.2.2 Het gebruik van de rekenwiskunde-methode

Wanneer een school het noodzakelijk vindt om herkenbare opbrengsten in de les te behalen en het mogelijk wil maken dat een leerling hierbij een actieve rol vervult, zal zij het schoolbeleid hierop richten. Wanneer een school echter het meeste belang hecht aan alles wat in de rekenwiskunde-methode staat en aan het 'uit hebben van het boek' zal zij tot andere beleidskeuzes komen. Anders gezegd, het lukt een school alleen om te werken aan opbrengstgerichte rekenlessen als de betrokkenen helder voor ogen hebben vanuit welke overtuigingen zij aan het werk willen en welke 'kwes-ties' zij daarmee willen oplossen. Dat vraagt heldere keuzes: kiezen betekent immers altijd dingen niet (meer) doen.

Om de rekenwiskunde-methode te gaan *gebruiken*, in plaats van te *volgen*, is kennis van de daarin gekozen doelen en leerstofordening nodig. Wat komt in welk leerjaar aan de orde? Welke opbouw van kennis en vaardigheden hanteert de methode? Wanneer wordt de eindvorm bekend verondersteld? Op basis van deze gegevens kan een team afspraken maken over welke accenten in welk leerjaar centraal komen staan. Daardoor is het mogelijk keuzes te maken uit het ruime aanbod aan opdrachten dat een methode biedt. Wie dat overzicht niet heeft, durft niet snel een opdracht over te slaan of op een andere moment aan de orde te stellen.

Ook kan een school of een team ervoor kiezen onderwerpen die vaak wat versnipperd in een rekenwiskunde-methode voorkomen, zoals het meten van tijd, lengte en gewicht, te concentreren in bepaalde weken. Steeds gaat het bij dit type beslissingen om de vraag: Wat is nodig om leerlingen inzicht te geven in wat er te leren is en condities te scheppen om dat ook mogelijk te maken? Zo weet elke leraar dat het opdoen van ervaringen en het zelf handelen met (echte) materialen waardevol is, zowel voor de begripsvorming, als voor het doorzien van de betekenis van bewerkingen. Het is de basis voor functionele gecijferdheid. Toch schieten dat soort activiteiten er snel bij in, vanwege de rompslomp die het vraagt om ze te organiseren. Dat geldt zeker als zo'n onderwerp steeds maar even aan de orde komt. Een team kan ook aangeven zo'n thema een aantal dagen achtereen centraal te stellen. Dan loont het de moeite om het toch op die actieve manier te doen. Het team kan vervolgens ook met elkaar afspreken om dit niet allemaal in dezelfde week te doen. Daardoor kan de benodigde hoeveelheid materiaal beperkt blijven. Een rekenkast met echte spul-

len, zoals weegschalen, meetlinten en maatbekers is voldoende. Leerlingen kunnen hiermee daadwerkelijk worden geactiveerd.

12.2.3 Onderwijsbehoeften van leerlingen

Veel basisscholen hebben hun differentiatie georganiseerd op basis van (methodegebonden) rekenlessen aan de hele groep. Dat wil zeggen dat een gezamenlijk aanbod aan alle leerlingen uitgangspunt is. Leerlingen die dat niet kunnen volgen qua inhoud en/of tempo worden met meer instructie (pre-teaching en/of verlengde instructie) in subgroepen zoveel mogelijk bij de groep gehouden. Dat is de werkwijze volgens spoor 1, eventueel met een aanzet richting spoor 2. Hierbij staat het onderwijsaanbod van de leraar centraal.

Wanneer een leraar of een team echter niet het *aanbod* en de gezamenlijkheid van de groep als uitgangspunt neemt, maar de *onderwijsbehoeften van de leerlingen* uit die groep, dan ontstaat er een andere invulling van het aanbod en van de taak van de leraar.

De onderwijsbehoeften van een leerling zijn de behoeften aan condities die voor hem (succesvol) leren mogelijk maken. Deze bestaan allereerst uit leerstof die aansluit bij de voorkennis en verworven vaardigheden. Daarnaast gaat het zeker ook om het type instructie, het type opdrachten en activiteiten, de kwaliteit van de feedback, de rol van de groepsgenoten en de leraar, de inrichting van de leeromgeving, de frequentie van ondersteuning tijdens de les. Merk op dat hier steeds de onderwijsbehoeften van de leerling als uitgangspunt worden genomen om de leersituatie te variëren. Dat is het tegenovergestelde van juist de leersituatie als uitgangspunt te nemen en om het falen van de leerling in die situatie als aanleiding te zien om de leerling te labelen. Bij het begeleiden van leerlingen in de fase groen, geel, oranje en rood staan de onderwijsbehoeften van de leerlingen centraal. Dit vraagt een andere manier van denken en lesgeven van de leraar, zowel qua visie als qua gedrag (zie ook bijlage F). Bij het werken volgens de fasen is het een vereiste dat de leraar ten minste kan werken op spoor 2 (en zo mogelijk 3).

Het beginsel *uitgaan van de onderwijsbehoeften van leerlingen* klinkt natuurlijk heel sympathiek. Als een team echter gevolg wil geven aan dat uitgangspunt, betekent het dat iedereen op zich neemt hard te werken aan een omslag in denken en handelen. Deze benadering is gericht op *preventie van niet-leren*. Deze verandering gaat niet vanzelf. Zij vraagt een duidelijke beleidskeuze en sturing op de consequenties van die keuze.

12.2.4 Specifieke behoeften

In paragraaf 12.2.3 was sprake van onderwijsbehoeften van leerlingen. Dat gold voor alle leerlingen. In deze paragraaf gaat het over de behoeften van leerlingen die in de rekenwiskunde-lessen meer dan het gewone nodig hebben om tot leeropbrengsten te komen. Hierbij gaat het om het begeleiden van de leerlingen in fase geel, oranje en rood. De afstemming op de onderwijsbehoeften van de (individuele) leerlingen wordt daarbij steeds specifiek.

In veel scholen is de aanduiding *zorgleerling* in gebruik, om leerlingen met specifieke onderwijsbehoeften te labelen. Als het in de gewone lessen niet lukt om voldoende rendement te halen, gaat die leerling daar dan *de zorg in*.

Uit het voorgaande zal duidelijk zijn, dat wij vanuit het begrip diagnosticerend onderwijzen kiezen voor een andere benadering. Wij gaan uit van het standpunt dat eerst op deskundige wijze de specifieke onderwijsbehoeften van een gesignaleerde leerling in kaart worden gebracht. De volgende

vraag is dan vooral: Wat heeft de leraar of het team van deze school nodig om voor deze leerling condities te scheppen die leren (weer of meer) mogelijk maken?

12.2.5 Beperkt rendement van de les

Om te kunnen bepalen of er sprake is van specifieke onderwijsbehoeften, gaat de leraar of het team eerst na of lessen die tegemoet komen aan meer algemene onderwijsbehoeften eigenlijk wel voldoende rendement opleveren (fase groen). Het is een uiterst belangrijke taak van elke leraar om te signaleren dat een leerling misschien wel meedoet en opdrachten uitvoert, maar niet (genoeg) daarvan leert en dat hij niet vooruit gaat in het niveau van begrijpen en de manieren van uitrekenen. Dit vergt dat de leraar tijdens de les voortdurend alert is en regelmatig interactie heeft met de leerlingen. Overdracht aan collega's draagt er toe bij dat leraren zicht hebben op leerlingen die een risico lopen. Om dit type leerlingen te signaleren kan een team dus niet volstaan met een groepsanalyse van de toetscores.

Natuurlijk kunnen lage scores op de methodetoets of stagnerende vaardigheidsscores op de LOVS-toetsen van het Cito een indicatie zijn dat er te weinig rendement wordt gehaald. In aansluiting op wat in paragraaf 12.2.1 is beschreven, blijft het in de eerste plaats van belang dat de leraar in elke les een paar zaken opmerkt. Ten eerste of het de leerlingen duidelijk is wat zij door de voorliggende taak kunnen leren of gaan oefenen. Ten tweede of er vervolgens echt geleerd wordt door de leerlingen.

Leerlingen die niet in staat blijken binnen de gecreëerde condities tot het bedoelde resultaat te komen, vragen om extra aandacht. Dat geldt zeker als dit bij herhaling voorkomt.

De eerste vorm van aandacht die de leraar geeft, is een rekengesprek met die leerling. In zo'n gesprek gaat het erom te checken of het doel van de opdracht voor de leerling duidelijk is en of hij de oplossingsprocedures begrijpt. Daarnaast is het van belang na te gaan of de leerling condities voor leren herkent. Het gaat dan bijvoorbeeld om de vraag of hij weet waar de opdracht over gaat, of hij zich bewust is van wat hij daarover al weet of daarmee al kan, of hij de opdracht herkent als een mogelijkheid om te oefenen om dat anders, beter of sneller te gaan doen? Hoe sneller dat contact kan plaats vinden, hoe minder kans bestaat dat de leerling niet gericht bezig is en zijn betrokkenheid verliest.

Uit gesprekken met leraren blijkt dat het signaleren van zo'n stagnatie niet eens het grootste probleem vormt. Vaak heeft de leraar wel door dat het niet zo lekker gaat. Het gesprek daarover blijft echter dikwijls uit, waardoor de leerling zelf niet aan het woord kan komen. In plaats van zo'n gesprek komt de eigen interpretatie van de oorzaak door de leraar en/of extra instructie. De afstemming op wat de leerling echt nodig heeft, lukt dan vaak niet.

12.2.6 Analyse

De eerste signalering en de resultaten van dat contact met de leerling kunnen de aanleiding zijn voor een nadere analyse. Waardoor ontstaat het uitblijvende of beperkte effect van het aangeboden onderwijs? Kunnen we verwachten dat dit zich de komende periode verder zal manifesteren? De leraar die deze analyse gaat doen, eventueel in samenwerking met de interne rekenexpert, heeft niet alleen kennis van de leerstofopbouw en de samenhang daarin nodig, maar ook van de leerpsychologische aspecten bij het leren van rekenen-wiskunde. Op basis van deze kennis kan de leraar met de leerling verkennen wat die leerling wel en niet begrijpt. De leraar kan ook inschatten wat het effect is van bepaalde interventies, zoals overschakelen naar een ander niveau van denken en handelen of het inzetten van visuele of verbale steun.

De analyse die nodig is, heeft niet als doel een etiket te plakken (Deze leerling is ... of heeft ...), maar om na te gaan wat de specifieke onderwijsbehoeften van deze leerling is (Deze leerling heeft behoefte aan ...). De hiervoor benodigde deskundigheid behoort niet standaard tot het repertoire van elke groepsleraar. Bovendien is het voor het maken van dergelijke analyses belangrijk dat de leraar ervaring heeft. Teamleden met een groepsoverstijgende taak (of functie) en een daarbij passende opleiding (zie paragraaf 10.1, afbeelding 10.2, de interne rekenexpert) zijn dan in het voordeel. Vanwege hun functie of taak hebben zij meer gelegenheid om ervaring op te doen dan een groepsleraar en hebben zij ook wat meer afstand, wat bij het analyseren te snelle interpretaties helpt voorkomen. Het is daarom aan te bevelen dit type analyse in samenwerking met een rekenexpert te laten uitvoeren. Daarmee is de leerling overigens niet door deze collega 'overgenomen': de groepsleraar blijft, binnen de gezamenlijke verantwoordelijkheid als team, gewoon de eerstverantwoordelijke voor het onderwijs aan deze leerling. Het resultaat van de analyse is helderheid over de specifieke onderwijsbehoeften, of tenminste duidelijkheid over wat nog niet duidelijk is. Door analyses van de vorderingen van individuele leerlingen regelmatig door te spreken met andere teamleden wordt de zorg voor alle leerlingen onderdeel van de teamverantwoordelijkheid. In grote scholen kan deze verantwoordelijkheid worden gedragen door teams van de onderbouw, middenbouw of bovenbouw. Dit is tevens een middel om te werken aan implementatie van het denken en handelen volgens de fasenindeling groen, geel, oranje en rood. Daarmee wordt impliciet, of zelfs expliciet, gewerkt aan teamdeskundigheid, dus aan professionalisering van de leraren, en tevens aan de implementatie van dit protocol.

12.2.7 Externe deskundigheid

Analyses van de resultaten van de leerlingen leidt in eerste instantie tot het organiseren van de begeleiding in de fasen groen, geel en oranje.

Het kan voorkomen dat de analyse niet heeft geleid tot een bevredigend antwoord op de vraag welke specifieke onderwijsbehoeften deze leerling heeft. In zo'n geval kan de hulp van externe deskundigen gewenst zijn. Welke type deskundigheid nodig is, is uiteraard afhankelijk van de aard van de onduidelijkheid. Vergeet hierbij niet om ook de ouders/verzorgers als deskundigen en zo mogelijk als partners te zien (hoofdstuk 11). Zij kennen andere kanten van de leerling dan die op school waarneembaar zijn.

Verder kan de hulp van iemand met specifieke deskundigheid op het gebied van rekenwiskunde-didactiek, leerproblemen en/of ontwikkelingsproblemen worden ingeroepen. Belangrijk is in zulke gevallen te benadrukken dat deze deskundige een handelinggerichte diagnostiek hanteert. Dat betekent dat de deskundige, de school en de leraar ook die nadere analyse altijd weer kunnen vertalen in specifieke onderwijsbehoeften van de leerling.

Wanneer sprake is van complexe problematiek bij een leerling, is het goed te onderscheiden wat oorzaak is en wat gevolg. Een leerling die emotioneel zwaar belast is door ervaringen of omstandigheden in zijn omgeving, haalt misschien ook minder rendement uit de rekenles. In zo'n geval heeft de stagnatie bij het leren van rekenen-wiskunde andere interventies dan wanneer blijkt dat de leerling over een beperkte intelligentie beschikt, ook al lijkt het resultaat in de les ongeveer hetzelfde.

12.3 Consequenties

De keuze voor de verschuiving naar een andere benadering van (ernstige) rekenwiskunde-problemen heeft gevolgen voor het leiding geven in de school en voor het lesgeven in de groepen. In het

verlengde hiervan zijn er natuurlijk ook consequenties voor de invulling van 'zorg'-taken binnen de school.

12.3.1 Leiding geven

Leiding geven aan een schoolorganisatie kent drie componenten: persoonlijk, inhoudelijk en bedrijfsmatig leiderschap. Met name dat laatste aspect staat ook wel bekend onder de naam 'management'. Bij het (verder) vorm geven van op preventie gericht rekenwiskunde-onderwijs zijn alle drie de rollen noodzakelijk. Inhoudelijk en persoonlijk leiding geven vragen hierbij de meeste aandacht. Inhoudelijk leiderschap is essentieel omdat de kwaliteit van het primaire proces centraal staat. De visie van de school heeft consequenties voor het rekenwiskunde-onderwijs. Omgekeerd kan de visie op het leren van rekenen-wiskunde ook consequenties hebben voor (de visie op) de manier waarop het geheel van het onderwijs op de school vormgegeven gaat worden. Wat betekent een en ander wanneer de school recht wil doen aan de relevante verschillen tussen leerlingen? Wat betekent dat voor de competenties van de teamleden en hun onderlinge taakverdeling? Juist het benadrukken en benutten van een dergelijke samenhang is een belangrijke taak van de schoolleiding.

In veel gevallen zal het doorvoeren van veranderingen in het rekenwiskunde-onderwijs leiden tot veranderingen in het lesgedrag van de teamleden. Dit kan betrekking hebben op de verbetering van de instructiekwaliteit en de interactie met leerlingen, het anders omgaan met de methode, het leren herkennen, bespreken en verminderen van stagnaties in het leerproces bij rekenen-wiskunde en/of het nog beter afstemmen op de individuele onderwijsbehoeften. In al die gevallen is het nodig dat leraren (een deel van) hun oude routines afleren en zich nieuwe eigen maken. Daarvoor is enerzijds een heldere aansturing vanuit een inhoudelijke visie nodig, anderzijds een persoonlijke manier van leiding geven. De laatste is gericht op ontwikkeling van individuele kwaliteiten en van een professionele cultuur. Voorkom dat leraren of schoolleiding de invoering van de noodzakelijke verandering slechts zien als het oplossen van een bedrijfsmatig probleem. Dan dreigt namelijk het gevaar dat die oplossing vooral wordt gezocht in procedures, formulieren en materialen. Hoewel die soms zeker kunnen bijdragen aan het versterken of verbeteren van de kwaliteit, mogen die de focus op de noodzakelijke gedrags- en cultuurverandering niet in de weg staan (Saveyn, 2010).

Om de implementatie van de hierboven genoemde activiteiten en van het protocol goed te kunnen doorvoeren, kan de schoolleiding de begeleiding inroepen van (daarin gespecialiseerde) onderwijsadviseurs. Zij hebben expertise in huis voor zowel de inhoudelijke begeleiding als de begeleiding van het proces van veranderingen.

12.3.2 Vormgeven

Stel nu dat een team of een school tegemoet wil komen aan de onderwijsbehoeften van alle leerlingen, in het bijzonder van de leerlingen bij wie het leren van rekenen-wiskunde extra moeite kost. Dit streven vraagt bezinning op wat essentieel is voor het leerproces en vervolgens durf om te kiezen. Het blijkt namelijk dat nieuwe elementen stapelen op wat al gedaan werd, leidt tot een onoverzichtelijke en niet meer te hanteren organisatie. Uitvoering van een heldere beleidslijn betekent altijd: dingen niet (meer) doen. Dat geldt ook voor het vormgeven van het rekenwiskunde-onderwijs. Wie uitgaat van een klassikale aanpak kan niet tegelijk ook tegemoet komen aan alle individuele behoeften van de leerlingen. Wie dat toch probeert ervaart dat als een knelpunt.

Bij de vormgeving van rekenlessen zijn de volgende vier elementen altijd aan de orde:

- 1 instructie geven;
- 2 interactie bevorderen;
- 3 actieve deelname bevorderen;
- 4 gericht oefenen.

Ad 1. *Instructie geven.*

Hoe dit ook wordt gedaan, er zal altijd een leraar zijn die instructie geeft. Het maakt niet uit of er klassikaal wordt gewerkt, of dat de leerlingen in vaste of flexibele niveaugroepen, vorderingengroepen of instructiegroepjes bij elkaar komen, of dat er (in bepaalde situaties) individueel wordt begeleid. De vorm waarin dat gebeurt kan behoorlijk verschillen, van veel praten en uitleggen tot vooral vragen stellen en feedback geven. Bekend is het directe instructiemodel, waarbij de instructie verloopt langs vijf vaste fasen. Wat minder bekend zijn de varianten daarop: het IGDI-model (wat staat voor Interactief, Gedifferentieerd, Directe Instructiemodel) of het ADI-model (Activerend Directe Instructiemodel). In deze modellen zijn de interactie (tussen leerlingen) en de differentiatie toegevoegd en gaat het erom leerlingen een veel actievere rol te laten spelen.

ADI-model Activerend Directe Instructiemodel	
Leraar:	Leerlingen:
• Ophalen voorkennis	• Duo: wat weet ik al/nog?
• Oriëntatie op essentie	• Ontdekken: wat is voor mij moeilijk?
• Begeleide oefening en samenwerkend leren	• Begrijp ik de kern? Weten wij hoe we elkaar kunnen helpen?
• Zelfstandige verwerking en begeleide oefening	• Oefenen in duo's (eventueel onder toezicht)
• Terugblik	• Herken ik wat ik nu kan? Snap ik wat ik nog moet oefenen?

Afbeelding 12.2 Activerende Direct Instructiemodel (Janson, 2011c)

Instructie gaat soms meer over de vorm waarin de oefening is gegoten of over de gedragsregels die tijdens de les gelden, dan over de inhoud en wat er te leren is. Dat leidt af van de kern en biedt de leerlingen een overdaad aan informatie, waardoor er veel verloren gaat. Korte en actieve instructies zijn niet alleen duidelijk, maar bieden de leraar ook meer controle over het effect op de leerlingen. De frequentie waarin leerlingen behoefte hebben aan een nieuwe, herhaalde of verdiepende instructie is verschillend. Vooropgesteld dat de leraar werkt op spoor 2 of 3, is het handiger instructiemomenten te plannen in een weekplan, dan per dag. Sommige leerlingen hebben elke dag even die aandacht en dat zet je nodig, terwijl anderen met eenmaal per week goed uit de voeten kunnen. Een dagplanning suggereert al snel dat alle leerlingen aan de beurt zullen komen en dat geeft onnodig druk en een gevoel tekort te schieten.

Ad 2. Interactie bevorderen.

Interactie hoort bij het leren van rekenen-wiskunde, maar wat is zinvol en wat niet? Wat is de bijdrage van interactie aan leerprocessen, in het bijzonder bij rekenen-wiskunde?

In de eerste plaats helpt interactie dat leerlingen zich hun voorkennis, ideeën en beelden bewust worden en onder woorden brengen. Dat helpt bij het herkennen van samenhang, bij het ordenen van het geheugen en bij het vormen van noodzakelijke verbindingen in de hersenen. Dat is al reden genoeg! Interactie helpt ook om eigen ervaringen en aanpakken te vergelijken met die van anderen, bijvoorbeeld in een nabespreking. Daardoor worden leerlingen zich beter bewust van hun eigen denk- en werkwijze en kan die door de inbreng van andere leerlingen en de accenten van de leraar worden aangescherpt en verbeterd. Dat maakt de opslag in het langetermijngeheugen beter mogelijk.

Interactie klinkt als alleen praten. Toch is het voor veel leerlingen van belang dat dit verbale 'geweld' wordt ondersteund en aangevuld met beelden, demonstraties en concrete ervaringen. Ook dat kan een vorm van interactie zijn: *Ik doe het zo*

In de rekenlessen is interactie geen doel op zichzelf, maar een middel. Dat betekent dat de leraar altijd de afweging maakt of de vorm assend is en of de tijdsduur het waard is. Ook bij interactie tijdens de rekenles geldt dat de leerling zelf kan ervaren dat het hem iets opbrengt. Dat is voor de leraar op zijn beurt weer een aansporing zijn om na te gaan welke leerlingen eigenlijk niet mee (kunnen) doen. En vervolgens om na te gaan of dit komt door het onderwerp of door het (abstractie)niveau waarop de interactie verloopt. Tot slot kan hij bedenken welke maatregelen hij wil nemen.

Ad 3. Actieve deelname bevorderen.

In voorgaande paragrafen is al benadrukt dat leren pas lukt als de leerling actief is en zich eigenaar voelt van wat hij aan het doen is. Een van de manieren om leerlingen actief te krijgen is af te stappen van beurten geven na een vraag. In plaats daarvan kan de leraar leerlingen in tweetallen het antwoord laten bespreken (Förner, Kenter & Veenman, 2006). Zie ook figuur 12.2 het ADI-model. Ook kan de leraar hen laten wennen aan vragen als: *Wat is belangrijk aan wat je hebt ontdekt? Welke conclusie kun je trekken over jouw aanpak?* of *Wat zou jij nu willen gaan oefenen?* Dergelijke vragen helpen de leerling om actief aan de instructie deel te nemen en niet op de automatische piloot aan opdrachten te beginnen.

Actieve deelname kan ook worden vertaald in meer fysieke activiteit. Dat kan variëren van het lijfelijk ervaren van de grootte van getallen tot het experimenteren met allerlei soorten maten.

Los van het voorgaande is de opbouw van de (leerpsychologische) niveaus, zoals weergegeven in het handelingsmodel in hoofdstuk 5, ook een aanbeveling tot het aanbieden van een grote variatie aan activiteiten. Voorwaarde daarbij is wel dat die activiteiten stimuleren tot betrokkenheid en bijdragen aan een steeds hogere vorm van beheersing.

Ad 4. Doelgericht oefenen.

Oefenen is een veel misbruikt begrip. Voor veel leerlingen is sommen maken ten onrechte synoniem met oefenen (Janson, 2010b). Ook de titel van dit subparagraafje verwijst naar een rekkelijke interpretatie van de betekenis van oefenen. Strikt genomen kan er alleen sprake zijn van oefenen als die activiteit (doel)gericht is. Voor veel leerlingen is het misschien duidelijker om te spreken van *trainen* of *repeteren*. Deze begrippen blijken eenduidiger over te brengen wat met 'oefenen' wordt bedoeld. Wie traint doet dat om zich iets eigen te maken en wel net zolang tot het resultaat geen toeval meer is. Bij het vak rekenen-wiskunde is dat helaas niet gebruikelijk. Hier lijkt het vaak nog belangrijker dat de opdracht af is, dan dat deze ertoe heeft geleid dat iets (beter) wordt beheerst. Als de instructie duidelijk gemaakt heeft wat er voor leerlingen is te leren, zal de leraar ook

kunnen verklaren wat dat betekent voor het werken met de oefeningen. In de meeste gevallen zijn in de oefenfase de antwoorden minder van belang dan het herkennen van de betekenis of de manier van uitrekenen. Dat zal dan ook in de opdracht en de nabespreking van die opdracht tot uiting komen. In paragraaf 4.5.1. zijn reeds deelaspecten van oefenen onderscheiden. Ook om die te kunnen benutten is het een vereiste dat leraren de activiteiten van hun rekenwiskunde-methode kunnen doorzien. Alleen wanneer een leraar de essentie inziet van wat de leerlingen volgens de methode moeten gaan beheersen kan hij beslissen hoe hij daarmee om zal gaan. Dit maakt ook duidelijk hoe belangrijk het is dat dit soort inzichten worden gedeeld in het team (en genoteerd in de handleiding...). De keuze voor effectiviteit en opbrengstgericht werken is dan niet afhankelijk van toevallige factoren, zoals wie dit jaar op maandag en donderdag in groep 4 lesgeeft.

12.3.3 Inhoud geven

Leerlingen verschillen per definitie in de manier waarop en de mate waarin zij rekenwiskundig vaardig en gecijferd kunnen worden. Daarom zullen zij niet allemaal dezelfde doelen op hetzelfde moment kunnen bereiken. De leraar die spoor 1 volgt zal daar ongetwijfeld tegenaan lopen. Voor wie werkt volgens de sporen 2 of 3 betekent dit dat hij de doelen gedifferentieerd kan hanteren. In het hoofdrapport *Over de drempels met taal en rekenen* (Expertgroep Doorlopende Leerlijnen Taal en Rekenen, 2008) wordt onderscheid gemaakt tussen het *fundamentele niveau* en het *streefniveau*. In het verlengde daarvan heeft SLO het fundamenteel niveau verder uitgewerkt en ook een meer beperkte versie gemaakt voor het Praktijkonderwijs (Noteboom, 2009). Dat betekent dat er voor het eind van de basisschool een minimale kennisbasis beschikbaar is, met uitbreidingen voor leerlingen die meer mogelijkheden hebben. Het ligt voor de hand deze differentiatie naar rekenwiskunde-inhouden ook door te vertalen naar het aanbod en de eisen in de opeenvolgende groepen van de basisschool. Dat levert ook een meer genuanceerde benadering op dan het vaak genoemde minimumniveau *stof tot en met groep 6*. Mede op basis van het in dit protocol gehanteerde onderscheid in niveaus van handelen, zullen leerlingen ook verschillen in niveau van beheersing. Vanuit het oogpunt van functionele gecijferdheid is het te verkiezen dat een leerling op een concreet niveau in de dagelijkse werkelijkheid met getallen kan omgaan. Dit is beter dan te besluiten complete inhouden te laten vervallen omdat formele beheersing daarvan voor een bepaalde leerling niet haalbaar is. Dat is ook beter dan het aanleren van trucjes, want die kan de leerling niet zelfstandig verbinden met een toepassing in de werkelijkheid.

12.3.4 Zorg organiseren

Vanuit het perspectief van preventie is leerlingenzorg niet gericht op het vlot trekken van leerlingen die zijn vastgelopen, maar juist op het voorkomen dat zij vastlopen. Dat vraagt om gerichte inzet van de deskundigheid die binnen het schoolinterne zorgteam is gebundeld, eventueel uitgebreid met die van de rekenexpert van de school. De inzet is erop gericht dat de leerlingen dagelijks tijdens de rekenlessen optimaal leren, dat zij zelfvertrouwen ontwikkelen en plezier hebben in het rekenen.

Concreet betekent dat bijvoorbeeld een jaarlijkse bespreking van de groep, voordat de leerlingen starten in het nieuwe schooljaar. In deze bespreking wordt het voorbije jaar geëvalueerd en worden de cruciale leermomenten van het komende leerjaar betrokken. De vragen zijn dan onder meer welke algemene of specifieke condities het afgelopen jaar succesvol zijn gebleken, wat de leerlingen als groep, als subgroep of als individu nodig hebben om tot leren te komen en betrokken te blijven en welke leerlingen bij de komende stof een (extra) risico lopen.

Indien daartoe aanleiding is kunnen ondersteuningsactiviteiten met individuele leraren worden afgesproken, zoals video-interactiebegeleiding, coaching of diagnostische gesprekken met bepaalde leerlingen door de interne rekenexpert.

Zowel om interne als externe redenen is het van belang de afspraken die in dit kader worden gemaakt te documenteren en op te nemen in de (digitale) leerlingendossiers die op de school worden bijgehouden.

In het verlengde van de zorg op de basisschool is er ook behoefte aan een zorgvuldige overdracht naar de scholen voor voortgezet onderwijs waar de leerlingen na groep 8 heengaan (zie hoofdstuk 10, stap 11). Naast een papieren (of digitale) overdracht van feitelijke gegevens, blijkt het van belang tijd uit te trekken voor een overdrachtsbespreking. In een persoonlijk contact tussen basisschool (bijvoorbeeld de leraar van groep 8) en school voor voortgezet onderwijs (bijvoorbeeld de mentor of de zorgcoördinator) kunnen accenten worden gelegd en toelichting worden gegeven. Daarmee komt zo'n dossier meer tot leven en ontstaan er beelden van wat de genoemde rekenwiskundige kennis en vaardigheden betekent voor het vervolg. Hierdoor kan een optimale doorgaande lijn worden bewerkstelligd.

Tevens is het van belang de aandachtspunten die uit zulke interne en externe overdrachtsbesprekingen voortkomen, met de schoolleiding kort te sluiten. Daardoor kan het verband met het algemene onderwijskundige beleid, met het personeelsbeleid en met het kwaliteitsbeleid en de verantwoording naar ouders/verzorgers, bestuur en/of samenwerkingsverband worden veilig gesteld.

De invoering van het Protocol Ernstige RekenWiskunde-problemen en Dyscalculie kan zo in allerlei opzichten een kwaliteitsimpuls voor een school betekenen.

Kern van het protocol ERWD is dat het de schoolpraktijk handvatten biedt om het rekenonderwijs door de school heen beter af te stemmen op in het bijzonder de zwakke rekenaar. Het protocol biedt een stappenplan op basis waarvan de school rekenbeleid en zorgbeleid kan ontwikkelen. De uitvoering daarvan vraagt veel kennis, kunde en scholing van alle betrokkenen in de school en daaromheen.

In het protocol ERWD hebben wij het begrip dyscalculie afgebakend en ingeperkt om zo recht te doen aan de huidige opvattingen over leerstoornissen, leerproblemen en leren rekenen. De basisgedachte is dat leerlingen bij de start van het rekenonderwijs nog geen rekenwiskunde-problemen ervaren. Deze ontwikkelen zich meestal gedurende de eerste schooljaren. In sommige situaties hebben we te maken met kindkenmerken die het kind in zijn ontwikkeling belemmeren. In alle gevallen kan bij een juiste afstemming van het onderwijs op de ontwikkeling van de leerling het ontstaan van grotere problemen worden afgeremd of zelfs worden voorkomen.

Zwakke rekenaars zijn uitermate gevoelig voor een juiste afstemming. Daarom wordt in dit protocol uitvoerig beschreven wat er nodig is om te voorkomen dat rekenzwakke leerlingen (ernstige) rekenwiskunde-problemen ontwikkelen. Deze beschrijving strookt met de opdracht om een 'integraal' protocol te ontwikkelen voor leerlingen met ernstige rekenwiskunde-problemen en dyscalculie. Het protocol gaat in op alle aspecten van goed rekenwiskunde-onderwijs en op het didactisch, onderwijskundig en diagnostisch handelen om (dreigende) rekenwiskunde-problemen op te sporen en aan te pakken.

Nu dit protocol beschikbaar is, zijn de reeds bestaande of toekomstige rekenwiskunde-problemen van leerlingen niet automatisch opgelost. Evenmin zijn alle leraren en andere betrokkenen nu ineens allemaal in staat om het protocol in praktijk te brengen. Anders gezegd: nu dit protocol er ligt, begint het werk voor iedereen eigenlijk pas écht.

Landelijk zijn hier en daar al aanzetten gegeven, bijvoorbeeld door gevolgde rekenverbetertrajecten, door specialisatie van leraren tot rekencoördinator, of door heel gericht te leren differentiëren met een groepsplan voor rekenen-wiskunde. Dat is zeker van belang. Nu wordt het echter zaak om zoveel mogelijk leraren op het spoor te zetten van wat goed rekenwiskunde-onderwijs is. Goed voor leerlingen die het risico lopen problemen te ondervinden bij het leren van rekenen-wiskunde. Dat betekent ook: goed voor in principe alle leerlingen in het basisonderwijs, het speciaal basisonderwijs en het speciaal onderwijs.

Om dit protocol ERWD te implementeren en te laten functioneren is veel teamgerichte scholing en training nodig. Dichtbij de praktijk, zodat steeds meer leraren in staat zijn de rekenlessen af te stemmen op de leerlingen in hun groep. Daarvoor is kennis nodig die verder gaat dan de methode. Daarvoor zijn vaardigheden nodig die verder gaan dan doen wat in de handleiding staat. Daarvoor is een houding nodig die nog verder gaat dan een goede leraar willen zijn in de eigen groep. Diagnosticerend onderwijzen vraagt immers grondige kennis van de rekenwiskundige ontwikkeling van kinderen in het algemeen, van de leerstof – ook van die buiten het eigen leerjaar – de vaardigheid om goed te observeren en uitnodigende open vragen te stellen, activerende instructie te geven en samen met collega's te zorgen voor een goede aansluiting van het onderwijs in de op-eenvolgende leerjaren.

Goed rekenwiskunde-onderwijs houdt ook in dat de leraar vanaf het prille begin in de basisschool aandacht heeft voor een nieuwsgierige, onderzoekende houding bij leerlingen ten aanzien van de wiskundige wereld van getallen, hoeveelheden, maten en patronen en hun onderlinge relaties. Het betekent ook dat de leraar aandacht schenkt aan het verwerven van basisvaardigheden en de cruciale momenten onderkent om leerlingen de volgende stappen te laten zetten in hun rekenwiskundige ontwikkeling.

Daarnaast is het van belang om zorg te verlenen en tijdig en adequaat te signaleren als rekenwiskundige basiskennis en basisvaardigheden zich niet naar verwachting ontwikkelen. Dit vergt op zijn beurt weer de deskundigheid van de leraar en de school om een onderbouwde diagnose te stellen of een externe diagnose te vragen en te interpreteren. De leraar kan de leerling op basis daarvan de begeleiding geven die hem in staat stelt toch weer volgende leerstappen te zetten. Wij gaan uit van de theorie dat rekenzwakke leerlingen bij onvoldoende afstemming het risico lopen vast te lopen in hun rekenwiskundige ontwikkeling, daarom is het des te meer noodzakelijk deze leerlingen tijdig en actief te signaleren en met adequaat onderwijs te ondersteunen. Als een leraar niet bekwaam is om volgens spoor 3 les te geven, dan zal de leerling met ernstige rekenwiskunde-problemen en dyscalculie extra ondersteuning nodig hebben buiten de reguliere groep, door een rekenexpert binnen de school of eventueel van daarbuiten.

In de verschillende fasen van het stappenplan in dit protocol wordt een combinatie van diagnostische instrumenten ingezet. Deze mix van instrumenten dient om te bepalen welke onderwijsbehoeften een leerling heeft en ook of er sprake is van een (ernstig) rekenwiskunde-probleem of van dyscalculie. Sommige instrumenten moeten nog worden ontwikkeld. Ook meer onderzoek naar de vaststelling en behandeling van dyscalculie is dringend nodig.

De vraag blijft nog hoe de inzet van diagnostiek in alle stadia van het stappenplan kan worden beschermd tegen de behoefte het etiket dyscalculie vooral te gebruiken als 'alibi' voor achterblijvende resultaten of uitsluitend als garantie voor faciliteiten (zoals bij examens), in plaats van als toegang tot specifieke deskundige ondersteuning van het leerproces. Het protocol maakt duidelijk dat dit een geoliede samenwerking vraagt van alle partijen om elke leerling een bij hem passend niveau van gecijferdheid te laten ontwikkelen.

De implementatie van het protocol ERWD vraagt om voortgezette samenwerking en zorgvuldige afstemming met alle belanghebbenden. Daarom gaat de NVORWO in samenwerking met onder andere het lectoraat Gecijferdheid van de Hogeschool Utrecht en de leerstoel Diagnostiek en behandeling van kinderen met dyscalculie aan de Universiteit Utrecht door op de ingeslagen weg, want het werk is nog niet af. In de komende jaren wordt een methode-onafhankelijk onderzoeks-

instrumentarium voor de diagnostiek van leerlingen met ernstige rekenwiskunde-problemen en dyscalculie ontwikkeld.

We hopen dat u in het basisonderwijs, het speciaal basisonderwijs en het speciaal onderwijs met dezelfde inzet en betrokkenheid met het protocol aan het werk gaat, als wij het voor u hebben samengesteld!

Wij horen graag wat uw ervaringen zijn met het werken vanuit dit protocol!

Eind 2010 is het schrijven van het protocol ERWD voor het Voortgezet Onderwijs en het MBO van start gegaan. NVORWO heeft ook nu een coördinerende rol.

Bijlagen

- A Criteria voor het toekennen van een dyscalculieverklaring volgens DSM-IV-TR
- B Voorbeeld Dyscalculieverklaring
- C Checklist schoolbeleid voor het rekenwiskunde-onderwijs
- D Relevante artikelen uit de WPO en de WEC
- E Relevante artikelen uit de Wet referentieniveaus Nederlandse taal en rekenen
- F Matrix: tegemoetkomen aan onderwijsbehoeften

A

Criteria voor het toekennen van een dyscalculieverklaring volgens DSM-IV-TR

315.1 Mathematics disorder

Diagnostic Features

The essential feature of Mathematics Disorder is mathematical ability (as measured by individually administered standardized tests of mathematical calculation or reasoning) that falls substantially below that expected for the individual's chronological age, measured intelligence, and age-appropriate education (Criterion A). The disturbance in mathematics significantly interferes with academic achievement or with activities of daily living that require mathematical skills (Criterion B). If a sensory deficit is present, the difficulties in mathematical ability are in excess of those usually associated with it (Criterion C). If a neurological or other general medical condition or sensory deficit is present, it should be coded on Axis III. A number of different skills may be impaired in Mathematics Disorder, including "linguistic" skills (e.g., understanding or naming mathematical terms, operations, or concepts, and decoding written problems into mathematical symbols), "perceptual" skills (e.g., recognizing or reading numerical symbols or arithmetic signs, and clustering objects into groups), "attention" skills (e.g., copying numbers or figures correctly, remembering to add in "carried" numbers, and observing operational signs), and "mathematical" skills (e.g., following sequences of mathematical steps, counting objects, and learning multiplication tables).

Prevalence

The prevalence of Mathematics Disorder is difficult to establish because many studies focus on the prevalence of Learning Disorders without careful separation into specific disorders of Reading, Mathematics, or Written Expression. The prevalence of Mathematics Disorder alone (i.e., when not found in association with other Learning Disorders) has been estimated at approximately one in every five cases of Learning Disorder. It is estimated that 1% of school-age children have Mathematics Disorder.

Course

Although symptoms of difficulty in mathematics (e.g., confusion in number concepts or inability to count accurately) may appear as early as kindergarten or first grade, Mathematics Disorder is seldom diagnosed before the end of first grade because sufficient formal mathematics instruction has usually not occurred until this point in most school settings. It usually becomes apparent during second or third grade. Particularly when Mathematics Disorder is associated with high IQ, the child may be able to function at or near grade level in the early grades, and Mathematics Disorder may not be apparent until the fifth grade or later.

Diagnostic criteria for 315.1 Mathematics disorder

- A Mathematical ability, as measured by individually administered standardized tests, is substantially below that expected given the person's chronological age, measured intelligence, and age-appropriate education.
- B The disturbance in Criterion A significantly interferes with academic achievement or activities of daily living that require mathematical ability.
- C If a sensory deficit is present, the difficulties in mathematical ability are in excess of those usually associated with it.

Bron: American Psychiatric Association (2000, pp. 53-54)

B

Voorbeeld Dyscalculieverklaring

We hebben hierbij gebruikgemaakt van Ruijsenaars, Van Luit en Van Lieshout (2004, p. 293)

Ondergetekende verklaart dat bij:

naam:

geboortedatum:

geboorteplaats:

dyscalculie is vastgesteld volgens de criteria zoals beschreven in het protocol Ernstige RekenWiskunde-problemen en Dyscalculie (ERWD).

De problemen blijken vooral uit de volgende verschijnselen:

Op basis hiervan is behoefte aan de volgende maatregelen:

1. specialistische begeleiding in de vorm van:
2. facilitering in de vorm van:
3. dispensatie voor:

Voor de onderbouwing van deze verklaring wordt verwezen naar het verslag van het psychodiagnostisch onderzoek door:

naam instelling:

naam onderzoeker :

functie:

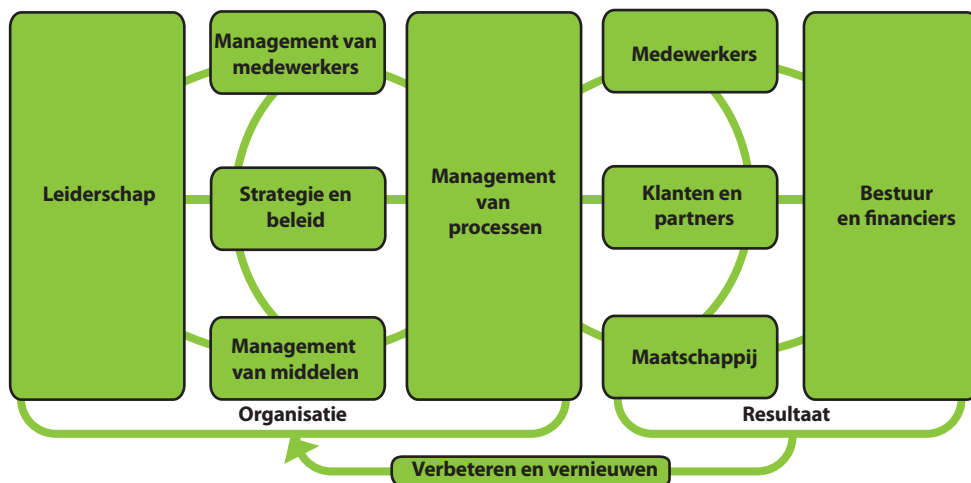
kwalificaties:

registratie:

datum:

C

Checklist schoolbeleid voor het rekenwiskunde-onderwijs



Afbeelding C.1 Het INK-managementmodel ("Aandachtsgebieden van het INK-managementmodel", n.d.)

A. Organisatie

1. Leiderschap

- Hoe draagt de invulling van het leiderschap bij aan een duurzame versterking van het rekenwiskunde-onderwijs?
- Is er sprake van gedeeld (inhoudelijk) leiderschap bij het versterken van het rekenwiskunde-onderwijs?
- Maakt de schoolleiding duidelijke keuzes om een schoolbrede versterking van het rekenwiskunde-onderwijs te realiseren?
- Worden de consequenties van de beleidskeuzes voor vertrouwde routines en procedures actief begeleid/gemonitord door de schoolleiding?

2. Integraal Personeelsbeleid/competentieontwikkeling

- Worden de veranderingen ten aanzien van het rekenwiskunde-onderwijs als aspect van de schoolontwikkeling meegenomen in de gesprekscyclus?
- Worden (individuele) scholingsactiviteiten zorgvuldig afgestemd op de kennis en vaardigheden die nodig zijn vanuit het schoolbeleid (bijvoorbeeld uitvoering schoolplan)?
- Zijn de leraren zich bewust aan welke competenties zij actief werken?

- d. Is samenwerking en afstemming met collega's ten aanzien van de invulling van het rekenwiskunde-onderwijs een vast onderdeel van taakprofielen en functioneringsgesprekken?

3. Strategisch en onderwijskundig beleid

- a. Dragen de keuzes die voor de school zijn gemaakt bij aan de kwaliteitsverbetering van het primaire proces?
- b. Dragen de keuzes die voor de school zijn gemaakt bij aan het vertrouwen in de school bij de ouders/verzorgers?
- c. Dragen de keuzes die voor de school zijn gemaakt bij aan de aantrekkingskracht van de school?
- d. Dragen de keuzes die ten aanzien van het rekenwiskunde-onderwijs zijn gemaakt bij aan meer effectiviteit en efficiëntie van de rekenlessen?
- e. Dragen de keuzes die ten aanzien van het rekenwiskunde-onderwijs zijn gemaakt bij aan een versterking van de opbrengsten bij de leerlingen?

4. Financieel en materieel beleid

- a. Zijn de middelen en materialen (zowel methodisch als aanvullend) toereikend om de inhoudelijke en strategische keuzes uit te voeren?
- b. Worden er voldoende middelen gereserveerd om de materialen voor het rekenwiskunde-onderwijs up-to-date te houden?

5. Management van processen

- a. Zijn de procedures voor signaleren en diagnosticeren voor alle betrokkenen duidelijk?
- b. Zijn de betrokkenen bekwaam om de procedures op het gewenste kwaliteitsniveau uit te voeren?
- c. Is de communicatie over de voortgang van de procedures voor signaleren en diagnosticeren goed geregeld, zowel intern als extern?
- d. Voorzien de procedures erin dat signalen en diagnoses kunnen worden benut als feedback op het gegeven onderwijs en de rol van de betrokkenen daarin?
- e. Biedt de manier waarop het onderwijs is georganiseerd voldoende condities om samenwerking en afstemming vanzelfsprekend te maken?

B. Resultaat

1. Medewerkers

- a. Ervaren de leraren en andere betrokkenen zich competent om het afgesproken beleid uit te voeren?
- b. Heeft professionalisering ten aanzien van het rekenwiskunde-onderwijs ertoe geleid dat de teamleden zich minder volger en meer gebruiker van de methode voelen?
- c. Zijn alle betrokken op de hoogte van de rol en de invulling daarvan die van hen wordt verwacht?
- d. Is de samenwerking en de rolverdeling in het team zodanig dat de kwaliteit van het rekenwiskunde-onderwijs een schoolkenmerk genoemd kan worden?

2. Klanten en partners

- a. Zijn de ouders/verzorgers geïnformeerd over de werkwijze en procedures rond het rekenwiskunde-onderwijs?

- b. Zijn de ouders/verzorgers betrokken in de procedure van signaleren en diagnosticeren, als informatiebron, als medeopvoeder en/of als klant?
- c. Is adequaat gebruik gemaakt van deskundigheid buiten de school: op andere scholen, in het samenwerkingsverband of elders?

3. Wijk/dorp en samenleving

- a. Zijn het team en de schoolleiding in staat gebleken zich naar tevredenheid te verantwoorden over de gevolgde werkwijze en de resultaten ten aanzien van hun rekenwiskunde-onderwijs?
- b. Is de kwaliteit van het rekenwiskunde-onderwijs voor anderen herkenbaar als een kwaliteitskenmerk van de school?

4. Bestuur en overheid

- a. Is het bestuur op de hoogte van de resultaten van het rekenwiskunde-onderwijs op de school?
- b. Is het bestuur zodanig geïnformeerd over de keuzes voor en de resultaten van het veranderingsproces ten aanzien van het rekenwiskunde-onderwijs dat zij dat kunnen verantwoorden naar de inspectie?

C. Verbeteren en vernieuwen

- a. Leiden de resultaten van het rekenwiskunde-onderwijs tot reflectie op de bestaande werkwijze?
- b. Wordt er expliciet tijd en ruimte gemaakt om de evaluatiegegevens ten aanzien van het rekenwiskunde-onderwijs te vertalen in verbeteringen?
- c. Voorziet de organisatie in het bijhouden van vernieuwingen ten aanzien van het rekenwiskunde-onderwijs buiten de school?
- d. Is er iemand binnen de organisatie die tot taak heeft gesignaleerde vernieuwingen te vertalen naar (voorstellen tot) aanpassingen van het rekenwiskunde-onderwijs in de school?

Bron: Janson (2010a)

D

Relevante artikelen uit de WPO en de WEC

Bronnen:

- “Wet op het primair onderwijs” (2011, 14 februari)
- “Wet op de expertise centra” (2011, 14 februari)

Gebruikte afkortingen:

- WPO= Wet op het primair onderwijs
- WEC= Wet op de expertise centra

D.1 Relevante artikelen uit de WPO

Artikel 8. Uitgangspunten en doelstelling onderwijs

- 1 Het onderwijs wordt zodanig ingericht dat de leerlingen een ononderbroken ontwikkelingsproces kunnen doorlopen. Het wordt afgestemd op de voortgang in de ontwikkeling van de leerlingen.
- 2 Het onderwijs richt zich in elk geval op de emotionele en de verstandelijke ontwikkeling, en op het ontwikkelen van creativiteit, op het verwerven van noodzakelijke kennis en van sociale, culturele en lichamelijke vaardigheden.
- 3 Het onderwijs:
 - a. gaat er mede van uit dat leerlingen opgroeien in een pluriforme samenleving,
 - b. is mede gericht op het bevorderen van actief burgerschap en sociale integratie, en
 - c. is er mede op gericht dat leerlingen kennis hebben van en kennismaken met verschillende achtergronden en culturen van leeftijdgenoten.
- 4 Ten aanzien van leerlingen die extra zorg behoeven, is het onderwijs gericht op individuele begeleiding die is afgestemd op de behoeften van de leerling.
- 5 Het onderwijs aan een speciale school voor basisonderwijs is tevens erop gericht leerlingen waar mogelijk tot het volgen van onderwijs in basisscholen of scholen voor voortgezet onderwijs te brengen.
- 6 De scholen voorzien in een voortgangsregistratie omtrent de ontwikkeling van leerlingen die extra zorg behoeven, en omtrent leerlingen die onderwijs volgen als bedoeld in artikel 165.
- 7 Het onderwijs wordt zodanig ingericht dat:
 - a. de leerlingen in beginsel binnen een tijdvak van 8 aaneensluitende schooljaren de school kunnen doorlopen;
 - b. de leerlingen in 8 schooljaren ten minste 7520 uren onderwijs ontvangen, met dien verstande dat de leerlingen in de eerste 4 schooljaren ten minste 3520 uren onderwijs en in de laatste 4 schooljaren ten minste 3760 uren onderwijs ontvangen, en aan de leerlingen in de laatste 6 schooljaren ten hoogste 7 weken van het schooljaar 4 dagen per week onderwijs wordt gegeven, die evenwichtig zijn verdeeld over het schooljaar, bij een schoolweek van in beginsel niet minder dan 5 dagen onderwijs, en

- c. de onderwijsactiviteiten evenwichtig over de dag worden verdeeld, tenzij afwijking van deze verdeling van belang is in verband met activiteiten in het kader van het voorkomen en bestrijden van onderwijsachterstanden.
- 8 Het onderwijs wordt zodanig ingericht dat daarbij op structurele en herkenbare wijze aandacht wordt besteed aan het bestrijden van achterstanden in het bijzonder in de beheersing van de Nederlandse taal, waarin ook door middel van vroegschoolse educatie kan worden voorzien.

Artikel 12. Schoolplan

- 1 Het schoolplan bevat een beschrijving van het beleid met betrekking tot de kwaliteit van het onderwijs dat binnen de school wordt gevoerd, en omvat in elk geval het onderwijskundig beleid, het personeelsbeleid en het beleid met betrekking tot de bewaking en verbetering van de kwaliteit van het onderwijs. Het schoolplan omvat mede het beleid ten aanzien van de aanvaarding van materiële bijdragen of geldelijke bijdragen, niet zijnde ouderbijdragen of op de onderwijswetgeving gebaseerde bijdragen, indien het bevoegd gezag daarbij verplichtingen op zich neemt waarmee de leerlingen binnen de schooltijden en tijdens de activiteiten die worden georganiseerd onder verantwoordelijkheid van het bevoegd gezag, alsmede tijdens het overblijven, zullen worden geconfronteerd. Het schoolplan kan op een of meer scholen voor basisonderwijs en een of meer scholen voor ander onderwijs van hetzelfde bevoegd gezag betrekking hebben.
- 2 Het onderwijskundig beleid omvat in elk geval de uitwerking van de wettelijke opdrachten voor het onderwijs en van de door het bevoegd gezag in het schoolplan opgenomen eigen opdrachten voor het onderwijs in een onderwijsprogramma. Daarbij worden tevens betrokken de voorzieningen die zijn getroffen voor leerlingen met specifieke onderwijsbehoeften en voor leerlingen voor wie een leerlinggebonden budget beschikbaar is.
- 3 Het personeelsbeleid, voor zover dat in het schoolplan tot uitdrukking wordt gebracht, omvat in elk geval maatregelen met betrekking tot het personeel die bijdragen aan de ontwikkeling en de uitvoering van het onderwijskundig beleid alsmede het document inzake evenredige vertegenwoordiging van vrouwen in de schoolleiding, bedoeld in artikel 30 van de wet.
- 4 Het beleid met betrekking tot de bewaking en verbetering van de kwaliteit van het onderwijs omvat in elk geval:
- de wijze waarop het bevoegd gezag bewaakt dat die kwaliteit wordt gerealiseerd,
 - de wijze waarop het bevoegd gezag vaststelt welke maatregelen ter verbetering van de kwaliteit nodig zijn, en
 - maatregelen en instrumenten om te waarborgen dat het personeel zijn bekwaamheid onderhoudt.

D.2 Relevante artikelen uit de WEC

Artikel 11. Uitgangspunten en doelstelling onderwijs

- 1 Het onderwijs wordt afgestemd op de ontwikkelingsmogelijkheden van de leerling. Het wordt zodanig ingericht dat de leerling een ononderbroken ontwikkelingsproces kan doorlopen. Zo mogelijk brengt het kinderen tot het volgen van gewoon onderwijs in basisscholen of scholen voor voortgezet onderwijs.
- 2 Het onderwijs richt zich in elk geval op de emotionele en de verstandelijke ontwikkeling, op het ontwikkelen van creativiteit, het verwerven van kennis en van sociale, culturele en lichamelijke vaardigheden. Het onderwijs wordt bovendien zodanig ingericht dat daarbij op structurele en

herkenbare wijze aandacht wordt besteed aan het bestrijden van achterstanden in het bijzonder in de beheersing van de Nederlandse taal.

- 3 Het onderwijs:
 - a. gaat er mede van uit dat leerlingen opgroeien in een pluriforme samenleving,
 - b. is mede gericht op het bevorderen van actief burgerschap en sociale integratie, en
 - c. is er mede op gericht dat leerlingen kennis hebben van en kennismaken met verschillende achtergronden en culturen van leeftijdgenoten.
- 4 Het onderwijs wordt zodanig ingericht dat de leerlingen in de leeftijd van 4 tot en met 12 jaar in een tijdvak van 8 schooljaren ten minste 7520 uren onderwijs ontvangen, met dien verstande dat de leerlingen in de eerste 4 schooljaren ten minste 3520 uren onderwijs en in de laatste 4 schooljaren ten minste 3760 uren onderwijs ontvangen. Het onderwijs aan leerlingen jonger dan 4 jaar omvat ten minste 880 uren per schooljaar en aan leerlingen ouder dan 12 jaar ten minste 1000 uren per schooljaar. Aan de leerlingen in de laatste 6 schooljaren wordt ten hoogste 7 weken van het schooljaar 4 dagen per week onderwijs gegeven, die evenwichtig zijn verdeeld over het schooljaar, bij een schoolweek van in beginsel niet minder dan 5 dagen onderwijs.
- 5 De onderwijsactiviteiten worden evenwichtig over de dag verdeeld.
- 6 Het onderwijs wordt zodanig ingericht dat leerlingen die in verband met ziekte thuis verblijven dan wel zijn opgenomen in een ziekenhuis, op adequate wijze voldoende onderwijs kunnen genieten.

Artikel 21. Schoolplan

- 1 Het schoolplan bevat een beschrijving van het beleid met betrekking tot de kwaliteit van het onderwijs dat binnen de school wordt gevoerd, en omvat in elk geval het onderwijskundig beleid, het personeelsbeleid en het beleid met betrekking tot de bewaking en verbetering van de kwaliteit van het onderwijs. Het schoolplan omvat mede het beleid ten aanzien van de aanvaarding van materiële bijdragen of geldelijke bijdragen, niet zijnde ouderbijdragen of op de onderwijswetgeving gebaseerde bijdragen, indien het bevoegd gezag daarbij verplichtingen op zich neemt waarmee de leerlingen binnen de schooltijden en tijdens de activiteiten die worden georganiseerd onder verantwoordelijkheid van het bevoegd gezag, alsmede tijdens het overblijven, zullen worden geconfronteerd. Het schoolplan kan op een of meer scholen voor speciaal onderwijs, voor voortgezet speciaal onderwijs, voor speciaal en voortgezet speciaal onderwijs, en instellingen voor speciaal en voortgezet speciaal onderwijs en een of meer scholen voor ander onderwijs van hetzelfde bevoegd gezag betrekking hebben.
- 2 Het onderwijskundig beleid omvat in elk geval de uitwerking van de wettelijke opdrachten voor het onderwijs en van de door het bevoegd gezag in het schoolplan opgenomen eigen opdrachten voor het onderwijs in een onderwijsprogramma. Daarbij worden tevens betrokken de bijzondere voorzieningen die zijn getroffen voor leerlingen of groepen leerlingen.
- 3 Het personeelsbeleid, voor zover dat in het schoolplan tot uitdrukking wordt gebracht, omvat in elk geval maatregelen met betrekking tot het personeel die bijdragen aan de ontwikkeling en de uitvoering van het onderwijskundig beleid alsmede het document inzake evenredige vertegenwoordiging van vrouwen in de schoolleiding, bedoeld in artikel 30 van de wet.
- 4 Het beleid met betrekking tot de bewaking en verbetering van de kwaliteit van het onderwijs omvat in elk geval:
 - a. de wijze waarop het bevoegd gezag bewaakt dat die kwaliteit wordt gerealiseerd,
 - b. de wijze waarop het bevoegd gezag vaststelt welke maatregelen ter verbetering van de kwaliteit nodig zijn, en
 - c. maatregelen en instrumenten om te waarborgen dat het personeel zijn bekwaamheid onderhoudt.

E

Relevante artikelen uit de Wet referentieniveaus Nederlandse taal en rekenen

Bron: Staatsblad (2010)

Artikel 1. Begripsbepalingen

In deze wet en de daarop berustende bepalingen wordt verstaan onder:

referentieniveau Nederlandse taal: niveau van beheersing van de Nederlandse taal, uitgedrukt in kennis, inzicht en vaardigheden die van belang zijn voor de doorstroming naar het vervolgonderwijs en het maatschappelijk en in voorkomende gevallen beroepsmatig functioneren, waarmee de beheersing van de Nederlandse taal door leerlingen aan het einde van een onderwijssoort kan worden vergeleken, en

referentieniveau rekenen: niveau van beheersing van het rekenen, uitgedrukt in kennis, inzicht en vaardigheden die van belang zijn voor de doorstroming naar het vervolgonderwijs en het maatschappelijk en in voorkomende gevallen beroepsmatig functioneren, waarmee de beheersing van het rekenen door leerlingen aan het einde van een onderwijssoort kan worden vergeleken.

Artikel 2. Referentieniveaus Nederlandse taal en referentieniveaus rekenen

- 1 Bij algemene maatregel van bestuur wordt een samenhangend geheel van referentieniveaus Nederlandse taal en referentieniveaus rekenen vastgesteld.
- 2 Referentieniveaus Nederlandse taal en referentieniveaus rekenen worden vastgesteld voor:
 - a. het basisonderwijs, bedoeld in de Wet op het primair onderwijs, met dien verstande dat daarvoor twee referentieniveaus Nederlandse taal en twee referentieniveaus rekenen worden vastgesteld,
 - b. het speciaal onderwijs, bedoeld in de Wet op de expertisecentra, met dien verstande dat daarvoor twee referentieniveaus Nederlandse taal en twee referentieniveaus rekenen worden vastgesteld,
 - c. de schoolsoorten, bedoeld in artikel 5, onderdelen a tot en met d, van de Wet op het voortgezet onderwijs, met dien verstande dat verschillende referentieniveaus kunnen worden vastgesteld voor en binnen de leerwegen, bedoeld in de artikelen 10, 10b en 10d van die wet, en
 - d. de soorten opleidingen, bedoeld in artikel 7.2.2, eerste lid, onderdelen a tot en met e, van de Wet educatie en beroepsonderwijs.

Artikel 3. Wijziging van de Wet op het primair onderwijs

In artikel 9 van de Wet op het primair onderwijs worden na het zevende lid, onder vernummering van het achtste en negende lid tot tiende en elfde lid, twee leden ingevoegd, luidende:

- 8 Bij de verzorging van het onderwijs op basis van de kerndoelen voor Nederlandse taal en rekenen en wiskunde, neemt het bevoegd gezag, met inachtneming van artikel 8, eerste lid, de referentieniveaus Nederlandse taal en de referentieniveaus rekenen, bedoeld in artikel 2, tweede lid, aanhef en onderdeel a, van de Wet referentieniveaus Nederlandse taal en rekenen, als uitgangspunt.

- 9 Het bevoegd gezag verzamelt over iedere leerling in het laatste leerjaar objectieve en valide gegevens waaruit blijkt welk eindniveau de leerling heeft behaald ten opzichte van de referentieniveaus, bedoeld in het vorige lid. De gegevens, bedoeld in de vorige volzin, worden opgenomen in het onderwijskundig rapport, bedoeld in artikel 42. Bij of krachtens algemene maatregel van bestuur worden nadere voorschriften vastgesteld omtrent de gegevens, bedoeld in de eerste volzin.

Artikel 4. Wijziging van de Wet op de expertisecentra

Aan artikel 13 van de Wet op de expertisecentra worden na het negende lid twee leden toegevoegd, luidende:

- 10 Bij de verzorging van het onderwijs op basis van de kerndoelen voor Nederlandse taal en rekenen en wiskunde, neemt het bevoegd gezag, met inachtneming van artikel 11, eerste lid, de referentieniveaus Nederlandse taal en de referentieniveaus rekenen, bedoeld in artikel 2, tweede lid, aanhef en onderdeel b, van de Wet referentieniveaus Nederlandse taal en rekenen, als uitgangspunt.
- 11 Het bevoegd gezag verzamelt over iedere leerling in het laatste leerjaar, met uitzondering van zeer moeilijk lerende leerlingen en meervoudig gehandicapte kinderen voor wie het zeer moeilijk lerend zijn een van de handicaps is, objectieve en valide gegevens waaruit blijkt welk eindniveau de leerling heeft behaald ten opzichte van de referentieniveaus, bedoeld in het vorige lid. De gegevens, bedoeld in de vorige volzin, worden opgenomen in het onderwijskundig rapport, bedoeld in artikel 43. Bij of krachtens algemene maatregel van bestuur worden nadere voorschriften vastgesteld omtrent de gegevens, bedoeld in de eerste volzin.

F

Matrix: tegemoetkomen aan onderwijsbehoeften

Betekenis onderwijsbehoeften	Onderwijs groepsgewijs organiseren	Onderwijs individueel organiseren
Leerstof is lineair geordend	<p>B</p> <p>Wat heeft dit kind nodig om te profiteren van het (methodisch) onderwijsaanbod in de groep?</p> <ul style="list-style-type: none"> • Instructie: voor, na, extra • Oefening: vorm, hoeveelheid, tijd, mate van begeleiding • Contact en samenwerken <p>Welk alternatief bied ik dit kind voor het werk in de groep?</p>	<p>C</p> <p>Wat is de leerstof/inhoud waar dit kind aan toe is?</p> <p>Onder welke condities kan hij zich die het beste eigen maken? (instructie, oefenen, samenwerken, organisatie enz.)</p>
Leerstof is concentrisch geordend	<p>E</p> <p>Wat heeft dit kind nodig om voldoende profijt te hebben van de activiteiten in de groep?</p> <ul style="list-style-type: none"> • Aanpassing van activiteiten • Hulp bij activiteiten • Instructie • Contact en samenwerken • Structuur 	<p>D</p> <p>Wat heeft dit kind nodig om naar vermogen te leren?</p> <ul style="list-style-type: none"> • Voorbereide leeromgeving (aanpassing, toevoeging ...) • Gesprek (reflectie over ...) • Contact en samenwerken (stimuleren, afremmen, setting) • Ordenen en structureren • Instructie

Afbeelding F. 1 Matrix Tegemoet komen aan onderwijsbehoeften (naar Hooiveld, 2010)

- Aandachtsgebieden van het INK-managementmodel. (n.d.). In *INK*. Ontleend op 30 december 2010 aan <http://www.ink.nl/nl/p4bd81e110a03e/aandachtsgebieden-van-het-ink-management-model.html>
- American Psychiatric Association (APA). (2000). *Diagnostic and Statistical Manual of Mental Disorders: DSM-IV-TR*. Ontleend op 9 maart 2011 aan http://books.google.nl/books?id=w_HajjMnjxwC&pg=PA54&dq=%22Diagnostic+criteria+for+315.1%22&hl=nl&ei=j5l3TfeWOYbIswbD5_HBA&sa=X&oi=book_result&ct=result&resnum=3&ved=0CDoQ6AEwAg#v=onepage&q=%22Diagnostic%20criteria%20for%20315.1%22&f=false
- Baddeley's model of working memory. (n.d.). In *Wikipedia*. Ontleend op 22 februari 2011 aan http://en.wikipedia.org/wiki/Baddeley%27s_model_of_working_memory
- Bodin-Baarends, C.L.M. (1995). Als kinderen rekenen mee naar huis nemen: Samenwerken met ouders bij rekenproblemen. *Willem Bartjens*, 14(5), 28-32.
- Bodin-Baarends, C.L.M. (1996). *Ouders en leerkrachten over leerproblemen: De ontwikkeling van contacten in de eerste jaren van het basisonderwijs*. Universiteit van Amsterdam.
- Boekaerts, M., & Simons, P.R. (1995). *Leren en instructie: Psychologie van de leerling en het leerproces*. Assen: Van Gorcum.
- Boswinkel, N., & Moerlands, F.J. (2003). Het topje van de ijsberg. In K. Groenewegen (Ed.), *Nationale Rekendagen 2002 - een praktische terugblik* (pp. 103-114). Universiteit Utrecht, Freudenthal Instituut.
- Butterworth, B. (1999). *What counts: How Every Brain is Hardwired for Math*. New York, NY: Free Press.
- Cijvat, I., Gelderblom, G., & De Vries, P. (2009). *Leren doen we samen! Zo helpt u uw kind bij het lezen en rekenen*. Amersfoort: CPS.
- Clijnsen, A., Förrer, M., & Leenders, Y. (2007). *Draaiboek invoering 1-zorgroute in school: Handelingsgericht werken met groepsplannen*. 's Hertogenbosch: KPC Groep.
- Dehaene, S. (1997). *The number sense: How the mind creates mathematics*. Oxford University Press.
- Dehaene, S., Molko, N., Cohen, L., & Wilson, A. (2004). Arithmetic and the Brain. *Current Opinion in Neurobiology*, 14, 218-224. doi 10.1016/j.conb.2004.03.008
- Denis, J., & Van Damme, J. (2010). *De leraar: professioneel leren en ontwikkelen*. Leuven, België: Acco.
- Desoete, A., & Braams, T. (2008). *Kinderen met Dyscalculie*. Amsterdam: Boom.
- De Vos, E. (2009). Veel kritiek is klinkklare onzin: Nieuwe rekenmethoden. *J/M voor Ouders*, september 2009, 47-49.
- De Vries, J. (1998). Emoties bij rekenen. *Tijdschrift voor Remedial Teaching*, 1998.
- Dolk, M. (2005). Aandacht voor 'big ideas' in de wiskunde: Kinderen discussiëren over hun wiskundige ontdekkingen. *Volgens Bartjens...*, 25(2), 4-7.
- Dolk, M., & Van Groenestijn, M. (Eds.). (2006). *Dyscalculie in discussie*. Assen: Van Gorcum.

- Dumont, J.J. (1994). *Leerstoornissen: Deel 1: Theorie en model*. Rotterdam: Lemniscaat.
- Evers, A., Braak, M.S.L., Frima, R.M., & Van Vliet-Mulder, J.C. (2009). *Cotan-Documentatie*. Amsterdam: Boom. Ontleend aan <http://www.cotandocumentatie.nl/>
- Expertgroep Doorlopende Leerlijnen Taal en Rekenen (2008). *Over de drempels met taal en rekenen: Hoofdrapport van de Expertgroep Doorlopende Leerlijnen Taal en Rekenen*. Enschede: SLO.
- Förrer, M., Kenter B., & Veenman, S. (2006). *Coöperatief leren in het basisonderwijs*. Amersfoort: CPS.
- Fosnot, C., & Dolk, M. (2002). Het Leerlandschap. *Tijdschrift voor Nascholing en Onderzoek van het Reken-wiskundeonderwijs*, 21(2), 29-37.
- Gardner, H. (1983). *Frames of Mind: The theory of multiple intelligences*. New York: Basic Books.
- Gelderblom, G. (2008). *Effectief omgaan met zwakke rekenaars*. Amersfoort: CPS.
- Gil-Toresano, B., & Van den Brand, A. (2006). Hoe verloopt een rapportgesprek ('tienminutengesprek') nu idealiter? *JSW, mei 2006*.
- Goshwami, U. (2007). *Cognitive development: The learning brain*. Hove, Engeland: Psychology Press, Taylor & Francis Group.
- Gravemeijer, K.P.E. (1994). *Developing Realistic Mathematics Education* (Proefschrift, Universiteit Utrecht). Utrecht: CD-β Press.
- Gravemeijer, K.P.E. (2003). Betekenisvol rekenen: Op zoek naar de wiskunde in een contextopgave. *Willem Bartjens*, 22(4), 5-8.
- Gravemeijer, K.P.E. (2005). Revisiting 'Mathematics education revisited'. In H. ter Heege, T. Goris, R. Keijzer & L. Wesker (Eds.), *Freudenthal 100: Special Honderdste Geboortedag Hans Freudenthal* (pp. 106-113). Universiteit Utrecht, Freudenthal Instituut.
- Hamers, J.H.M. & Ruijsenaars, A.J.J.M. (1984). *Leergeschiktheid en leertests: Een leertestonderzoek bij eerstklassers in het gewoon lager onderwijs*. Harlingen: Flevodruk.
- Hooiveld, J. (2010). *Typologie van scholen*. Utrecht: APS.
- IMWR-cirkel van het vernieuwde INK-managementmodel. (n.d.) In *INK*. Ontleend op 30 december 2010 aan <http://www.ink.nl/nl/p4bd81359b7061/vernieuwde-ink-managementmodel.html>
- Inspectie van het Onderwijs (2009). *Toezichtskader po/vo 2009*. Utrecht: Ivho.
- Janson, D.J. (2006). Van wie is het handelingsplan? *Volgens Bartjens...*, 26(3), 31-34.
- Janson, D.J. (2010a). *Checklist kwaliteitsgebieden INK-model*. Utrecht: APS (interne publicatie)
- Janson, D.J. (2010b). Kern oefenen bij rekenonderwijs [Videofilm]. Ontleend op 30 december 2010 aan <http://www.leraar24.nl/video/81/kern-oefenen-bij-rekenonderwijs>
- Janson, D.J. (2011a). De handelingsgerichte weektaak. *Pulse Primair Onderwijs*, 3(1), 19-21.
- Janson, D.J. (2011b). Ik kan het zelf wel - over het belang van autonomie bij leren. In *Congresboek Vereniging ter Bevordering van de Studie der Pedagogiek (VBSP)*. (in druk)
- Janson, D.J. (2011c). Opbrengstgericht lesgeven. *SpeZiaal*. (in druk)
- Jolles, J., De Groot, R., Van Benthem, J., Dekkers, H., De Glopper, C., Uijlings, H., & Wolff-Albers, A. (2005). *Leer het brein kennen: Over een 'New Learning Science' op het kruispunt van neurowetenschap, cognitiewetenschap en onderwijswetenschap: resultaat van een invitational conference georganiseerd door NWO op 5 februari 2004*. Den Haag: SWO.
- Jolles, J. (2010). *Ellis en het verbreinen: Over hersenen, gedrag en cognitie*. Amsterdam: Neuropsych Publishers.
- Keizer, M., Tielrooij, C., Velders, C., & Van Luit, J.E.H. (2003). Speel eens een spelletje! Ouderbetrokkenheid bij rekenen in groep 4. *Willem Bartjens*, 22(3), 28-31.
- Kelchtermans, G., & Ballet, K. (2008). Nascholing voor professionele ontwikkeling en schoolontwikkeling. In G. Devos et al. (Eds.), *Personeel en organisatie*, 17, 15-46. Mechelen: Wolters Plantyn.

- Klein, A.S. (1998). *Flexibilization of mental arithmetic strategies on a different knowledge base: The Empty Number Line in a Realistic versus Gradual Program Design* (Proefschrift, Universiteit Leiden). Utrecht: CD-β Press.
- Kroesbergen, E.H., Van der Ven, S.H.G., Kolkman, M.E., Van Luit, J.E.H., & Leseman P.P.M. (2009). Executieve functies en de ontwikkeling van (voorbereidende) rekenvaardigheid. *Pedagogische Studiën*, 86(5), 334-349.
- Kucian, K., & Von Aster, M. (2005). Dem Gehirn beim Rechnen zuschauen: Ergebnisse der funktionellen Bildgebung. In M. von Aster & J.H. Lorenz (Eds.), *Rechenstörungen bei Kindern: Neurowissenschaft, Psychologie, Pädagogik*, 54-72. Göttingen, Duitsland: Vandenhoeck & Ruprecht.
- Kwaliteitscirkel van Deming. (n.d.). In *Wikipedia*. Ontleend op 22 februari 2011
http://nl.wikipedia.org/wiki/Kwaliteitscirkel_van_Deming
- Leseman, P. (2004). *Verdwalen langs gebaande paden* (Oratie). Universiteit Utrecht.
- Meijer, W. (2000). *Consultatieve leerlingbegeleiding: Van theorie naar praktijk*. Amersfoort: CPS.
- Meijer, W. (2008). *Leerkrachten begeleiden bij passend onderwijs*. Amersfoort: CPS.
- Nelissen, J. (2004). Kinderen die niet leren rekenen. *Willem Bartjens*, 23(3), 5-11.
- Nelissen, J. (2006). Dyscalculie: een pleidooi voor open onderzoek. In M. Dolk & M. van Groenestijn (Eds.), *Dyscalculie in discussie*. Assen: Van Gorcum.
- Nelissen, J., Boswinkel, N., & De Goeij, E. (2007). Realistisch rekenwiskunde-onderwijs in het sbo (1): Theorie, vragen en perspectieven. *Tijdschrift voor Orthopedagogiek*, 46 (7/8), 321-331.
- Noteboom, A. (2009). *Fundamentele doelen rekenenwiskunde: Uitwerking van het fundamentele niveau 1F voor het einde van het basisonderwijs, versie 1.2*. Enschede: SLO.
- Pameijer, N., & Van Beukering, T. (2004). *Handelingsgerichte diagnostiek: Een praktijkmodel voor diagnostiek en advisering bij onderwijsleerproblemen*. Leuven, België: Acco.
- Pameijer, N., Van Beukering, T., & De Lange, S. (2009). *Handelingsgericht werken: een handreiking voor het schoolteam: Samen met collega's, leerlingen en ouders aan de slag*. Leuven, België: Acco.
- Pameijer, N., & Van Laar-Bijman, E. (2007). *Handelingsgerichte diagnostiek: Een handreiking voor orthopedagogen en psychologen werkzaam in de zorg voor mensen met een verstandelijke beperking*. Ontleend aan <http://www.vilans.nl/>
- Paternotte, A. (2006). Echt passend onderwijs: Met nieuwe kennis en inzichten uit de hersenwetenschap (interview met hoogleraar Jelle Jolles). *Balans Magazine*, september 2006, 12-17.
- Ruijsenaars, A.J.J.M., Van Luit, J.E.H., & Van Lieshout, E.C.D.M. (2004). *Rekenproblemen en Dyscalculie: Theorie, onderzoek, diagnostiek en behandeling*. Rotterdam: Lemniscaat.
- Ruiter, S.A.J. (2008). Standaard is de norm. In E.J. Knorth, H. Nakken, C.E. Oenema-Mostert, A.J.J.M. Ruijsenaars & J. Strijker (Eds.), *De ontwikkeling van kinderen met problemen: gewoon anders* (pp. 56-68). Antwerpen-Apeldoorn: Garant.
- Saveyn, J. (2010). Scholen ondersteunen bij de ontwikkeling van hun beleidsvoerend vermogen. *Advies & Educatie*, 27(1), 8-10. Den Haag: SDU
- Sitskoorn, M. (2006). *Het maakbare brein: Gebruik je hersens en word wie je wilt zijn*. Amsterdam: Bert Bakker.
- TAL-team (1999). *Jonge kinderen leren rekenen*. Groningen: Wolters Noordhoff.
- TAL-team (2004). *Jonge kinderen leren meten en meetkunde*. Groningen: Wolters Noordhoff.
- Thiel, O. (2003). Wie entstehen Lernschwierigkeiten in Mathematikunterricht? In F. Lenart, N. Holzer & H. Schaupp (Eds.), *Rechenschwäche, Rechenstörung, Dyskalkulie: Erkennung: Prävention: Förderung*. Graz, Oostenrijk: Leykam.
- Treffers, A. (1991). Didactical background of a mathematics program for primary education. In L. Streefland (Ed.), *Realistic mathematics education in primary school: On the occasion of the opening of the Freudenthal Institute* (pp. 21-57). Utrecht: CD-β Press.

- Treffers, A. (2005). De (on)navolgbare Freudenthal. In H. ter Heege, T. Goris, R. Keijzer & L. Wesker (Eds.), *Freudenthal 100: Special Honderdste Geboortedag Hans Freudenthal* (pp. 135-144). Universiteit Utrecht, Freudenthal Instituut.
- Tudge, J.R.H., & Doucet, F. (2004). Early mathematical experiences: observing young Black and White children's everyday activities. *Early Childhood Research Quarterly*, 19, 21-39.
- Van den Born, J. (2006). Zorg in de klas. Leerlingenzorg met oog en hart voor verschillen. *Redax, september 2006*, 7-11.
- Van den Heuvel-Panhuizen, M., & Buys, K. (Eds.). (2004). *Jonge kinderen leren meten en meetkunde*. Groningen: Wolters Noordhoff.
- Van Eerde, H.A.A. (1996). *Kwantiwijzer, diagnostiek in reken-wiskundeonderwijs*. Tilburg: Zwijsen.
- Van Emst, A. (1999). *Leiding geven in onderwijsorganisaties*. Utrecht: APS.
- Van Geert, P. (2008). Dynamische systeemtheorie van ontwikkeling. In E.J. Knorth, H. Nakken, C.E. Oenema-Mostert, A.J.J.M. Ruijsenaars & J. Strijker (Eds.), *De ontwikkeling van kinderen met problemen: gewoon anders* (pp. 28-45). Antwerpen-Apeldoorn: Garant.
- Van Groenestijn, M. (2002). *A Gateway to Numeracy: A Study of Numeracy in Adult Basic Education* (Proefschrift, Universiteit Utrecht). Utrecht: CD-β Press.
- Van Groenestijn, M. (2009a). Op de barricaden! *Reken-wiskundeonderwijs: Onderzoek, Ontwikkeling, Praktijk*, 27(3/4), 62-68.
- Van Groenestijn, M. (2009b). Van informeel handelen naar formeel rekenen. *Volgens Bartjens...*, 29(1), 22-26.
- Van Groenestijn, M. (2010). *Op weg naar gecijferdheid* (Openbare les). Hogeschool Utrecht, Lectoraat Gecijferdheid.
- Van Groenestijn, M., & Vedder, J. (Eds.). (2008). *Dyscalculie in discussie, deel 2*. Assen: Van Gorcum.
- Van Lieshout, E.C.D.M. (2006). Rekenstoornissen en dyscalculie: enkele non-specifieke cognitieve verklaringen. In M. Dolk & M. van Groenestijn (Eds.), *Dyscalculie in discussie* (pp. 6-15). Assen: Van Gorcum.
- Van Lieshout, E.C.D.M., & Berends, I.E. (2009). Het effect van illustraties bij rekenopgaven: Hulp of hinder? *Pedagogische Studiën*, 86(5), 350-369.
- Van Lieshout, E.C.D.M. (2010). *Enkele lijnen in het onderzoek van basale rekenvaardigheden* (Afscheidsrede). Vrije Universiteit Amsterdam.
- Van Loosbroek, E. (2006). De biologische basis van ontwikkelingsdyscalculie. In M. Dolk & M. van Groenestijn, *Dyscalculie in discussie* (pp. 16-21). Assen: Van Gorcum.
- Van Luit, J.E.H. (2006). Dyscalculie: achtergronden, betekenis en handelingsconsequenties. In M. Dolk & M. van Groenestijn, *Dyscalculie in discussie* (pp. 22-33). Assen: Van Gorcum.
- Van Luit, J.E.H. (2009). *De ontwikkeling van tellen en getalbegrip bij kleuters*. Utrecht: PO-Raad, Projectbureau Kwaliteit.
- Van Luit, J.E.H., & Van de Rijt, B.A.M. (2009). *Utrechtse Getalbegriptoets – Revised*. Doetinchem: Graviant Educatieve Uitgaven.
- Van Luit, J.E.H. (2010). *Dyscalculie, een stoornis die telt* (Oratie, Universiteit Utrecht). Doetinchem: Graviant Educatieve Uitgaven.
- Van Nes, F., & Doorman, M. (2009). Miertje Maniertje en de Maniertjesdoos. *Reken-wiskundeonderwijs: Onderzoek, Ontwikkeling, Praktijk*, 28(1), 62-71.
- Van Oers, B. (1987). *Activiteit en begrip: Proeve van een handelingspsychologische didactiek*. Amsterdam: VU Uitgeverij.
- Van Parreren, C.F., & Nelissen, J.M.C. (1977). *Rekenen*. Groningen: Wolters Noordhoff.
- Veltman, A., & Van den Heuvel-Panhuizen, M. (2010). *Rekenen met hele getallen op de basisschool: Tussendoelen annex leerlijnen*. Groningen: Noordhoff Uitgevers

Von Aster, M. (2005). Wie kommen Zahlen in den Kopf? Ein modell der normalen und abweichenden Entwicklung zahlenverarbeitender Hirnfunktionen. In M. von Aster & J.H. Lorenz (Eds.), *Rechenstörungen bei Kindern: Neurowissenschaft, Psychologie, Pädagogik* (pp. 13-33). Göttingen, Duitsland: Vandenhoeck & Ruprecht. (Hg.)

Wet op de expertisecentra (2011, 14 februari). In *Overheid*. Ontleend op 14 februari 2011 aan http://wetten.overheid.nl/BWBR0003549/geldigheidsdatum_14-02-2011

Wet op het primair onderwijs (2011, 14 februari). In *Overheid*. Ontleend op 14 februari 2011 aan http://wetten.overheid.nl/BWBR0003420/geldigheidsdatum_14-02-2011/informatie

Wet referentieniveaus Nederlandse Taal en rekenen (2010). *Staatsblad*, 194. Ontleend aan <https://zoekofficielebekendmakingen.nl/stb-2010-194.pdf>